

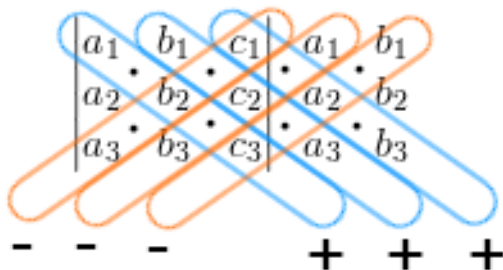
Determinanten

2 x 2 - Determinante

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

3 x 3 – Determinante

Regel von Sarrus



Unterdeterminanten

- **Zeilen und Spalten verrechnen** ändert die Determinante nicht
- **Tipp:** Möglichst viele **0er Faktoren**

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} =$$

Vorzeichen der Faktoren

$$\begin{vmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{vmatrix}$$

$$a_{11} \det \begin{pmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} - a_{12} \det \begin{pmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{pmatrix} + a_{13} \det \begin{pmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \boxed{a_{11}} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & \boxed{a_{22}} & \boxed{a_{23}} \\ a_{31} & \boxed{a_{32}} & \boxed{a_{33}} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} a_{11} & \boxed{a_{12}} & a_{13} \\ \boxed{a_{21}} & a_{22} & \boxed{a_{23}} \\ \boxed{a_{31}} & a_{32} & \boxed{a_{33}} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \boxed{a_{13}} \\ \boxed{a_{21}} & \boxed{a_{22}} & a_{23} \\ \boxed{a_{31}} & \boxed{a_{32}} & a_{33} \end{pmatrix}$$

4 x 4 – Determinate oder höher

➔ Lösung über Unterdeterminanten, wie in 3 x 3

Vorzeichen der Faktoren

$$\begin{vmatrix} + & - & + & - & \dots \\ - & + & - & + & \dots \\ + & - & + & - & \dots \\ - & + & - & + & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{vmatrix}$$

Reguläre Matrix

- Matrix invertierbar (Inverse existiert)

➔ $\det(A) \neq 0$ muss gelten

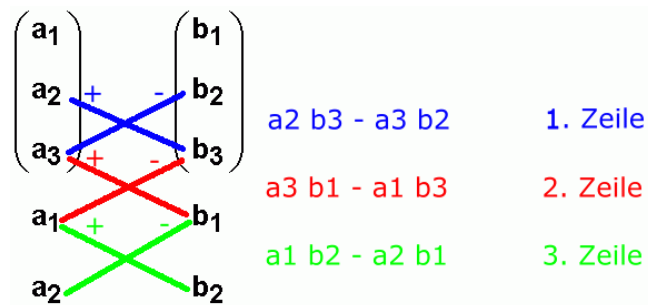
Vektoroperationen

Kreuzprodukt

Mit Formel:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}.$$

Kleiner Trick:



$a_2 b_3 - a_3 b_2$ 1. Zeile

$a_3 b_1 - a_1 b_3$ 2. Zeile

$a_1 b_2 - a_2 b_1$ 3. Zeile

Skalarprodukt

$$\left(\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \middle| \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \right) = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

Norm Vektor

$$\left\| \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

Winkel zwischen Vektoren

$$\cos(\alpha) = \frac{(a|b)}{\|a\| \cdot \|b\|}$$

Flächeninhalt

$$\|a \times b\|$$