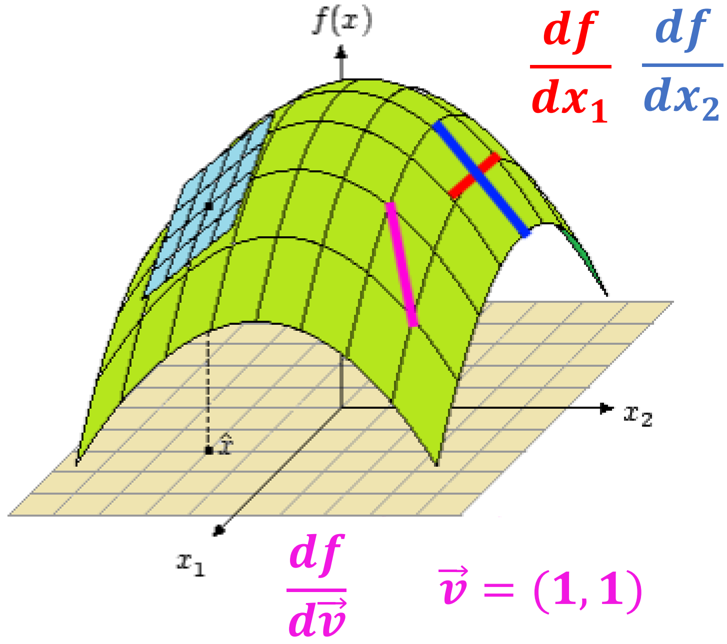
Grenzwert und Stetigkeit mehrdimensionaler Funktionen

$h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ - Höhe eines Berges $h(x,y) = -(x^2+y^2)$



1. Funktion versuchen zu vereinfachen (Bruch entfernen)

$$\frac{x\left(\sqrt{1+x}-\sqrt{1+x^2}\right)}{\sqrt{1+x}-1} = \frac{x\left(\sqrt{1+x}-\sqrt{1+x^2}\right)}{\sqrt{1+x}-1} \cdot \frac{\sqrt{1+x}+1}{\sqrt{1+x}+1}$$
$$= \frac{x\left(\sqrt{1+x}-\sqrt{1+x^2}\right)\cdot\left(\sqrt{1+x}+1\right)}{x}$$

$$= \left(\sqrt{1+x}-\sqrt{1+x^2}\right)\cdot\left(\sqrt{1+x}+1\right)$$

2. Abschätzungen nach oben/unten machen

3. Unstetigkeit mit Widerspruch nachweisen

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = ?$$

$$\left.\begin{aligned}
\lim_{x\to 0} f(x,0) &= c\\
\lim_{y\to 0} f(0,y) &= d\\
\lim_{x\to 0} f(x,0) &= c\\
\lim_{x\to 0} f(x,x) &= d\\
\lim_{x\to 0} f(x,x^2) &= e
\end{aligned}\right\}$$

Bei Unterschieden → f(x,y) ist unstetig

Trick bei 4b)

$\lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$, wenn $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$

Länge Kurven

$$L(\gamma) = \int_{x_1}^{x_2} \|\dot{\gamma}(t)\| dt$$

1. $\dot{\gamma}(t) = ?$
2. $\|\dot{\gamma}(t)\|^2 = ?$
3. $\|\dot{\gamma}(t)\| = ?$
4. Für x_1 und x_2 die Grenzen des Intervalls einsetzen
5. Ausrechnen