

HÖHERE MATHEMATIK III FÜR DIE FACHRICHTUNG ELEKTROTECHNIK UND INFORMATIONSTECHNIK

1. ÜBUNGSBLATT

AUFGABE 1 (ÜBUNG)

Finden Sie die Lösungen der folgenden Anfangswertprobleme auf einem möglichst großen Intervall.

a) $y' = -\frac{1}{2x} \frac{y^2 - 6y + 5}{y - 3}$ mit $y(1) = 2$.

b) $y' = e^{x-y} - e^y$ mit $y(1) = 0$.

AUFGABE 2 (TUTORIUM)

Finden Sie die Lösungen der folgenden Anfangswertprobleme auf einem möglichst großen Intervall.

a) $y' = xe^{-x}y^2$ mit $y(0) = 1$.

b) $y' = e^y \sin(x)$ mit $y(0) = -\log(3)$.

c) $y' = -\frac{x^2}{y^3}$ mit $y(0) = \sqrt{2}$.

AUFGABE 3 (ÜBUNG)

Ziel dieser Aufgabe ist es, die eindeutige Lösbarkeit des Anfangswertproblems

$$\begin{aligned}y' &= a(t)y, & t &\in [0, T] \\ y(0) &= y_0,\end{aligned}$$

zu zeigen. Dabei sei $a : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig und $y_0 \in \mathbb{R}$. Mit $A : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$ bezeichnen wir eine Stammfunktion von a auf $[0, T]$.

a) Zeigen Sie, dass durch $\phi(t) := e^{A(t)-A(0)}y_0$ für $t \in [0, T]$ eine Lösung des Anfangswertproblems gegeben ist.

b) Sei $\psi : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$ eine weitere Lösung des Anfangswertproblems. Für festes $t \in (0, T]$ sei $z : [0, t] \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$z(s) := e^{A(t)-A(s)}\psi(s).$$

(i) Zeigen Sie $z(0) = \phi(t)$ sowie $z(t) = \psi(t)$ und berechnen Sie $z'(s)$ für $s \in [0, t]$.

(ii) Folgern Sie $\psi(t) = \phi(t)$ für alle $t \in [0, T]$, womit die Eindeutigkeit von ϕ als Lösung des Anfangswertproblems gezeigt ist.

AUFGABE 4 (TUTORIUM)

Finden Sie die Lösungen der folgenden Anfangswertprobleme auf einem möglichst großen Intervall.

a) $y' = \frac{1}{1-t}y + t - 1$ mit $y(0) = 0$.

b) $y' = -\frac{3}{t}y + \frac{1}{t^3+t}$ mit $y(1) = 1$.

c) $y' = 2ty + t^3$ mit $y(0) = \frac{1}{2}$.

d) $y' = \frac{t^2-4ty}{1+t^2}$ mit $y(0) = 1$.

AUFGABE 5 (ÜBUNG/TUTORIUM)

Bei der Bewegung eines Körpers in Luft tritt bekannterweise ein Luftwiderstand auf. Aus der Strömungsmechanik wissen wir, dass die Luftwiderstandskraft proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit ist und durch die Formel

$$F_W = -\frac{1}{2}c_W\rho Av^2$$

gegeben ist. Hierbei bezeichnet c_W den Strömungswiderstandskoeffizienten, ρ die Dichte der Luft und A die projektive Querschnittsfläche des bewegten Körpers senkrecht zur Bewegungsrichtung. Der Strömungswiderstandskoeffizient c_W ist eine dimensionslose Größe, die abhängig von der Gestalt des Körpers ist und experimentell bestimmt werden muss.

Stellen Sie Differentialgleichungen für die Geschwindigkeit v auf, welche die Bewegung

- a) in horizontaler Richtung
- b) in vertikaler Richtung

unter Berücksichtigung des Luftwiderstandes beschreiben und berechnen Sie jeweils die Lösung für die Anfangsbedingung $v(0) = v_0$. Gehen Sie in beiden Fällen davon aus, dass c_W , ρ und A konstant sind und keine weiteren äußeren Kräfte den Körper beeinflussen außer der Gewichtskraft und der Luftwiderstandskraft.

Allgemeine Informationen

- Webseite zur Vorlesung: <http://www.math.kit.edu/iana1/lehre/hm3etec2016s/>.
- Sprechzeiten von Dr. Kunstmann: Donnerstags, 13-14 Uhr (Raum 2.027, **Geb. 20.30**) oder nach Vereinbarung per E-Mail (peer.kunstmann@kit.edu).
- Sprechzeiten von Sebastian Schwarz: Mittwochs, 14-16 Uhr (Raum 2.043, **Geb. 20.30**) oder nach Vereinbarung per E-Mail (sebastian.schwarz@kit.edu).

Übungsbetrieb

- Übungsblätter erscheinen alle zwei Wochen (voraussichtlich mittwochs) auf obiger Webseite. Sie umfassen (meist) den Stoff der beiden vorangegangenen Wochen und werden zum Teil in der Woche darauf in der Übung, zum Teil zwei Wochen darauf im Tutorium besprochen.

Klausur

- Die **Modulprüfung** findet am **23.09.2016** von **14:30 bis 16:30** statt.
- **Anmeldeschluss** ist der **28.08.2016**.