Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Analysis
Priv.-Doz. Dr. P. C. Kunstmann
Dipl.-Math. Sebastian Schwarz

SS 2016
04.05.2016

Höhere Mathematik III für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnik

2. Übungsblatt

Aufgabe 6 (Übung)

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y' = \frac{y}{2x} + \frac{y^\alpha}{2}$$

für $\alpha \in \mathbb{R}$.

a) Lösen Sie für $\alpha = -1$ die Anfangswertprobleme mit $y(2) = \pm\sqrt{\frac{3}{2}}$.

b) Lösen Sie für $\alpha = -2$ die Anfangswertprobleme mit $y(1) = \pm 1$.

Aufgabe 7 (Tutorium)

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme bzw. geben Sie bei **c)** die allgemeine Lösung der Differentialgleichung an:

a) $y' = x(y + y^2)$ mit $y(0) = 1$.

b) $y^3 - \frac{1}{3x^2+3} + xy^2y' = 0$ mit $y(1) = 1$.

c) $y' + y - y^3 = 0$ mit $y(0) = \frac{1}{2}$.

Aufgabe 8 (Übung)

Finden Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y' = \mathrm{e}^{-x}y^2 + y - \mathrm{e}^x.$$

Hinweis: Eine erste Lösung ist gegeben durch $u(x) = \mathrm{e}^{ax}$ für ein $a \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 9 (Tutorium)

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

a) $y' = y^2 - (2x+1)y + 1 + x + x^2$ mit $y(0) = \frac{1}{3}$.

Hinweis: Benutzen Sie den Ansatz $u(x) = ax$, um eine Lösung der Differentialgleichung zu erhalten.

b) $y' + (1-4x)y + 2xy^2 = 1 - 2x$ mit $y(0) = \frac{3}{2}$.

Hinweis: Benutzen Sie den Ansatz $u(x) = a$, um eine Lösung der Differentialgleichung zu erhalten.

Aufgabe 10 (Übung)

a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung von

$$xy'' - (2x+1)y' + (x+1)y = (x^2+1)\mathrm{e}^x.$$

Hinweis: Benutzen Sie den Ansatz $u(x) = \mathrm{e}^{ax}$ für eine Lösung der homogenen Gleichung.

b) Bestimmen Sie eine homogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung, welche

$$\{y_1(x) = \mathrm{e}^x,\ y_2(x) = \cos(2x)\}$$

als Fundamentalsystem besitzt.

Hinweis: Benutzen Sie die Wronski-Determinante.

Aufgabe 11 (Tutorium)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen. Finden Sie in **b)** danach noch die Lösung des Anfangswertproblems.

a) $y''(x) + \frac{2x}{1-x^2}y'(x) - \frac{2}{1-x^2}y(x) = 0$ für $0 < x < 1$.

Hinweis: Benutzen Sie den Ansatz $u(x) = ax$ für eine Lösung der homogenen Gleichung.

b) $y''(x) - \left(4 + \frac{2}{x}\right)y'(x) + \left(4 + \frac{4}{x}\right)y(x) = 2\mathrm{e}^{2x}$ für $x > 0$, $y(1) = y'(1) = -\mathrm{e}^2$.

Hinweis: Benutzen Sie den Ansatz $u(x) = \mathrm{e}^{ax}$ für eine Lösung der homogenen Gleichung.