Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Analysis
Priv.-Doz. Dr. P. C. Kunstmann
Dipl.-Math. Sebastian Schwarz

SS 2016
25.05.2016

Höhere Mathematik III für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnik

3. Übungsblatt

Aufgabe 12 (Übung)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösungen der Differentialgleichung

a) $y''' + 3y'' + 3y' + y = x + 6\mathrm{e}^{-x}$

und lösen Sie das Anfangswertproblem

b) $y'' - 2y' + 2y = \mathrm{e}^{2x}\sin(x), \quad y(0) = \frac{3}{5}, \quad y'(0) = 1.$

Aufgabe 13 (Tutorium)

a) Für die Differentialgleichung

$$y^{(8)} + y^{(7)} - 3y^{(6)} + 3y^{(5)} + 10y^{(4)} - 4y''' - 4y'' + 12y' + 8y = h(x)$$

ist das charakteristischen Polynom durch

$$p(\lambda) = (\lambda+1)^3(\lambda+2)(\lambda-(1+\mathrm{i}))^2(\lambda-(1-\mathrm{i}))^2$$

gegeben. Welcher Ansatz ist für die partikuläre Lösung zu wählen, falls $h(x)$ durch

(i) $\mathrm{e}^x\sin(x)$ (ii) e^{-x} (iii) $x^3\mathrm{e}^x\sin(x)$ (iv) $(x^4+4x)\mathrm{e}^{-x}$
(v) $\sin(x)$ (vi) e^{-2x} (vii) $(x^2+1)\sin(x)$ (viii) x^4

gegeben ist?

b) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y''' - y'' + y' - y = \sinh(x)$$

mit $y(0) = \frac{1}{2}, y'(0) = \frac{3}{4}$ und $y''(0) = -1$.

Aufgabe 14 (Übung)

Geben Sie für $x > 0$ die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen an.

a) $x^2y^{(4)} + 5xy''' + y'' + \frac{2}{x}y' - \frac{2}{x^2}y = 0.$

b) $x^3y''' + 3x^2y'' + xy' - y = 1 + \left(\log(x)\right)^2.$

Aufgabe 15 (Tutorium)

a) Geben Sie für $x > 0$ die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichung an.

$$x^4 y^{(4)} + 6x^3 y''' - 2xy' + 20y = 0.$$

b) Lösen Sie für $x > 0$ das folgende Anfangswertproblem.

$$y'' + \tfrac{1}{x}y' - \tfrac{1}{x^2}y = \tfrac{\log(x)}{x^2}, \quad y(1) = 2, \quad y'(1) = -1.$$

Aufgabe 16 (Übung)

Gegeben sie das Anfangswertproblem

$$y'' - \frac{1}{2}xy' + \frac{1}{2}y = \sin(x), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 42$$

das mit einem Potenzreihenansatz $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ lösbar ist.

a) Geben Sie eine Rekursionsformel für die Koeffizienten $a_n (n \in \mathbb{N}_0)$ an.

b) Zeigen Sie mit Hilfe einer Induktion, dass die ungeraden Koeffizienten ab a_3 gegeben sind durch

$$a_{2k+3} = \frac{k!}{(2k+3)!} \sum_{l=0}^{k} \frac{(-1)^l}{l!} \qquad \forall k \in \mathbb{N}_0.$$

Aufgabe 17 (Tutorium)

Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$y'' + 2xy' - y = (1 + x + x^2)e^x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = \tfrac{1}{2},$$

welches mit einem Potenzreihenansatz $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ gelöst werden kann.

a) Geben Sie eine Rekursionsformel für die Koeffizienten a_n an.

b) Zeigen Sie, dass die Koeffizienten explizit gegeben sind durch

$$a_n = \frac{1}{2 \cdot (n-1)!}, \quad n \geq 1.$$

c) Geben Sie die Lösung des Anfangswertproblems in geschlossener Form an.

Klausur

- Die **Anmeldung** zur Modulprüfung am 23.09.2016 von 14:30 bis 16:30 ist **ab dem 01.06.2016** möglich.
- **Anmeldeschluss** ist der **28.08.2016**.