Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Analysis
Priv.-Doz. Dr. P. C. Kunstmann
Dipl.-Math. Sebastian Schwarz

SS 2016
22.06.2016

Höhere Mathematik III für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnik

5. Übungsblatt

Aufgabe 24 (Übung)

Finden Sie die allgemeine Lösung $\vec{y} = (u, v)$ der folgenden Systeme linearer Differentialgleichungen unter Verwendung der angegebenen homogenen Lösung des Problems, jeweils auf dem Intervall $(0, \infty)$.

a) $u' = -\frac{2v}{x^2} + x\mathrm{e}^x, v' = -u + x, \qquad \vec{y}_h(x) = (-2c_1 x + \frac{c_2}{x^2}, c_1 x^2 + \frac{c_2}{x}),$

b) $xu' = u + 3v + x, xv' = u - v, \qquad \vec{y}_h(x) = (c_1 x^2 + \frac{c_2}{x^2}, \frac{c_1}{3} x^2 - \frac{c_2}{x^2}).$

Aufgabe 25 (Tutorium)

Finden Sie die allgemeine Lösung $\vec{y} = (u, v)$ der folgenden Systeme linearer Differentialgleichungen unter Verwendung der angegebenen homogenen Lösung des Problems, jeweils auf dem Intervall $(0, \infty)$.

a) $u' = -\frac{2v}{x^2} + x, v' = -u + 1, \qquad \vec{y}_h(x) = (-2c_1 x + \frac{c_2}{x^2}, c_1 x^2 + \frac{c_2}{x}),$

b) $xu' = u + 2v + x\cos(x), xv' = -u - 2v, \qquad \vec{y}_h(x) = (c_1 + \frac{c_2}{x}, -\frac{c_1}{2} - \frac{c_2}{x}).$

Aufgabe 26 (Übung)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des Differentialgleichungssystems

$$\vec{y}\,'' = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \vec{y}.$$

Ersetzen Sie die erste durch die zweite Ableitung und formen Sie das System zu einem erster Ordnung um.

Aufgabe 27 (Tutorium)

Berechnen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$\vec{y}\,' = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 & -7 & -4 \\ -7 & 5 & -4 \\ 5 & 5 & 2 \end{pmatrix} \vec{y}, \qquad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 28 (Übung)

Berechnen Sie explizit die Matrixexponentialfunktionen zu den folgenden Differentialgleichungssystemen.

a) $\vec{y}\,' = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \vec{y}, \qquad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix},$

b) $\vec{y}\,' = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \vec{y}, \qquad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix},$

c) $\vec{y}\,' = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \vec{y}.$

Lösen Sie daraufhin die Anfangswertprobleme **a)** und **b)**.

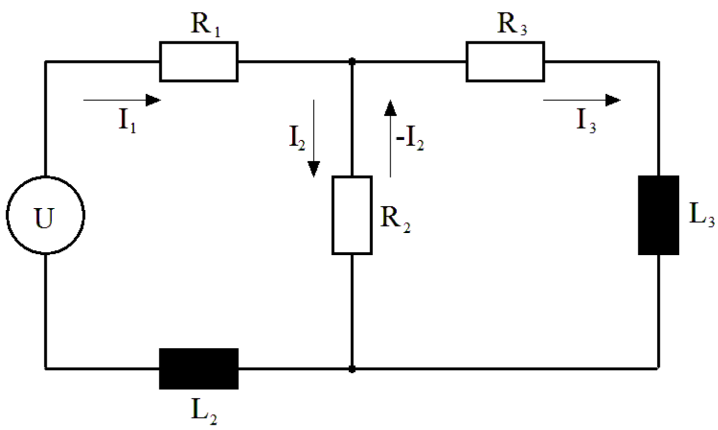
Aufgabe 29 (Tutorium)

Berechnen Sie e^{tA} für $t \in \mathbb{R}$ und die folgenden Matrizen A:

$$\textbf{a)}\quad A = \begin{pmatrix} -4 & 12 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}, \qquad \textbf{b)}\quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \textbf{c)}\quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 30 (Übung)

Wir betrachten das folgende RL-Netzwerk:



Bestimmen Sie unter Verwendung der Kirchhoff'schen Regeln ein Differentialgleichungssystem für die Ströme I_2 und I_3. Lösen Sie anschließend dieses System unter den Anfangsbedingungen $I_1(0) = I_2(0) = I_3(0) = 0$ und mit den Größen $R_1 = R_2 = R_3 = 10\,$, $L_2 = L_3 = 10\,H$, $U = 10\sin(t)\,V$.

Aufgabe 31 (Tutorium)

Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$\vec{y}\,'(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \vec{y}(t) + \begin{pmatrix} t \\ 3t \\ e^{3t} \end{pmatrix}, \qquad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$