

HÖHERE MATHEMATIK III FÜR DIE FACHRICHTUNG
ELEKTROTECHNIK UND INFORMATIONSTECHNIK

1. ÜBUNGSBLATT

AUFGABE 1 (TUTORIUM)

Finden Sie die Lösungen der folgenden Anfangswertprobleme auf einem möglichst großen Intervall.

a) $y' = -\frac{1}{2x} \frac{y^2 - 6y + 5}{y - 3}$ mit $y(1) = 2$.

b) $y' = e^{x-y-e^y}$ mit $y(1) = 0$.

AUFGABE 2 (ÜBUNG)

Finden Sie die Lösungen der folgenden Anfangswertprobleme auf einem möglichst großen Intervall.

a) $y' = xe^{-x}y^2$ mit $y(0) = 1$.

b) $y' = e^y \sin(x)$ mit $y(0) = -\ln(3)$.

c) $y' = -\frac{x^2}{y^3}$ mit $y(0) = \sqrt{2}$.

AUFGABE 3 (TUTORIUM)

Bei der Bewegung eines Körpers in Luft tritt bekannterweise ein Luftwiderstand auf. Aus der Strömungsmechanik ist bekannt, dass die Luftwiderstandskraft proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit ist und durch die Formel

$$F_W = -\frac{1}{2}c_W\rho Av^2$$

gegeben ist. Hierbei bezeichnet c_W den Strömungswiderstandskoeffizienten, ρ die Dichte der Luft und A die projektive Querschnittsfläche des bewegten Körpers senkrecht zur Bewegungsrichtung. Der Strömungswiderstandskoeffizient c_W ist eine dimensionslose Größe, die abhängig von der Gestalt des Körpers ist und experimentell bestimmt werden muss.

Stellen Sie die Differentialgleichung für die Geschwindigkeit v auf, welche die Bewegung in horizontaler Richtung unter Berücksichtigung des Luftwiderstandes beschreibt und berechnen Sie die Lösung für die Anfangsbedingung $v(0) = v_0$.

AUFGABE 4 (TUTORIUM)

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y' = \frac{y}{2x} + \frac{y^\alpha}{2}$$

für $\alpha \in \mathbb{R}$.

- a) Lösen Sie für $\alpha = -1$ die Anfangswertprobleme mit $y(2) = \pm\sqrt{\frac{3}{2}}$.
- b) Lösen Sie für $\alpha = -2$ die Anfangswertprobleme mit $y(1) = \pm 1$.

AUFGABE 5 (ÜBUNG)

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme bzw. geben Sie bei c) die allgemeine Lösung der Differentialgleichung an:

- a) $y' = x(y + y^2)$ mit $y(0) = 1$.
- b) $y' + y - y^3 = 0$ mit $y(0) = \frac{1}{2}$.

AUFGABE 6 (ÜBUNG)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen. Finden Sie in b) danach noch die Lösung des Anfangswertproblems.

a) $xy'' - (2x + 1)y' + (x + 1)y = (x^2 + 1)e^x$.

Hinweis: Benutzen Sie den Ansatz $u(x) = e^{ax}$ für eine Lösung der homogenen Gleichung.

b) $y''(x) - \left(4 + \frac{2}{x}\right)y'(x) + \left(4 + \frac{4}{x}\right)y(x) = 2e^{2x}$ für $x > 0$, $y(1) = y'(1) = -e^2$.

Hinweis: Benutzen Sie den Ansatz $u(x) = e^{ax}$ für eine Lösung der homogenen Gleichung.