Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Analysis
Prof. Dr. Wolfgang Reichel
Dipl.-Math. Carlos Hauser

SoSe 2018
10.05.2018

Höhere Mathematik III für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnik

2. Übungsblatt

Aufgabe 1 (Tutorium)

Ziel dieser Aufgabe ist es die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y' = \mathrm{e}^{-x}y^2 + y - \mathrm{e}^x \tag{1}$$

zu bestimmen.

a) Nutzen Sie den Ansatz $y_0(x) = \mathrm{e}^{ax}$ für ein $a \in \mathbb{R}$ um eine Lösung y_0 von (1) zu finden.

b) Wir nehmen an, dass die Funktion y ebenfalls eine Lösung von (1) ist. Zeigen Sie, dass die Funktion $u := y - y_0$ die Bernoullische Differentialgleichung

$$u' = \mathrm{e}^{-x}u^2 + 3u$$

löst und bestimmen die allgemeine Lösung u. Die allgemeine Lösung von (1) ist dann durch $y = y_0 + u$ gegeben.

Aufgabe 2 (Tutorium)

a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung von

$$y''(x) + \frac{2x}{1-x^2}y'(x) - \frac{2}{1-x^2}y(x) = 0 \quad \text{für} \quad 0 < x < 1.$$

Hinweis: Benutzen Sie den Ansatz $u(x) = ax$ um eine Lösung der Gleichung zu erhalten. Verwenden Sie anschließend das Verfahren von d'Alembert.

b) Seien $I \subseteq \mathbb{R}$ ein Intervall und $p, q\colon I \to \mathbb{R}$ stetig. Ferner seien y_1, y_2 zwei Lösungen der Differentialgleichung

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0.$$

Rechnen Sie nach, dass die Wronski-Determinante

$$w(x) = \det\begin{pmatrix} y_1(x) & y_2(x) \\ y_1'(x) & y_2'(x) \end{pmatrix} = y_1(x)y_2'(x) - y_2(x)y_1'(x)$$

die Differentialgleichung $w' = -p(x)w$ löst.