Höhere Mathematik III für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnik

4. Übungsblatt

Aufgabe 1 (Übung)

Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$y' = x^2y^2 - 1$$
, $y(0) = 1$.

Wenden Sie den Potenzreihenansatz $y(x) = \sum_{j=0}^{\infty} c_j x^j$ an und bestimmen Sie die ersten sechs Koeffizienten c_j für j = 0, ..., 5.

Aufgabe 2 (Übung)

Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$y'' + xy' + y = 0$$
, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$,

welches mit einem Potenzreihenansatz $y(x) = \sum_{j=0}^{\infty} c_j x^j$ gelöst werden kann.

a) Zeigen Sie für die Koeffizienten c_i die Rekursionsformel

$$c_{j+2} = -\frac{1}{j+2}c_j, \quad j \in \mathbb{N}_0.$$

b) Zeigen Sie, dass die Koeffizienten explizit gegeben sind durch

$$c_j = \begin{cases} 0, & j = 2k+1 \text{ für ein } k \in \mathbb{N}_0, \\ \frac{(-1)^k}{2^k \cdot k!}, & j = 2k \text{ für ein } k \in \mathbb{N}_0, \end{cases}$$

c) Geben Sie die Lösung des Anfangswertproblems in geschlossener Form an.