

HÖHERE MATHEMATIK III FÜR DIE FACHRICHTUNG  
ELEKTROTECHNIK UND INFORMATIONSTECHNIK

5. ÜBUNGSBLATT

**AUFGABE 1 (TUTORIUM)**

a) Zeigen Sie mit dem Satz von Picard-Lindelöf, dass das Anfangswertproblem

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

eindeutig lösbar ist. Berechnen Sie die sukzessiven Approximationen  $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$  aus der Fixpunktiteration für  $n = 1, 2, 3$ .

b) Zeigen Sie mit dem Satz von Picard-Lindelöf, dass das Anfangswertproblem

$$y' = x^2 + xy^2, \quad y(0) = 0,$$

eindeutig lösbar ist. Berechnen Sie die sukzessiven Approximationen  $y_n$  aus der Fixpunktiteration für  $n = 1, 2, 3$ .

**AUFGABE 2 (TUTORIUM)**

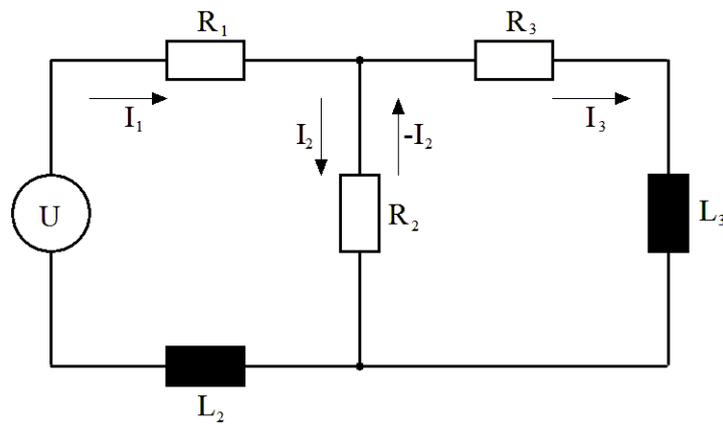
Betrachten Sie die folgenden Systeme linearer Differentialgleichungen auf  $(0, \infty)$ . Verwenden Sie jeweils das gegebene Fundamentalsystem  $\Phi$  um die allgemeine Lösung  $\vec{y} = (u, v)$  des Systems mit Hilfe der Methode *Variation der Konstanten* zu finden.

a)  $u' = -\frac{2v}{x^2} + x, v' = -u + 1, \quad \Phi(x) = \begin{pmatrix} -2x & \frac{1}{x^2} \\ x^2 & \frac{1}{x} \end{pmatrix},$

b)  $xu' = u + 2v + x \cos(x), xv' = -u - 2v, \quad \Phi(x) = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{x} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{x} \end{pmatrix}.$

### AUFGABE 3 (TUTORIUM)

Wir betrachten das folgende  $RL$ -Netzwerk:



Bestimmen Sie unter Verwendung der Kirchhoff'schen Regeln ein Differentialgleichungssystem für die Ströme  $I_2$  und  $I_3$ . Lösen Sie anschließend dieses System unter den Anfangsbedingungen  $I_1(0) = I_2(0) = I_3(0) = 0$  und mit den Größen  $R_1 = R_2 = R_3 = 10$ ,  $L_2 = L_3 = 10H$ ,  $U = 10 \sin(t) V$ .

### AUFGABE 4 (ÜBUNG)

Berechnen Sie explizit die Matrixexponentialfunktionen zu den folgenden Differentialgleichungssystemen.

a)  $\vec{y}' = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \vec{y}, \quad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix},$

b)  $\vec{y}' = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \vec{y}.$

Lösen Sie daraufhin das Anfangswertproblem a).

### AUFGABE 5 (ÜBUNG)

Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$\vec{y}''(t) = \begin{pmatrix} -15 & -24 \\ 8 & 13 \end{pmatrix} \vec{y}(t) + \begin{pmatrix} e^t \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$