

HÖHERE MATHEMATIK III FÜR DIE FACHRICHTUNG ELEKTROTECHNIK UND INFORMATIONSTECHNIK

6. ÜBUNGSBLATT

AUFGABE 1 (TUTORIUM)

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$3 \frac{\partial u}{\partial x}(x, t) + 2 \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) = \sin(2x - 3t), \quad x, t \in \mathbb{R},$$
$$u(x, 0) = xe^x, \quad x \in \mathbb{R}.$$

AUFGABE 2 (TUTORIUM)

a) Lösen Sie das Randwertproblem

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) - \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = -xe^y, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$
$$u(x, 0) = x + 1, \quad x \in \mathbb{R}.$$

b) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\frac{\partial u}{\partial t}(\vec{x}, t) + \frac{\partial u}{\partial x}(\vec{x}, t) + 2 \frac{\partial u}{\partial y}(\vec{x}, t) + \frac{\partial u}{\partial z}(\vec{x}, t) = t^2(x - y + z), \quad \vec{x} = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3, t \in \mathbb{R},$$
$$u(\vec{x}, 0) = e^{-\frac{\|\vec{x}\|^2}{2}}, \quad \vec{x} \in \mathbb{R}^3.$$

AUFGABE 3 (ÜBUNG)

Berechnen Sie die Lösung des folgenden Wärmeleitungsproblems mit einem Separationsansatz:

$$\partial_t u(x, t) - \partial_{xx} u(x, t) = 0, \quad 0 < x < 1, t > 0,$$
$$\partial_x u(0, t) = \partial_x u(1, t) = 0 \quad \text{für } t > 0,$$
$$u(x, 0) = \cos(\pi x), \quad \text{für } 0 < x < 1.$$

AUFGABE 4 (ÜBUNG)

Betrachten Sie die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung

$$\partial_t u(x, t) - \partial_{xx} u(x, t) = -1, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0.$$

Setzen Sie den wandernden Wellen-Ansatz $u(x, t) = y(x - ct)$ mit Wellengeschwindigkeit $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ in die gegebene Gleichung ein um eine gewöhnliche Differentialgleichung für die Profilfunktion $y: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ herzuleiten. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der gewöhnlichen Differentialgleichung um möglichst viele Lösungen der Wärmeleitungsgleichung zu finden.