KARLSRUHER INSTITUT FÜR TECHNOLOGIE
Institut für Analysis

Höhere Mathematik III für die Fachrichtung Elektro- und Informationstechnik

Dr. Andreas Müller-Rettkowski
Tobias Ried, M.Sc.

Wintersemester 2013/14
Blatt 6 vom 19.12.2013

http://www.math.kit.edu/iana1/lehre/hm3etec2013w/

Übungsaufgaben

1. **Lineare inhomogene DGLn mit konstanten Koeffizienten**

   Bestimmen Sie den Lösungsraum der folgenden Differentialgleichungen:

   (a) $y''' - 3y'' + 3y' - y = x^2 e^x$
   (b) $y''' + 2y'' + y' = x + 2e^{-x}$
   (c) $2y''' - 6y'' + 3y' + y = \frac{x}{4}$.

   Machen Sie dabei zur Bestimmung einer partikulären Lösung der inhomogenen DGL einen geschickten Ansatz, der zur Form der Inhomogenität passt.

2. **Variation der Konstanten**

   Finden Sie den Lösungsraum von

   $$y'''(x) - 6y''(x) + 11y'(x) - 6y(x) = \cos x.$$

   Verwenden Sie dabei zur Bestimmung einer partikulären Lösung der inhomogenen DGL die Methode *Variation der Konstanten.*

3. **Euler'sche Differentialgleichung**

   Gegeben ist die Differentialgleichung

   $$(2x-1)^3 y'''(x) + (2-4x)y'(x) + 4y(x) = \ln|2x-1|. \tag{1}$$

   Führen Sie die Substitutionen

   (a) $z(t) = y(\frac{e^t+1}{2})$, $t = \ln(2x-1)$, für $2x-1>0$,
   (b) $z(t) = y(\frac{-e^t+1}{2})$, $t = \ln(-(2x-1))$, für $2x-1<0$

   durch und geben Sie den Lösungsraum der resultierenden Differentialgleichung an. Bestimmen Sie damit die allgemeine Lösung der DGL (1).

4. **Vorbereitung: Potenzreihen**

   Die Funktion y sei eine Lösung des Anfangswertproblems

   $$y''(x) = 2xy'(x) + 4y(x), \quad y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

   (a) Berechnen Sie $y''(0)$ und $y'''(0)$.
   (b) Zeigen Sie induktiv, dass

   $$y^{(k+1)}(x) = 2xy^{(k)}(x) + 2(k+1)y^{(k-1)}(x), \quad k \in \mathbb{N}.$$

   (c) Bestimmen Sie die Taylorentwicklung der Funktion y um $x = 0$ und überprüfen Sie, dass die so gefundene Funktion das Anfangswertproblem löst.

Besprechung der Übungsaufgaben: Freitag, 10.01.2014

Wir wünschen Ihnen frohe Weihnachten und einen guten Start ins neue Jahr!