

Höhere Mathematik III für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnik

2. Übungsblatt

Aufgabe 1:

(a) Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

(i) $y' - \frac{3}{2x}y = \frac{3}{2}x\sqrt[3]{y}$ mit $y(1) = 0$,

(ii) $y' + \frac{y}{x} = \frac{3}{2y}$ mit $y(1) = -1$.

(b) Zeigen Sie, dass $\phi(x) = x$ eine Lösung der Gleichung

$$y' = (y - x)^2 + 1$$

ist. Lösen Sie dann das folgende Anfangswertproblem

$$y' = (y - x)^2 + 1 \quad \text{mit} \quad y(0) = \frac{1}{2}.$$

Aufgabe 2:

(a) Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem

$$(3x^2y - 1)dx + (x^3 + 6y - y^2)dy = 0 \quad \text{mit} \quad y(0) = 3.$$

(b) Zeigen Sie, dass die folgenden Differentialgleichungen nicht exakt sind, und finden Sie einen integrierenden Faktor der gegebenen Form

(i) $-2xy + (3x^2 - y^2)\frac{dy}{dx} = 0$, $\mu = \mu(y)$,

(ii) $ydx - (y^2 + x^2 + x)dy = 0$, $\mu = \rho(x^2 + y^2)$.

Aufgabe 3:

(a) Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

(i) $dy - \left(y + \frac{e^{-2x}}{y^2}\right)dx = 0$ mit $y(0) = 2$,

(ii) $y' + \frac{y}{x} - \sqrt{y} = 0$ mit $y(1) = 0$.

(b) Zeigen Sie, dass für $x > 0$ $\phi(x) = \frac{1}{x}$ eine Lösung der Gleichung

$$y' = y^2 - \frac{y}{x} - \frac{1}{x^2}$$

ist. Lösen Sie dann das folgende Anfangswertproblem

$$y' = y^2 - \frac{y}{x} - \frac{1}{x^2} \quad \text{mit} \quad y(1) = 2.$$

Aufgabe 4:

(a) Lösen Sie die folgende Differentialgleichung

$$4xy + 1 + (2x^2 + \cos y)y' = 0.$$

(b) Zeigen Sie, dass die folgenden Differentialgleichungen nicht exakt sind, und finden Sie einen integrierenden Faktor der gegebenen Form

(i) $\frac{dy}{dx} = -\frac{3xy+y^2}{x^2+xy}, \quad \mu = \mu(x),$

(ii) $(2x^2 + xy^2)dx + \left(\frac{x^3}{y} + 3x^2y\right)dy = 0, \quad \mu = \rho\left(\frac{y}{x}\right).$

Die Aufgaben 1 & 2 werden in der Übung am 31.10.2014 besprochen. Die restlichen Aufgaben werden im Tutorium am 7.11.2014 behandelt.