

## Höhere Mathematik III für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnik

### 3. Übungsblatt

#### Aufgabe 1:

- (a) Gegeben sei die folgende homogene Differentialgleichung

$$ty'' + 2y' - ty = 0. \quad (1)$$

Zeigen Sie zuerst, dass  $y_1(t) = \frac{e^t}{t}$  eine Lösung der Gleichung (1) ist. Bestimmen Sie dann eine zweite Lösung  $y_2$  mit dem d'Alembertschen Verfahren. Zeigen Sie, dass  $y_1$  und  $y_2$  linear unabhängig sind.

- (b) Gegeben sei die folgende inhomogene Differentialgleichung

$$y'' - \frac{1}{x}y' - 4x^2y = -4x^2. \quad (2)$$

Zeigen Sie zuerst, dass  $y_1(x) = e^{x^2}$  eine Lösung der homogenen Gleichung

$$y'' - \frac{1}{x}y' - 4x^2y = 0$$

ist. Bestimmen Sie dann die allgemeine Lösung der Gleichung (2).

#### Aufgabe 2:

- (a) Lösen Sie die folgenden (Anfangswert-)probleme:

(i)  $y^{(4)} - y = 0$ ,

(ii)  $y'' + 6y' + 9y = 0$  mit  $y(0) = 2, y'(0) = 0$ ,

(iii)  $y'' + 6y' + 13y = 0$  mit  $y(0) = 3, y'(0) = -1$ .

- (b) Betrachten Sie die folgende Differentialgleichung

$$a_5y^{(5)} + a_4y^{(4)} + a_3y''' + a_2y'' + a_1y' + a_0 = 0 \quad \text{mit } a_0, \dots, a_5 \in \mathbb{R}.$$

Seien  $y_1(x) = 1, y_2(x) = e^{-2x}, y_3(x) = xe^{-2x}, y_4(x) = \cos x, y_5(x) = \sin x$  Lösungen der obigen Differentialgleichung. Bestimmen Sie die Konstanten  $a_0, \dots, a_5$ .

### Aufgabe 3:

(a) Gegeben sei die folgende homogene Differentialgleichung

$$(e^x + 1)y'' - 2y' - e^x y = 0. \quad (3)$$

Zeigen Sie zuerst, dass  $y_1(x) = e^x - 1$  eine Lösung der Gleichung (3) ist. Bestimmen Sie dann eine zweite Lösung  $y_2$  mit dem d'Alembertschen Verfahren. Zeigen Sie, dass  $y_1$  und  $y_2$  linear unabhängig sind.

(b) Gegeben sei die folgende inhomogene Differentialgleichung

$$x^2 y'' - 2xy' + (x^2 + 2)y = x^3. \quad (4)$$

Zeigen Sie zuerst, dass  $y_1(x) = x \sin x$  eine Lösung der homogenen Gleichung

$$x^2 y'' - 2xy' + (x^2 + 2)y = 0$$

ist. Bestimmen Sie dann die allgemeine Lösung der Gleichung (4) .

### Aufgabe 4:

(a) Lösen Sie die folgenden (Anfangswert-)probleme:

(i)  $y^{(4)} + 2y'' + y = 0,$

(ii)  $9y'' + 6y' + 5y = 0$  mit  $y(0) = 6, y'(0) = 0,$

(iii)  $y''' - 6y'' + 11y' - 6y = 0$  mit  $y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 2.$

(b) Betrachten Sie die folgende Differentialgleichung

$$a_4 y^{(4)} + a_3 y''' + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 = 0 \quad \text{mit } a_0, \dots, a_4 \in \mathbb{R}.$$

Seien  $y_1(x) = e^{-x} \sin(\sqrt{2}x), y_2(x) = x e^{-x} \sin(\sqrt{2}x), y_3(x) = e^{-x} \cos(\sqrt{2}x), y_4(x) = x e^{-x} \cos(\sqrt{2}x)$  Lösungen der obigen Differentialgleichung. Bestimmen Sie die Konstanten  $a_0, \dots, a_4$ .

Die Aufgaben 1 & 2 werden in der Übung am 14.11.2014 besprochen. Die restlichen Aufgaben werden im Tutorium am 21.11.2014 behandelt.