

## Höhere Mathematik III für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnik

### 8. Übungsblatt

**Aufgabe 1:** Berechnen Sie eine Lösung des folgenden Randwertproblems mit einem Separationsansatz:

$$\begin{aligned}\Delta u(x, y) &= 0, & 0 \leq x \leq 2, & \quad 0 \leq y \leq 1, \\ u(x, 0) &= 0, & u(0, y) &= 0, \\ u(x, 1) &= \sin(\pi x), & u(2, y) &= 0.\end{aligned}$$

**Aufgabe 2:** Bestimmen Sie für die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung mit Dirichlet-Randbedingungen

$$\begin{aligned}\partial_t u(x, t) &= \partial_{xx} u(x, t), & 0 \leq x \leq 1, & \quad t > 0. \\ u(x, 0) &= 6 \sin(\pi x), \\ u(0, t) &= 0, \\ u(1, t) &= 0\end{aligned}$$

alle Lösungen der Form  $u(x, t) = v(x)w(t)$ .

**Aufgabe 3:** Bestimmen Sie die Lösung des Problems

$$\begin{aligned}\partial_{tt} u(x, t) - \partial_{xx} u(x, t) &= 0, & (x, t) &\in \mathbb{R}^2, \\ u(x, 0) &= \sin x, \\ \partial_t u(x, 0) &= \cos x.\end{aligned}$$

**Aufgabe 4:** Berechnen Sie die Lösung des folgenden Randwertproblems mit einem Separationsansatz:

$$\begin{aligned}\Delta u(x, y) &= 0, & 0 \leq x \leq 1, & \quad 0 \leq y \leq \pi, \\ u(x, 0) &= 0, & u(0, y) &= -\sin y, \\ u(x, \pi) &= 0, & u(1, y) &= \sin y.\end{aligned}$$

**Aufgabe 5:** Bestimmen Sie für die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung mit Neumann-Randbedingungen

$$\begin{aligned}\partial_t u(x, t) &= \partial_{xx} u(x, t), & 0 \leq x \leq 1, & \quad t > 0. \\ u(x, 0) &= \cos(\pi x) - 4 \cos(6\pi x), \\ \partial_x u(0, t) &= 0, \\ \partial_x u(1, t) &= 0\end{aligned}$$

alle Lösungen der Form  $u(x, t) = v(x)w(t)$ .

**Aufgabe 6:** Bestimmen Sie die Lösung des Problems

$$\begin{aligned}\partial_{tt}u(x, t) - 4\partial_{xx}u(x, t) &= 0, & (x, t) \in \mathbb{R}^2, \\ u(x, 0) &= 0, \\ \partial_t u(x, 0) &= x.\end{aligned}$$

Die Aufgaben 1, 2 & 3 werden in der Übung am 06.02.2015 besprochen. Die restlichen Aufgaben werden im Tutorium am 13.02.2015 behandelt.