KARLSRUHER INSTITUT FÜR TECHNOLOGIE
Institut für Analysis

Höhere Mathematik III für die Fachrichtung Elektro- und Informationstechnik

PD Dr. Peer C. Kunstmann
Dr. Andreas Müller-Rettkowski

Herbst 2014
23.09.2014

Bachelor-Modulprüfung

Aufgabe 1 [7+3 = 10 Punkte]

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$(1+x^2)y''(x) - 2xy'(x) + 2y(x) = 0. \qquad (\bullet)$$

(a) Berechnen Sie mit Hilfe eines (gewöhnlichen) Potenzreihenansatzes $y(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ die Lösung des dazugehörigen Anfangswertproblems mit $y(0) = -1$, $y'(0) = 0$.

(b) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $(\bullet)$.

Aufgabe 2 [10 Punkte]

Lösen Sie das Anfangswertproblem für die Funktionen $y_1 : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$, $y_2 : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$

$$\begin{aligned} y_1'(x) + 2y_1(x) &= 2\mathrm{i}y_2(x) \\ y_2'(x) - y_2(x) &= -2\mathrm{i}y_1(x) + e^{2x} \end{aligned}\quad, \quad \text{mit} \quad y_1(1) = 0, y_2(1) = 0.$$

Aufgabe 3 [10 Punkte]

Im Folgenden soll das Randwertproblem

$$\begin{aligned} 3D_1u(x,y) + 2D_2u(x,y) &= \sin(2x-3y) \\ u(x,0) &= xe^x \end{aligned} \qquad (\bullet\bullet)$$

für $x, y \in \mathbb{R}$ gelöst werden. Gehen Sie dabei *zum Beispiel* wie folgt vor:

(i) Bestimmen Sie eine Funktion $v(x,y)$ mit

$$\begin{aligned} 3D_1v(x,y) + 2D_2v(x,y) &= 0 \\ v(x,0) &= xe^x. \end{aligned}$$

(ii) Bestimmen Sie eine Funktion $w(x,y)$ mit

$$\begin{aligned} 3D_1w(x,y) + 2D_2w(x,y) &= \sin(2x-3y) \\ w(x,0) &= 0. \end{aligned}$$

(iii) Bestimmen Sie die Lösung des Randwertproblems $(\bullet\bullet)$.

Aufgabe 4 [2+3+5 = 10 Punkte]

(a) Geben Sie das zur linearen Differentialgleichung

$$y'''(x) + 7y''(x) - 3y'(x) + 4y(x) = e^x$$

äquivalente System erster Ordnung an.

(b) Die Funktionen $y_1(x) = x^2$, $y_2(x) = x^2 + 5e^{-x}\sin 2x$, $y_3(x) = x^2 - e^{(2i-1)x}$ sind Lösungen der Differentialgleichung

$$y''(x) + 2y'(x) + 5y(x) = 2 + 4x + 5x^2.$$

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung.

(c) Zeigen Sie, dass die Differentialgleichung

$$y^2 + (1 + xy)y' = 0$$

nicht exakt ist und bestimmen Sie einen integrierenden Faktor μ, der nur vom Produkt xy abhängt, $\mu(x, y) = \rho(xy)$.

Viel Erfolg!

Nach der Klausur: Die **Klausurergebnisse** können voraussichtlich ab Mittwoch, den 15.10.2014, am schwarzen Brett neben Zimmer 3A-17 (Allianzgebäude 05.20) und auf der Vorlesungswebseite

`http://www.math.kit.edu/iana1/`

eingesehen werden.

Die **Klausureinsicht** findet am Mittwoch, den 22.10.2014, von 16:00 Uhr bis 18:00 Uhr im Hörsaal am Fasanengarten (Gebäude 50.35) statt.

Die **mündlichen Nachprüfungen** sind in der Woche vom 27.10.2014 bis 31.10.2014.