

HÖHERE MATHEMATIK III FÜR DIE FACHRICHTUNG ELEKTROTECHNIK UND
INFORMATIONSTECHNIK

BACHELOR-MODULPRÜFUNG ALTE PRÜFUNGSORDNUNG

AUFGABE 1 (5+5=10 PUNKTE)

- a) Geben Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'' - 3y' + 2y = x + e^x$$

an.

- b) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y'' + xy' + y = x^2,$$

$$y(0) = 0,$$

$$y'(0) = 0,$$

mit Hilfe des Potenzreihenansatzes $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$.

AUFGABE 2 (5 + (1 + 4)=10 PUNKTE)

- a) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$2y' = y - xy^3, \quad x > 0,$$

$$y(0) = \frac{1}{2}.$$

- b) Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 4 \\ 1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (i) Zeigen Sie, dass das charakteristische Polynom von A durch $p_A(\lambda) = -(1 - \lambda)^2(1 + \lambda)$ gegeben ist.
(ii) Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem von $\vec{y}' = A\vec{y}$.

AUFGABE 3 (3+7=10 PUNKTE)

- a) Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$\begin{aligned}u_t - 2u_x &= e^{x+t}, \quad x, t \in \mathbb{R}, \\u(x, 0) &= \cos(x).\end{aligned}$$

- b) Geben Sie alle Funktionen $u : [0, 1] \times (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad x \in (0, 1), t > 0,$$

an, die die Form $u(x, t) = v(x)w(t)$ besitzen und die Randbedingungen

$$u(0, t) = u(1, t) = 0$$

für alle $t > 0$ erfüllen.

AUFGABE 4 (3+2+5=10 PUNKTE)

- a) Sei

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie e^{tB} über die Reihendarstellung der Matrixexponentialfunktion.

Hinweis: Benutzen Sie die Potenzreihen von e^t und e^{-t} .

- b) Überführen Sie das Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned}y'' &= x' + 2y + 3y' \\x'' &= y' - x' - 2x,\end{aligned}$$

in ein Differentialgleichungssystem erster Ordnung. Hier $x = x(t)$, $y = y(t)$ sind Funktionen von t . Sie müssen das System nicht lösen.

- c) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$xy'' - 2(x+1)y' + (x+2)y = 0 \quad x > 0.$$

Hinweis: Eine Lösung der Differentialgleichung ist $y = e^x$.

VIEL ERFOLG!

Hinweise für nach der Klausur:

- Die **Ergebnisse** der Modulprüfung werden am Donnerstag, den 19.10.2017, neben dem Zimmer 2.027 (Geb. 20.30) und unter auf dem Campussystem veröffentlicht.
- Die **Einsichtnahme** in die korrigierten Modulprüfungen findet am Mittwoch, den 25.10.2017, von 16 bis 18 Uhr im Hörsaal am Fasanengarten (Geb. 50.35) statt.
- Die **mündlichen Nachprüfungen** finden in der Woche vom 30.10.2017 bis 03.11.2017 statt.