

Klausur
Höhere Mathematik III für die Fachrichtung
Elektrotechnik und Informationstechnik

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Verwenden Sie die Methode der Variation der Konstanten und finden Sie die allgemeine reelle Lösung des Systems

$$\vec{y}'(t) = A\vec{y}(t) + \begin{pmatrix} \tan^2 t - 1 \\ \tan t \end{pmatrix}, \quad t \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right).$$

Aufgabe 2 (5 + 5 = 10 Punkte)

a) Bestimmen Sie die Lösung von

$$\left(\frac{1}{y} + y \sin 2x\right) dx - 2 \cos^2 x dy = 0, \quad y(0) = 1,$$

Hinweis: Es gibt einen integrierenden Faktor, der nur von einer Variablen abhängt.

b) Finden Sie die allgemeine Lösung der Gleichung

$$x^2 y'' + 4xy' + 2y = 8x^3$$

auf dem Intervall $(1, \infty)$.

Aufgabe 3 (5 + 5 = 10 Punkte)

Lösen Sie die Anfangswertprobleme :

a) $y' + \frac{x}{1+x^2}y + 2xy^2 = 0, \quad y(0) = \frac{1}{2}, \quad x \in \mathbb{R}.$

b) $xy' - (2x + 1)y + y^2 + x^2 = 0, \quad y(1) = 2, \quad x \in \mathbb{R}.$

Hinweise: 1) $y = x$ ist eine Lösung der Differentialgleichung, die jedoch die Anfangsbedingung nicht erfüllt.

2) Das genaue Existenzintervall muss nicht angegeben werden.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Für $x \in [0, 1]$ sei $f(x) := \sin(\pi x) \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right).$

Lösen Sie mit einem Separationsansatz die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung

$$\begin{aligned}\partial_t u(x, t) &= \partial_{xx} u(x, t) && \text{in } (0, 1) \times (0, \infty), \\ u(0, t) &= \partial_x u(1, t) = 0 && \text{für } t > 0, \\ u(x, 0) &= f(x) && \text{für } x \in [0, 1].\end{aligned}$$

Hinweis: Es gilt

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)] .$$

Viel Erfolg!

Hinweise für nach der Klausur: Die Klausurergebnisse hängen ab Dienstag, **26.03.2013**, am Schwarzen Brett neben Zimmer 3A-17 (Allianz-Gebäude 05.20) aus und liegen unter <http://www.math.kit.edu/iana1...> im Internet.

Die **Klausureinsicht** findet am Mittwoch, den **17.04.2013**, von 16.00 bis 18.00 Uhr im Benz Hörsaal (Geb.10.21) statt.

Die mündlichen Nachprüfungen sind in der Woche vom **22.04.2013** bis **26.04.2013** im Allianz-Gebäude 05.20 (3.OG.).