

**Diplom–Vorprüfung**  
**Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen**  
**Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie**

**Aufgabe 1 (10 Punkte)**

Bestimmen Sie das Bildgebiet von

$$G = \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Im} z < 0, \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z > 0\}$$

unter der Abbildung  $f(z) = \frac{i}{z^2 + 1}$ .

Wenn Kreise auftreten, sind Radius und Mittelpunkt anzugeben, bei Geraden zwei Punkte. Skizzieren Sie das Bildgebiet  $f(G)$ .  
Begründen Sie Ihr Vorgehen.

**Aufgabe 2 (10 Punkte)**

a) Leiten Sie die folgende Entwicklung ab:

$$\frac{1}{(i+z)^2} = -\sum_{k=0}^{\infty} i^k (k+1) z^k, \quad \text{und}$$

geben Sie den Konvergenzbereich der Reihe an.

b) Berechnen Sie

$$\operatorname{Re} \left( \oint_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{e^{\frac{1}{z}}}{(i+z)^2} dz \right) \quad \text{und} \quad \operatorname{Im} \left( \oint_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{e^{\frac{1}{z}}}{(i+z)^2} dz \right).$$

**Aufgabe 3 (10 Punkte)**

Es liegt für  $y = y(x)$  die Differentialgleichung

$$xy'^2 - 2yy' - 8y = 0 \quad \text{vor.}$$

- a) Berechnen Sie alle Lösungen zunächst in Parameterform, dann in expliziter Form.
- b) Berechnen Sie die Lösungen, die der Bedingung  $y(1) = 0$  genügen.

#### Aufgabe 4 (10 Punkte)

Es sei

$$Ly(x) = y''(x) - 2(x+1)y'(x) + (x^2 + 2x)y(x), x \in \mathbb{R}.$$

a) Lösen Sie die Gleichung  $Ly(x) = 0$  wie folgt:

Man setze  $y(x) = v(x)w(x)$  an und bestimme  $v = v(x)$  so, dass die transformierte Differentialgleichung keine Terme mit  $w'(x)$  enthält.

Berechnen Sie ein Fundamentalsystem von Lösungen von  $Ly = 0$ .

b) Lösen Sie das Problem  $Ly(x) = 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$ .

c) Berechnen Sie die allgemeine Lösung von  $Ly(x) = xe^{\frac{x^2}{2}}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

**Viel Erfolg!**

#### Hinweise für nach der Klausur:

Die Ergebnisse der Vordiplomklausuren hängen ab Donnerstag, dem 10. April 2003, vor dem Sekretariat aus und liegen unter

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/~mi1/Schneider/HM/vd-f.html>

im Internet.

Die Klausureinsicht findet für diejenigen, die sich einer mündlichen Nachprüfung stellen müssen, am Dienstag, dem 29. April 03, von 13.15 bis 13.45 Uhr im Seminarraum S31 (Mathematikgebäude) statt.

Ort und Termin für alle übrigen werden noch bekanntgegeben.

Die Nachprüfungen selbst sind in der Woche vom 5. bis 9. Mai 03.