

Diplom-Vorprüfung
Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 (10 Punkte)

- a) Konstruieren Sie eine ganze lineare Transformation $\xi = \xi(z)$, die das Gebiet

$$G_z = \{z \in \mathbb{C} \mid 0 < \operatorname{Im} z < 2\}$$

auf das Gebiet

$$G_\xi = \{\xi \in \mathbb{C} \mid \pi < \operatorname{Im} \xi < 2\pi\}$$

abbildet, wobei $\xi(0) = i\pi$ und $\xi(2i) = 2\pi i$ gilt.

- b) Bestimmen Sie eine konforme Abbildung $\eta = \eta(z)$, die G_z auf die untere Halbebene

$$G_\eta = \{\eta \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Im} \eta < 0\}$$

abbildet (Anleitung: Verwenden Sie a)).

- c) Bilden Sie G_η durch die Möbius-Transformation

$$w = \frac{\eta + i}{i\eta + 1}$$

ab und skizzieren Sie das Bildgebiet.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Gegeben ist

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{dt}{(\sqrt{2} + \cos t)^2}.$$

- a) Zeigen Sie, dass der Integrand von I auf $[0, 2\pi]$ stetig ist.
b) Berechnen Sie den Wert von I .

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Gegeben ist das lineare Differentialgleichungssystem $\vec{x}' = A\vec{x}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}.$$

- Berechnen Sie aus dem System eine Differentialgleichung für $x_1(t)$ und deren allgemeine Lösung.
- Bestimmen Sie damit $x_2(t)$ und die allgemeine Lösung $\vec{x}(t)$ des Systems.
- Lösen Sie das Anfangswertproblem mit

$$\vec{x}(0) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Gegeben ist die Differentialgleichung

$$(1 - x^2)y'' - 2xy' + 12y = 0.$$

- Begründen Sie, dass die Lösungen dieser Differentialgleichung im Intervall $(-1, 1)$ in eine Potenzreihe um den Ursprung entwickelt werden können.
- Bestimmen Sie mittels eines Potenzreihenansatzes die Lösung y , für die

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = -\frac{3}{2}$$

gilt.

Viel Erfolg!

Hinweise für nach der Klausur:

Die Ergebnisse der Vordiplomklausuren hängen ab Freitag, dem 17.06.2005, vor dem Sekretariat aus und liegen unter

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/milschneider/event/hm3-f05wied/>

im Internet.

Die Klausureinsicht findet für **a l l e** Studierenden, die an der Wiederholungsklausur teilgenommen haben, am

Mittwoch, dem 22. Juni 2005, von 15.45 – 17.15 Uhr

im Seminarraum S 34 (Mathematikgebäude) statt.

Die **mündlichen** Prüfungen sind am Freitag, dem 24.06.2005 (vormittags).