

2. Übungsklausur
Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Berechnen Sie

$$I = \oint_{|z|=3} \frac{z \sin z}{(2z - \pi)^2} dz ,$$

wobei $|z| = 3$ einmal mit mathematisch positiver Orientierung durchlaufen wird.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

- a) Berechnen Sie sämtliche Nullstellen der Funktion

$$f(z) = \sin z - \cos z ,$$

und bestimmen Sie deren Vielfachheit.

- b) z_0 sei die dem Ursprung nächstgelegene Nullstelle von f . Bestimmen Sie für die Funktion

$$g(z) = (\sin z - \cos z)^{-2}$$

den Hauptteil der Laurent-Entwicklung um z_0 , und bestimmen Sie das Residuum von g in z_0 .

(**Hinweis:** Für beliebiges $a \in \mathbb{C}$ gilt $\sin a = \cos(a - \frac{\pi}{2})$.)

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Berechnen Sie das Integral

$$J = \int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + a^2)(x^2 + b^2)} \quad (a > 0, b > 0) .$$

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Für $y \neq 0$ ist die Differentialgleichung

$$(x + y)dx - \frac{x^2}{y} dy = 0$$

gegeben.

- a) Zeigen Sie, dass diese Differentialgleichung nicht exakt ist.
- b) Die Differentialgleichung besitzt einen integrierenden Faktor μ der Form

$$\mu(x, y) = (xy)^\alpha, \alpha \in \mathbb{Z}.$$

Bestimmen Sie α und die zugehörige exakte Differentialgleichung.

- c) Berechnen Sie die allgemeine Lösung in der expliziten Form $y = y(x)$.

Viel Erfolg!

Nach der Klausur:

Die korrigierten Übungsklausuren können ab Dienstag, dem **15. Februar 2005**, im Sekretariat (312) abgeholt werden. Fragen zur Korrektur sind ausschließlich am 17. Februar von 13.15 Uhr bis 13.45 Uhr im Seminarraum S 31 möglich.