2. Übungsklausur
Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Es ist $f(z) = \dfrac{1}{z^2 - 5z + 4}$, $z \in \mathbb{C}$, gegeben.

a) Klassifizieren Sie die Singularitäten von f.

b) Geben Sie die Konvergenzbereiche an für die verschiedenen Laurent–Reihen um $z_0 = 2$. Kennzeichnen Sie diejenige dieser Reihen, die in $2 + \dfrac{3}{2}i$ konvergiert.

c) Berechnen Sie die Laurent–Reihe um $z_0 = 2$, die in $2 + \dfrac{3}{2}i$ konvergiert.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

a) Berechnen Sie für $z \in \mathbb{C}$, $|z| \neq 1$:

$$\oint_{|\xi|=1} \frac{\xi + z}{\xi - z} \, \frac{d\xi}{\xi} \, .$$

b) Schreiben Sie $I = \int\limits_0^{2\pi} e^{e^{-it}} dt$ als Integral über eine Kurve in der komplexen Ebene und berechnen Sie I.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

a) Berechnen Sie alle Lösungen der Differentialgleichung

$$yy'^2 - 2xy' + y = 0 \, .$$

b) Untersuchen Sie, ob es Lösungskurven durch die Punkte $(2, 2)$ und $(1, 2)$ gibt. Wenn ja, berechnen Sie diese.

(Sie benötigen eventuell, dass $\dfrac{1}{2} \ell n \dfrac{x^2}{1 + x^2}$ eine Stammfunktion von $\dfrac{1}{x(1 + x^2)}$ ist.)

Aufgabe 4 (10 Punkte)

a) Entscheiden Sie, ob die Differentialgleichung

$$(+) \qquad y'(x) = \frac{1}{y^3(x) - xy(x)} \qquad \text{exakt ist.}$$

Berechnen Sie gegebenenfalls einen integrierenden Faktor.

b) Berechnen Sie alle Lösungen (in impliziter Form) von (+).

c) Überprüfen Sie, ob es Lösungskurven von (+) durch $(-1, \sqrt{2})$ gibt. Wenn ja, geben Sie diese an.

Viel Erfolg!

Nach der Klausur:
Die korrigierten Übungsklausuren können ab Montag, den **13. Februar 2006**, im Sekretariat (312) abgeholt werden.

Fragen zur Korrektur sind ausschließlich am **15. Februar 2006** von 13.15 Uhr bis 13.45 Uhr im Seminarraum S 31 möglich.