

Bachelor–Modulprüfung
Komplexe Analysis und Integraltransformationen

Aufgabe 1 (3+3+4=10 Punkte)

- a) Bestimmen Sie mit der Laplacetransformationsmethode die Lösung $y: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ der Differentialgleichung

$$y''(t) + 5y'(t) + 4y(t) = (1 + 3t)e^{-t}, \quad t \geq 0,$$

die den Anfangsbedingungen

$$y(0) = 1 \quad \text{und} \quad y'(0) = -1$$

genügt.

- b) Ein System mit Eingang u und Ausgang y sei durch die Differentialgleichung

$$y'' + 3y' + 2y = u' + 4u$$

gegeben. Bestimmen Sie die zugehörige Impulsantwort $g(t)$ und die Sprungantwort $h(t)$ des Systems.

- c) Die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sei definiert durch

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ 1 - t & \text{für } t \in [0, 2) \\ 3 - t & \text{für } t \in [2, 4) \\ \sin(t - 4) & \text{für } t \geq 4 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Ermitteln Sie die distributionelle Ableitung DT_f von T_f und die Laplacetransformierte $\mathcal{L}\{DT_f\}$.

Hinweis für Hörer aus dem SS 2008: $T_f \equiv [f]$.

Aufgabe 2 (3+3+4=10 Punkte)

In den folgenden Kurvenintegralen sei $\gamma: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{C}$.

a) Berechnen Sie $\int_{|z+1-i|=2} \frac{e^z}{z^4-1} dz = \int_{\gamma} \frac{e^z}{z^4-1} dz$, wobei $\gamma(t) = -1 + i + 2e^{it}$.

b) Berechnen Sie $\int_{|z|=2} \frac{e^{1/(z-3)}}{(z+1)^2} dz = \int_{\gamma} \frac{e^{1/(z-3)}}{(z+1)^2} dz$, wobei $\gamma(t) = 2e^{it}$.

c) Untersuchen Sie, ob sich die durch $F(w) := e^{\sin w}$ definierte Funktion um $w_0 = 0$ in eine Potenzreihe entwickeln läßt und für welche w diese gegebenenfalls konvergiert.

Berechnen Sie dann

$$\int_{|z|=1/2} z e^{\sin(1/z)} dz = \int_{\gamma} z e^{\sin(1/z)} dz,$$

wobei $\gamma(t) = e^{it}/2$.

Viel Erfolg!

Nach der Klausur:

Die Klausurergebnisse hängen ab Freitag, den 26.03.2010, am Schwarzen Brett neben Zimmer 3A-17 (Allianz-Gebäude 05.20) aus und liegen unter

<http://www.math.kit.edu/iana1/>

im Internet.

Die **Klausureinsicht** findet am Mittwoch, den 14.04.2010, von 14:00 Uhr bis 16:00 Uhr im Benz-Hörsaal statt.

Die mündlichen Nachprüfungen sind in der Woche vom 19.04.2010 bis 23.04.2010 im Allianz-Gebäude 05.20.