Übungsblatt 2

Komplexe Analysis und Integraltransformationen

Sommersemester 2020

Aufgabe 2.1 • • ○ Definition der Laplace-Transformation

2.1.1 Berechnen Sie die Laplace-Transformierte der Funktion $f(t) = 1 - e^{-\alpha t}$ mit $\alpha \in \mathbb{C}$ unter Verwendung der Definition der Laplace-Transformation.

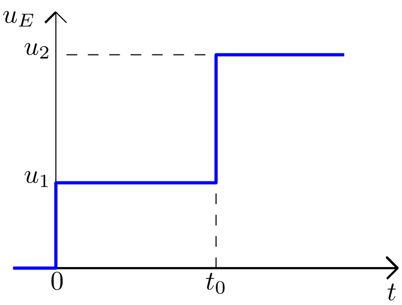
2.1.2 Berechnen Sie die Laplace-Transformierte der Funktion $f(t) = \sin(\alpha t)$ mit $\alpha \in \mathbb{R}$.
Hinweis: Nutzen Sie die Darstellung der Sinus-Funktion als Summe komplexer Exponentialfunktionen.

Aufgabe 2.2 • • ○ Differentiationsregeln der Laplace-Transformation

2.2.1 Bestimmen Sie die Laplace-Transformierten der Differentialgleichungen aus Aufgabe 1.1. Nehmen Sie hierfür an, dass die Eingangsspannungen bzw. -kräfte zum Zeitpunkt $t = 0$ sprunghaft auf einen konstanten Wert u_{E0} beziehungsweise F_{E0} ansteigen. Gehen Sie von verschwindenden Anfangswerten aus.

2.2.2 Vergleichen Sie die Differentialgleichungen mit ihren Laplace-Transformierten. Welcher Vorteil ergibt sich durch Laplace-Transformation?

2.2.3 Betrachten Sie nun erneut die Schaltung aus Aufgabe 1.2 (a). Die Eingangsspannung $u_E(t)$ verlaufe wie im folgenden Diagramm dargestellt:



Wie unterscheidet sich die Berechnung der Laplace-Transformierten in dieser Situation von jener in Aufgabe 2.2.1?

2.2.4 Bestimmen Sie die Laplace-Transformierte der Differentialgleichung aus Aufgabe 1.2 (a), wenn der in Aufgabe 2.2.3 beschriebene Spannungsverlauf eingangsseitig anliegt.

Aufgabe 2.3 • ○ ○ Differentiationsregeln

2.3.1 Betrachten Sie die folgende Funktion $f(t)$ mit $a \in \mathbb{R}$:

$$f(t) = a + \sigma(t) + \sin(t) \qquad (1)$$

Welche der aus der Vorlesung bekannten Differentiationsregeln kann für die Berechnung der Laplace-Transformierten der Ableitung von $f(t)$ eingesetzt werden?

2.3.2 Berechnen Sie die Laplace-Transformierte der Ableitung von $f(t)$ mithilfe der gewöhnlichen Differentiationsregel. Nutzen Sie hierfür Korrespondenz der Sinus-Funktion:

$$\sin(\alpha t) \circ\!\!-\!\!\bullet \frac{\alpha}{s^2 + \alpha^2} \tag{2}$$

2.3.3 Es sei nun $\tilde{f}(t) = f(t) + \sigma(t - t_0)$ mit $t_0 > 0$. Ändert sich damit die Aussage aus 2.3.1 zur Berechnung der Laplace-Transformierten der Ableitung von $\tilde{f}(t)$?

2.3.4 Nutzen Sie die folgende Korrespondenz, um die Laplace-Transformierte der Ableitung von $\tilde{f}(t)$ zu bestimmen:

$$\sigma(t - t_0) \circ\!\!-\!\!\bullet \frac{e^{-t_0 s}}{s} \tag{3}$$