Übungsblatt 3

Komplexe Analysis und Integraltransformationen

Sommersemester 2020

Aufgabe 3.1 ● ● ● Partialbruchzerlegung

3.1.1 Führen Sie einen Koeffizientenvergleich durch, um die Partialbruchzerlegung der folgenden Funktion $F(s)$ zu bestimmen:

$$F(s) = \frac{s^2 + 4}{(s+1)(s+2)^3} \tag{1}$$

3.1.2 Nutzen Sie nun die zweite in der Vorlesung vorgestellte Methode, um die Partialbruchzerlegung von $F(s)$ zu bestimmen. Die r_{ij} berechnen sich hierbei zu:

$$r_{ij} = \frac{1}{(n_i - j)!} \lim_{s \to \alpha_i} \left[\frac{\mathrm{d}^{n_i - j} F(s)(s - \alpha_i)^{n_i}}{\mathrm{d}s^{n_i - j}} \right], j \in [1, n_i] \tag{2}$$

Hierbei gilt die in der Vorlesung eingeführte Notation.

3.1.3 Nutzen Sie die folgende Korrespondenz, um Ihr Ergebnis aus den vorigen Teilaufgaben vom Laplace-Bereich in den Zeitbereich zu überführen:

$$\frac{1}{(s-\alpha)^{n+1}} \bullet\!\!-\!\!\circ \frac{t^n}{n!} e^{\alpha t} \tag{3}$$

3.1.4 Betrachten Sie die Ergebnisse der vorigen Teilaufgabe erneut. Warum ist die Partialbruchzerlegung ein nützliches Hilfsmittel bei der Rücktransformation aus dem Laplace-Bereich?

Aufgabe 3.2 ● ● ○ Integrationsregel

3.2.1 Berechnen Sie die Laplace-Transformierte folgender Gleichung der Operationsverstärkerschaltung von Übungsblatt 1:

$$u_A(t) = -\frac{1}{C_1} \left[\int_0^t \left(\frac{u_E(t)}{R_1} + \frac{u_A(t)}{R_2} \right) \mathrm{d}t + Q(0) \right] \tag{4}$$

Nehmen Sie hierbei an, dass der Kondensator zu Beginn der Betrachtung ungeladen ist, also $Q(0) = 0$ gilt.

3.2.2 Bringen Sie Ihre Laplace-Transformierte auf die folgende Form:

$$U_A(s) = G(s)\, U_E(s) \tag{5}$$

3.2.3 Wie müsste die Schaltung abgeändert werden, um eine Integratorschaltung zu erhalten? Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse aus 3.2.2 unter diesem Gesichtspunkt mit der Integrationsregel der Laplace-Transformation.