

Übungsblatt 7

Komplexe Analysis und Integraltransformationen

Sommersemester 2020

Aufgabe 7.1 ••◦ Residuensatz

7.1.1 Die Laurent-Entwicklung der Funktion $F(s) = \frac{1}{s^2+1}$ um $s = j$ hat die folgende Gestalt:

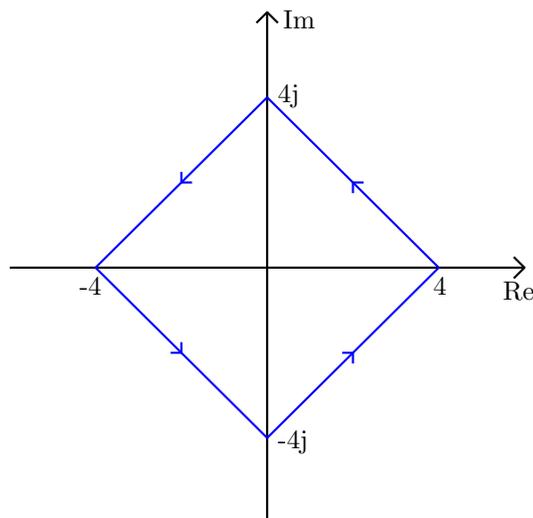
$$F(s) = \frac{1}{2j} \sum_{k=-1}^{\infty} \left(\frac{j}{2}\right)^{k+1} (s-j)^k \quad (1)$$

Berechnen Sie das Kurvenintegral $\int_C F(s) ds$, wobei C ein Kreis mit Radius 1 um $s = j$ ist.

7.1.2 Bestimmen Sie den Wert des folgenden Integrals:

$$\frac{1}{2\pi j} \int_C \frac{(s+1)^2}{\sin(s)} ds \quad (2)$$

Die Kurve C kann hierbei der folgenden Darstellung entnommen werden:



Aufgabe 7.2 ••• Komplexe Umkehrformel

7.2.1 Bestimmen Sie die Originalfunktion der folgenden Bildbereichsfunktion durch Anwendung der komplexen Umkehrformel:

$$F(s) = \frac{1}{\prod_{k=1}^n (s - \alpha_k)} \quad (3)$$

Hierbei gilt $n \in \mathbb{N}$.

7.2.2 Wie hätte diese Korrespondenz einfacher hergeleitet werden können?