

Übungsblatt 11

Komplexe Analysis und Integraltransformationen

Sommersemester 2020

Aufgabe 11.1 ••◦ Rücktransformation

11.1.1 Berechnen Sie die Zahlenfolge, die zur folgenden z -Transformierten gehört, mithilfe einer Partialbruchzerlegung:

$$F_z(z) = \frac{1}{z^3 - 2z^2 + z} \quad (1)$$

11.1.2 Berechnen Sie die Rücktransformation der folgenden Funktion, indem Sie die geometrische Reihe nutzen:

$$F_z(z) = \frac{z - 1}{z^3 - 2z^2 + z} \quad (2)$$

11.1.3 Berechnen Sie die Folgendarstellung von (2) mithilfe eines Reihen-Ansatzes. Es genügt hierbei, die ersten drei Folgenglieder zu berechnen.

11.1.4 Berechnen Sie die Folgendarstellung von (2) nun durch einen Taylor-Koeffizienten-Ansatz. Es ist erneut ausreichend, die ersten drei Folgenglieder zu berechnen.

11.1.5 Berechnen Sie den Wert des ersten zu (2) gehörigen Folgenglieds mithilfe der komplexen Umkehrformel.

Aufgabe 11.2 ••◦ Lösung von Differenzgleichungen

11.2.1 Durch Zeitdiskretisierung einer Differentialgleichung, die das dynamische Verhalten eines Systems beschreibt, erhält man die folgende Differenzgleichung:

$$y_{k-2} - 5y_{k-1} + 6y_k = -u_{k-1} + 4u_k \quad k \in \mathbb{N}_0 \quad (3)$$

Zunächst können hierbei y_{-2}, y_{-1}, u_{-1} von Null verschieden sein. Transformieren Sie diese Differenzgleichung in den z -Bereich.

11.2.2 Wie lautet die z -Übertragungsfunktion $G_z(z)$ des diskretisierten Systems?

11.2.3 Berechnen Sie die zu $G_z(z)$ gehörende Gewichtsfolge (g_k) .

11.2.4 Verifizieren Sie ihr Ergebnis durch Einsetzen von (g_k) in (3).