

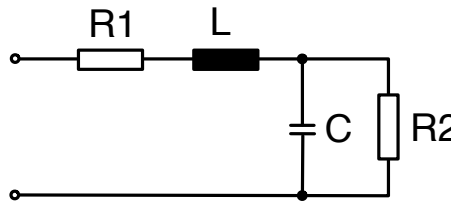
**Vordiplomprüfung: Lineare elektrische Netze
am 20. Februar 2009**

Aufgabe 1

Ortskurve

(12 Punkte)

a) Schaltkreis:



b) Werte berechnen:

$$\underline{Z}_a = 300\Omega + j100\Omega$$

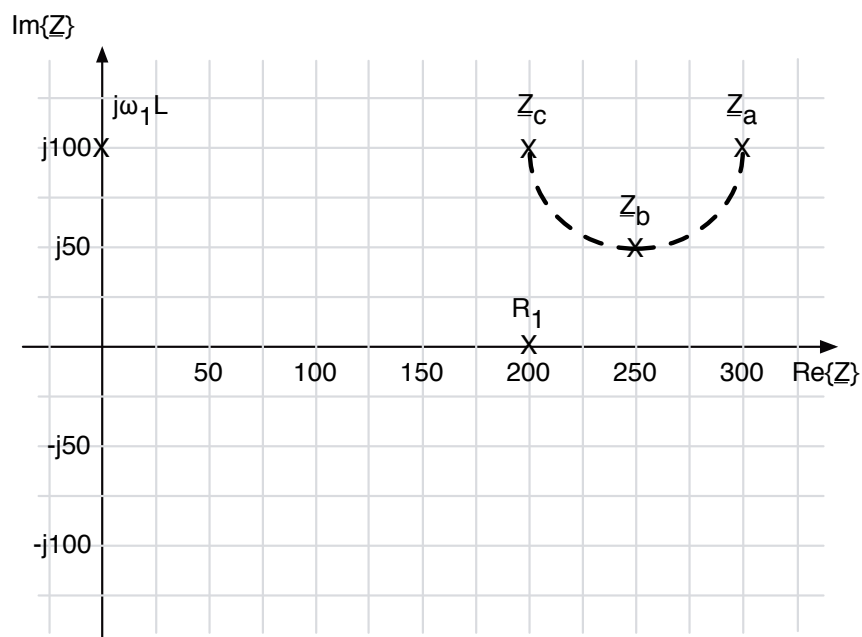
$$\underline{Z}_b = 250\Omega + j50\Omega$$

$$\underline{Z}_c = 200\Omega + j100\Omega$$

c) R_1 und $j\omega_1 L$ einzeichnen

d) Z_a , Z_b und Z_c einzeichnen

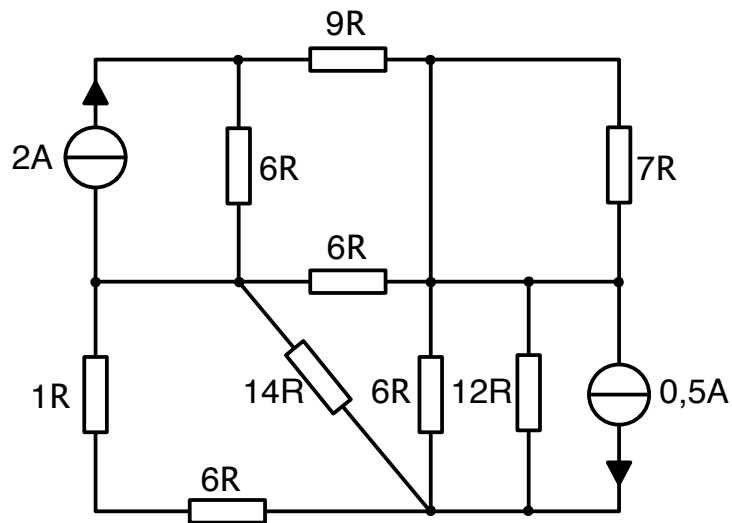
e) Ortskurve zeichnen



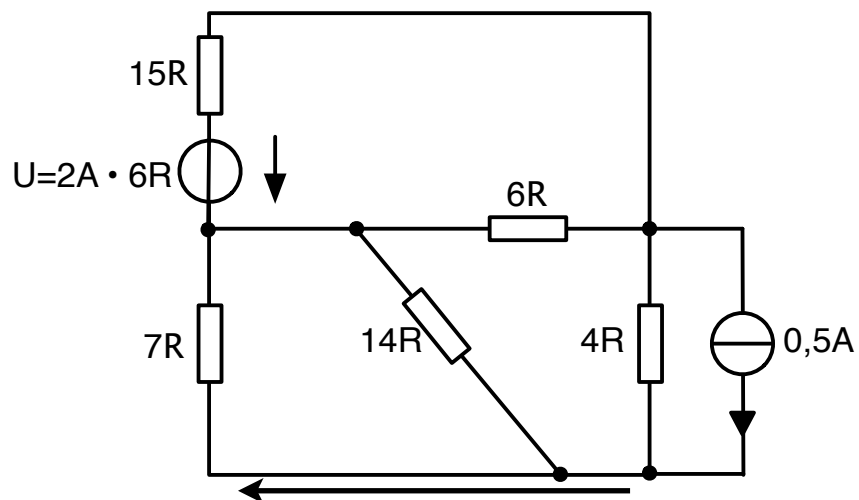
Aufgabe 2

Netzwerk

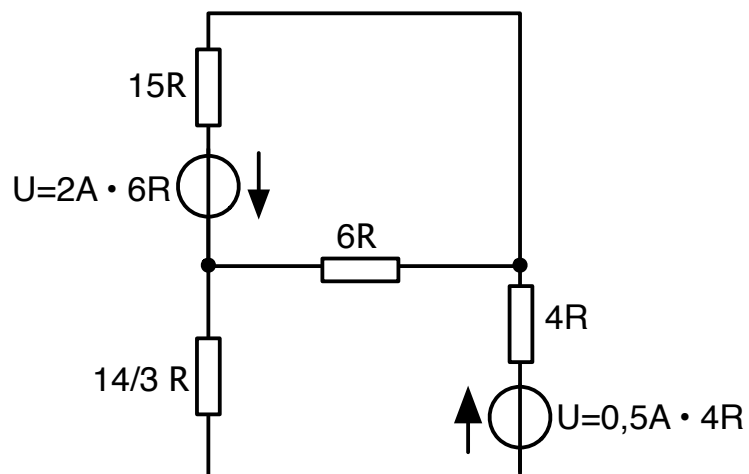
(6 Punkte)



$$6\Omega \parallel 12\Omega = 4\Omega$$



$$7\Omega \parallel 14\Omega = 14/3\Omega$$



Aufgabe 3

Maschenstromverfahren

(15 Punkte)

a) Maschengleichungen Aufstellen:

$$\begin{bmatrix} 15\Omega + 2\Omega + 2\Omega & -2\Omega & -2\Omega \\ -2\Omega & 10\Omega + 2\Omega + 2\Omega & -2\Omega \\ -2\Omega & -2\Omega & 2\Omega + 2\Omega + 7\Omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{M1} \\ I_{M2} \\ I_{M3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12V \\ 5V \\ 0V \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 19 & -2 & -2 \\ -2 & 14 & -2 \\ -2 & -2 & 11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{M1} \\ I_{M2} \\ I_{M3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Cramersche Regel anwenden:

$$\begin{aligned} D &= \begin{vmatrix} 19 & -2 & -2 \\ -2 & 14 & -2 \\ -2 & -2 & 11 \end{vmatrix} \\ &= 19[14 \cdot 11 - 4] - (-2)[-22 - 4] + (-2)[4 - (-28)] \\ &= 19 \cdot 150 - 52 - 64 \\ &= 2734 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D1 &= \begin{vmatrix} 12 & -2 & -2 \\ 5 & 14 & -2 \\ 0 & -2 & 11 \end{vmatrix} \\ &= 12[154 - 4] - (-2)[55 - 0] + (-2)[-10 - 0] \\ &= 12 \cdot 150 + 110 + 20 \\ &= 1930 \\ I_{M1} &= \frac{D1}{D} = \frac{1930}{2734} = 0,7059A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D2 &= \begin{vmatrix} 19 & 12 & -2 \\ -2 & 5 & -2 \\ -2 & 0 & 11 \end{vmatrix} \\ &= 19[55 - 0] - (12)[-22 - 4] + (-2)[0 - (-10)] \\ &= 19 \cdot 55 - 12 \cdot (-26) - 20 \\ &= 1337 \\ I_{M2} &= \frac{D2}{D} = \frac{1337}{2734} = 0,489A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_3 &= \begin{vmatrix} 19 & -2 & 12 \\ -2 & 14 & 5 \\ -2 & -2 & 0 \end{vmatrix} \\ &= 19[0 - (-10)] - (-2)[0 - (-10)] + 12[4 - (-28)] \\ &= 190 + 20 + 12 \cdot 32 \\ &= 594 \\ I_{M3} &= \frac{D_3}{D} = \frac{594}{2734} = 0,217 A \end{aligned}$$

c) Für ein LGS (z.B.: $Ax=b$) mit N Gleichungen und N Unbekannten muss gelten:

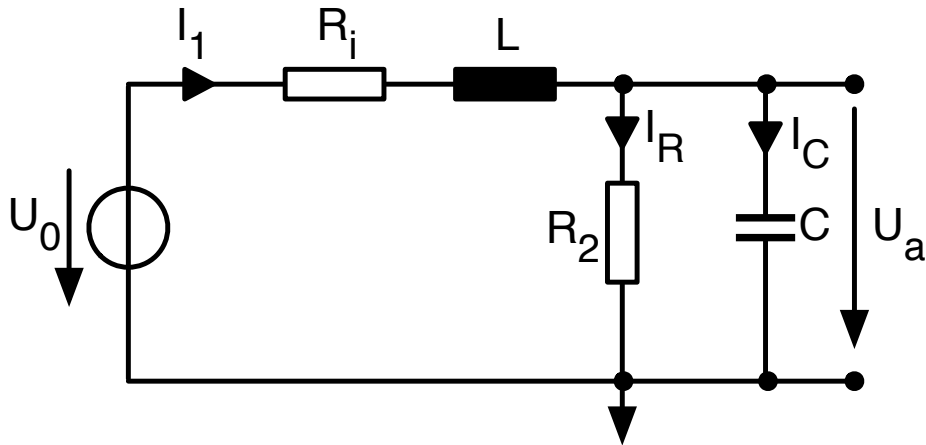
- Der Rang der Matrix A muss gleich N sein
- Die Determinante von A muss ungleich Null sein.

Aufgabe 4

Zeigerdiagramm

(19 Punkte)

a)



$$\begin{aligned}
 \underline{U}_0 &= R_i \cdot I_0 \\
 &= 4V + j3V \\
 |\underline{U}_0| &= \sqrt{4^2 + 3^2}V = 5V \\
 \arg : &= \arctan\left(\frac{3V}{4V}\right) = 36,86^\circ = 0,6435\text{rad} \\
 \underline{U}_0 &= 5V \cdot e^{j0,6435}
 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
 \underline{Z}_{ges} &= R_i + j\omega L + R_2 \parallel \frac{1}{j\omega C} \\
 &= R_i + \frac{R_2}{R_2^2\omega^2 C^2 + 1} + j\left(\omega L - \frac{R_2^2\omega C}{1 + R_2^2\omega^2 C^2}\right) \\
 &= 108.45\Omega + j113.29\Omega \\
 \underline{I}_1 &= \frac{\underline{U}_0}{\underline{Z}_{ges}} = 31,455\text{mA} - j5,197\text{mA} \\
 \underline{U}_L &= j\omega L \cdot \underline{I}_1 = 0,653V + j3,953V \\
 \underline{U}_{Ri} &= R_i \cdot I_1 = 0,315V - j0,052V
 \end{aligned}$$

c) Diagramm siehe 3d

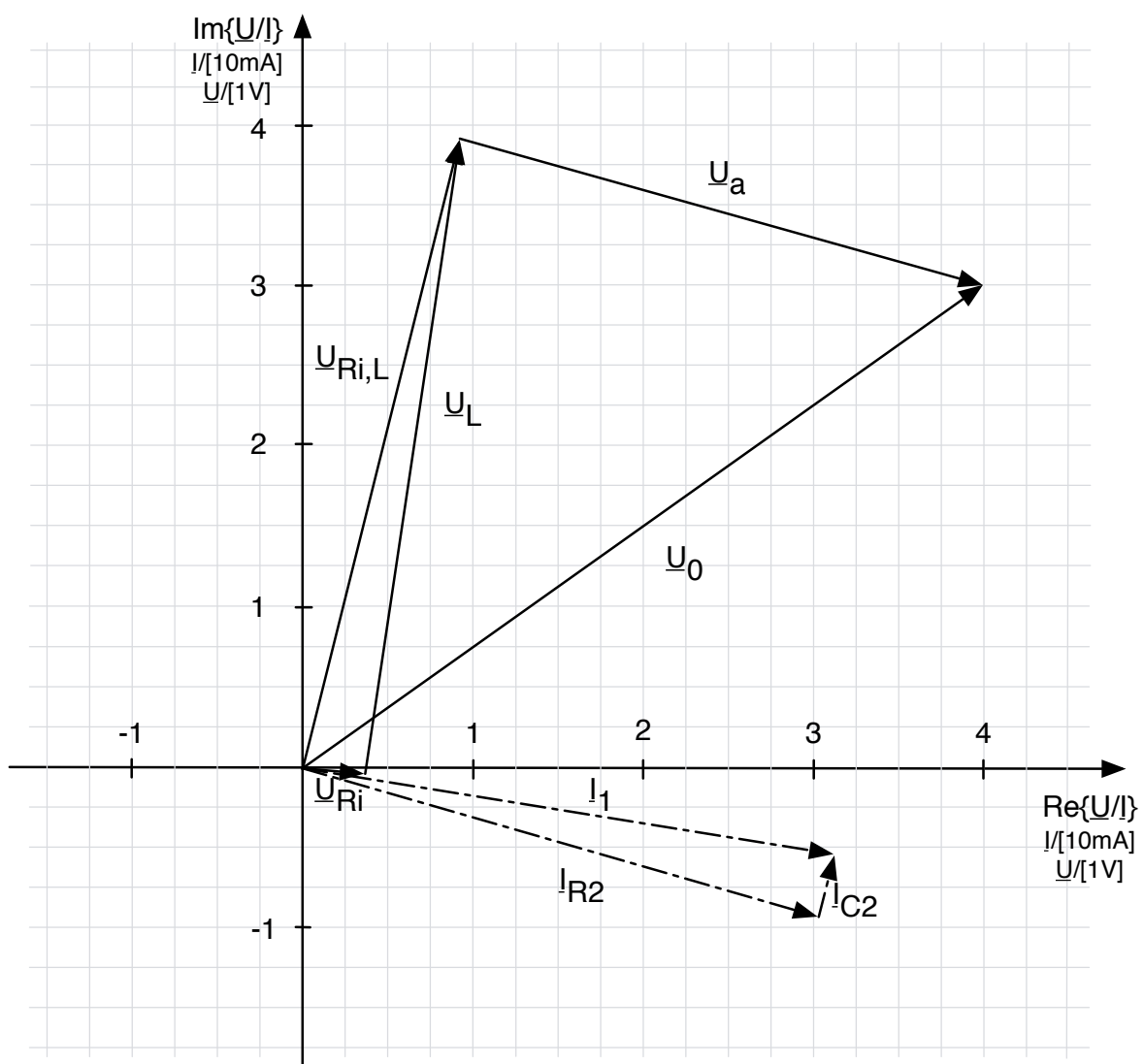
$$\underline{U}_a = 3,03V - j0,9V$$

gültig im Bereich:

$$\underline{U}_a = 3,1V - j1,0V \quad \text{bis} \quad \underline{U}_a = 2,9V - j0,8V$$

d)

$$\underline{I}_{R2} = \frac{\underline{U}_a}{R_2} = 30,32mA - j9mA$$



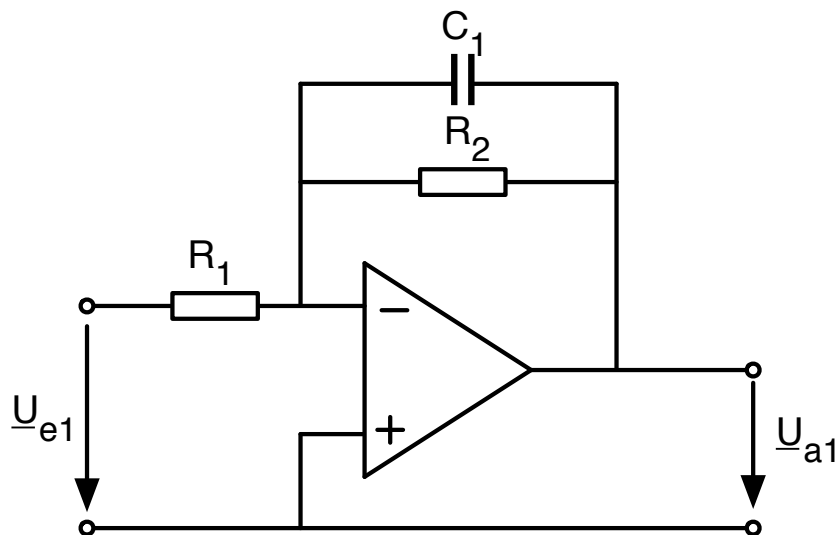
Aufgabe 5

Bodediagramm

(20 Punkte)

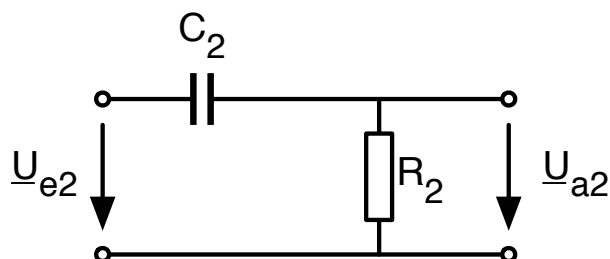
a) I.:

$$\begin{aligned}\frac{\underline{U}_{a1}}{\underline{U}_{e1}} &= -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega C_1 R_2} \\ &= -\frac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \frac{1}{R_2}\end{aligned}$$

Verstärkung $-R_1/R_2 \Rightarrow$ aktiv;Parallelschaltung von R_2 und C :

II.:

$$\begin{aligned}\frac{\underline{U}_{a2}}{\underline{U}_{e2}} &= \frac{j\omega R_3 C_2}{1 + j\omega C_2 R_3} \\ &= \frac{R_3}{R_3 + \frac{1}{j\omega C_2}}\end{aligned}$$

Keine Verstärkung $\Rightarrow$ passiv;Reihenschaltung aus R und C ;

b) I: (aktiver) Tiefpass 1.Ordnung

II.: (passiver) Hochpass; RC-Hochpass 1.Ordnung

c) Normierung:

$$\begin{aligned}\frac{1}{C_1 R_2} &= \omega_1 \\ \Omega_1 &= \omega R_1 C_1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rightarrow a_{vI}/dB &= 20\log\left|-\frac{R_2}{R_1}\right| + 20\log\left|\frac{1}{1+j\Omega_1}\right| \\ &= 20\log\left|\frac{R_2}{R_1}\right| - 20\log|1+j\Omega_1|\end{aligned}$$

$$\rightarrow \varphi_I = \pi - \arctan\left(\frac{\Omega_1}{1}\right) = \pi - \arctan(\Omega_1)$$

$$V_{dB} = 20 \cdot \log\left|\frac{R_2}{R_1}\right| = 60dB$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{C_2 R_3} &= \omega_2 \\ \Omega_2 &= \omega R_3 C_2\end{aligned}$$

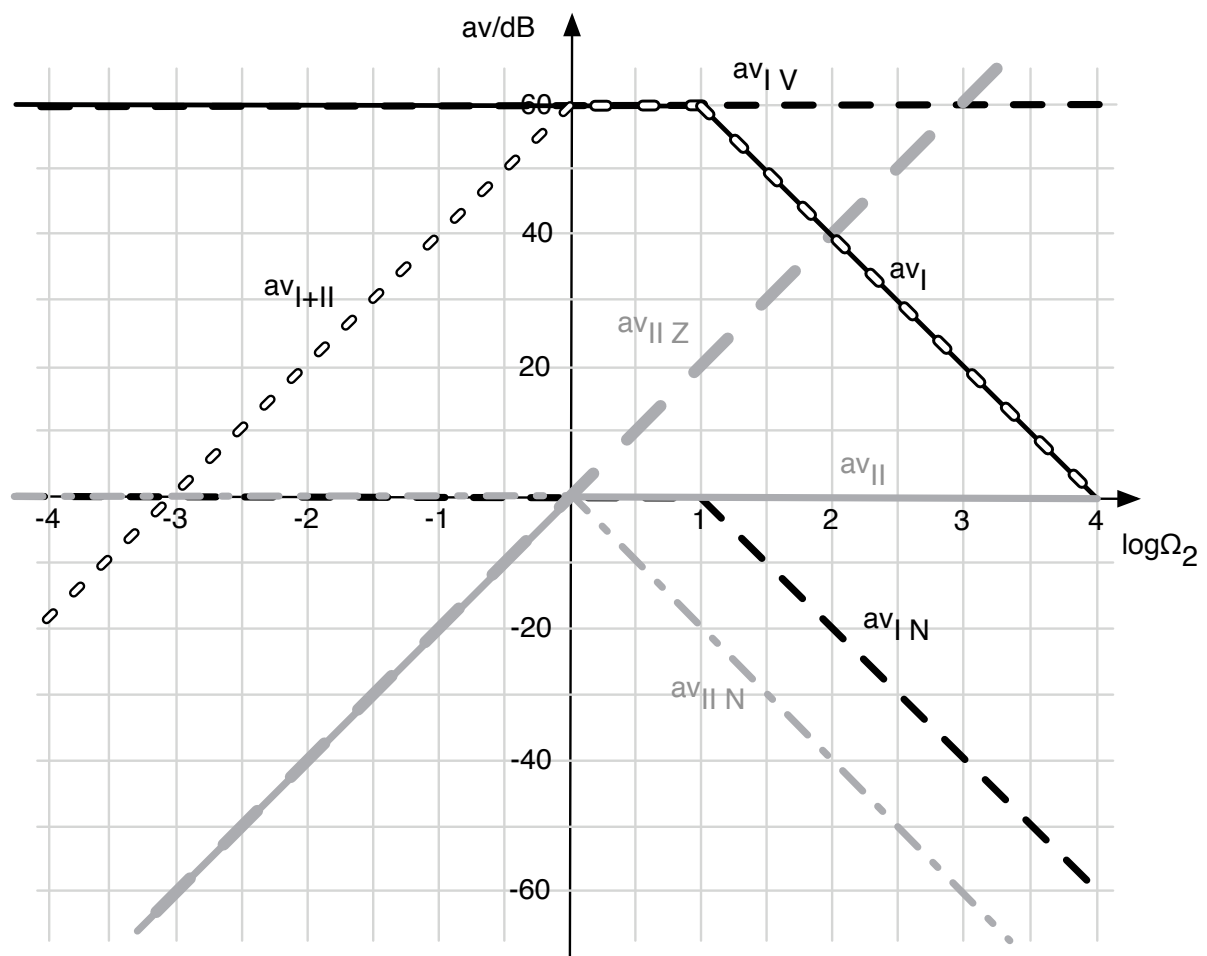
$$\begin{aligned}\rightarrow a_{vII}/dB &= 20\log|j\Omega_2| + 20\log\left|\frac{1}{1+j\Omega_2}\right| \\ &= 20\log|j\Omega_2| - 20\log|1+j\Omega_2|\end{aligned}$$

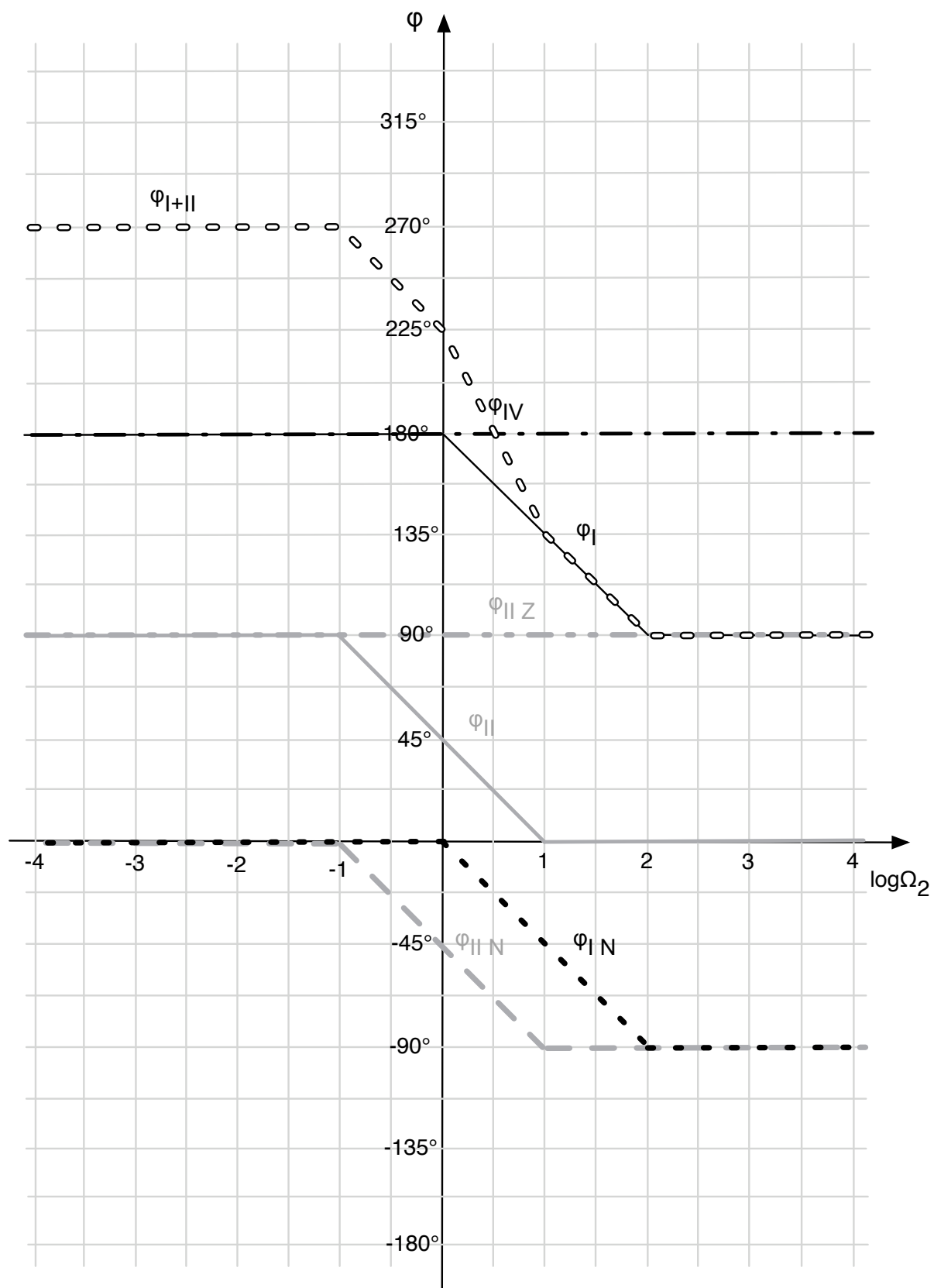
$$\rightarrow \varphi_{II} = \arctan(90^\circ) - \arctan\left(\frac{\Omega_2}{1}\right) = \frac{\pi}{2} - \arctan(\Omega_2)$$

$$\omega_1 = 100$$

$$\omega_2 = 10$$

$$\omega_1 = 10 \cdot \omega_2$$

Amplitudengang über $\log(\Omega_2)$ 

Phasengang über $\log(\Omega_2)$ 

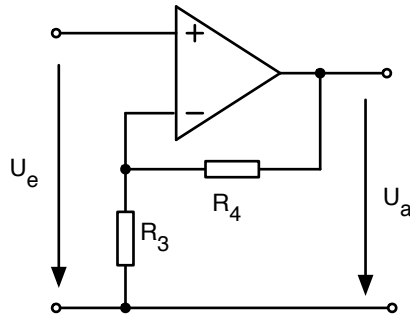
Aufgabe 6

Operationsverstärker I

(7 Punkte)

a) Schaltung vereinfachen:

R1, R2 und L1 weglassen da der Strom in den OP gegen Null geht.



$$\begin{aligned}
 M1 : -U_e + U_d + I_3 \cdot R_3 &= 0 \rightarrow U_e = R_3 I_3 \\
 M2 : U_a - I_3 \cdot R_3 - R_4 I_4 &= 0 \rightarrow I_3 = I_4 \\
 &\rightarrow U_a = (R_3 + R_4) \cdot I_3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_3 &= \frac{U_e}{R_3} \\
 U_a &= \frac{R_3 + R_4}{R_3} U_e \\
 V &= \frac{R_3 + R_4}{R_3}
 \end{aligned}$$

b) Nichtinvertierender Spannungsverstärker

c) $R_3 = \infty$ offen
 $R_4 = 0\Omega$ kurzgeschlossen

Nicht zulässig:

 $R_4=0$ und R_3 beliebig, da für $R_3=0$ $U_a=0$.

Aufgabe 7

Operationsverstärker II

(11 Punkte)

a) Knotengleichungen aufstellen:

$$K1 : I_4 + I_1 = 0$$

$$K2 : I_2 - I_3 = 0$$

$$K3 : I_5 - I_a - I_4 = 0$$

$$K1 : \frac{U_e - U_1}{2R} + \frac{U_a - U_1}{R} = 0$$

$$K2 : \frac{U_2 - U_1}{R} - \frac{U_1}{R} = 0$$

$$K3 : \frac{U_2 - U_a}{R} - I_a - \frac{U_a - U_1}{R} = 0$$

$$K3 : I_a = -\frac{U_a}{R} + \frac{U_1}{R} - \frac{U_a}{R} + \frac{U_2}{R} = -\frac{2U_a}{R} + \frac{U_1}{R} + \frac{U_2}{R}$$

$$K2 : U_2 = 2 \cdot U_1$$

in K3 einsetzen:

$$\rightarrow I_a = -\frac{2U_a}{R} + \frac{3U_1}{R} \quad (\text{I})$$

$$K1 : \frac{U_e}{2R} + \frac{U_a}{R} = \frac{U_1}{2R} + \frac{U_1}{R}$$

$$\rightarrow \left(\frac{U_e}{2R} + \frac{U_a}{R} \right) \cdot \left(\frac{1}{\frac{1}{2R} + \frac{1}{R}} \right) = U_1$$

$$\rightarrow \left(\frac{U_e}{2R} + \frac{U_a}{R} \right) \cdot \frac{2R}{3} = U_1$$

einsetzen in (I):

$$\begin{aligned} I_a &= -\frac{2U_a}{R} + \frac{3}{R} \left(\frac{U_e}{3} + \frac{2}{3}U_a \right) \\ &= -\frac{2U_a}{R} + \frac{U_e}{R} + \frac{2U_a}{R} \\ &= \frac{U_e}{R} \end{aligned}$$

b) I_a hängt nicht von der Ausgangsspannung ab.

Es handelt sich um eine Spannungsgesteuerte Stromquelle.