Institut für Biomedizinische Technik,
Karlsruher Institut für Technologie

Fritz-Haber-Weg 1
76131 Karlsruhe
Tel.: 0721/608-42650

Lineare Elektrische Netze

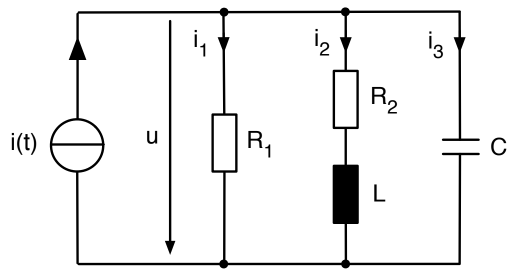
Leiter: Prof. Dr. rer. nat. Olaf Dössel
Tel: 0721 608-42650
Olaf.Doessel@kit.edu

Übungsleiter: Dipl.-Ing. G. Lenis
Tel: 0721 608-45478
Gustavo.Lenis@kit.edu

Übungsblatt Nr. 4: komplexe Zahlen, Ströme, Spannungen, Impedanzen

Aufgabe 1

Gegeben ist folgender Stromkreis mit $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 6\Omega$, $L = 40\mu H$, $C = 1\mu F$.
Die Stromquelle erzeugt den Strom $i(t) = 8\cos(\omega t)A$ mit $\omega = 2e5s^{-1}$.
Wenn sinusförmige Spannungen/Ströme vorliegen kann man auf eleganter Art und Weise mit Hilfe der komplexen Zahlen rechnen.



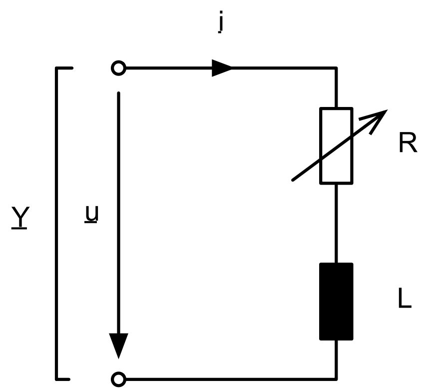
(a) Wandeln Sie zunächst die Stromquelle in ihre komplexe Darstellung um. Verwenden Sie dabei die komplexe Exponentialfunktion. Am Ende soll der reelle Strom $i(t)$ durch den Realteil des komplexen Stromes $\underline{i}(t)$ angegeben werden können ($Re\{\underline{i}(t)\} = i(t)$).

(b) Wandeln Sie die Bauteile in ihre komplexe Darstellung um. Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil der Bauteilimpedanzen.

(c) Berechnen Sie die reelle Spannung $u(t)$ und die reellen Ströme $i_1(t)$, $i_2(t)$ und $i_3(t)$.
Geben Sie die Größen in Abhängigkeit von nur einer Kosinus-Funktion an.

Aufgabe 2

An der Serienschaltung aus einer verlustfreien Spule der Induktivität L und einem veränderbaren ohmschen Widerstand R liegt eine sinusförmige Wechselspannung u mit der Amplitude $\hat{U}$, der Phase π und der Kresifrequenz ω_0.



$$\omega_0 L = 10\,\Omega$$
$$\underline{\hat{U}} = 10\,V \cdot e^{j\pi}$$
$$R \in [0\ldots\infty)\,\Omega$$

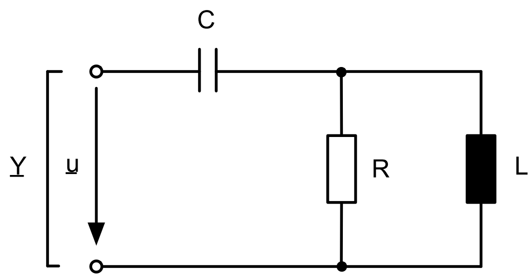
(a) Wie groß ist der Zeiger des Klemmenstroms $\underline{i}$, wenn der Widerstand R auf 0Ω eingestellt wird? Geben Sie den Betrag des Zeigers und seine Phase φ zahlenmäßig an.
Hinweis : Berechnen Sie den komplexen Strom $\underline{i}$, d.h. wenden Sie das Ohmsche Gesetz an, wobei der komplexe Strom durch die komplexe Spannung und die komplexe Impedanz ($R = 0\Omega$ => $\underline{Z} = \underline{Z}_L$) definiert wird. Die für die Rechnung benötigten Information finden sich in Kapitel 4.4.

(b) Berechnen Sie allgemein die Admittanz $\underline{Y}$ als Funktion von ω_0, R und L. Geben Sie Imaginär- (B) und Realteil (G) getrennt an.
Hinweis : Die Admitanz $\underline{Y}$ ist das Reziproke zur Impedanz $\underline{Z}$. Berechnen Sie also zuerst die Impedanz und bilden Sie dann den Kehrwert. Um G und B zu bestimmen, müssen Sie eventuell komplex-konjugiert erweitern.

(c) Für welchen Wert von R nimmt die Schaltung die maximale Wirkleistung P_{max} auf? Wie groß ist dieses P_{max}?

Aufgabe 3

Gegeben ist der abgebildete Zweipol aus einer verlustfreien Spule mit der Induktivität L, einem verlustfreien Kondensator mit der Kapazität C und einem ohmschen Widerstand R.



(a) Berechnen Sie die komplexe Impedanz $\underline{Z}(j\omega)$, d.h. die Schaltung von links gesehen, den Realteil $Re\{\underline{Z}(j\omega)\}$ in allgemeiner Form, d.h. in Abhängigkeit von R, C, L und ω.

Der Zweipol wird nun von einer Wechselspannung mit dem komplexen Effektivwert $\underline{U} = (6 - j2)V$ und der Kreisfrequenz ω_1 gespeist. Bei ω_1 ist $\underline{Z} = (3 + j2)\Omega$.

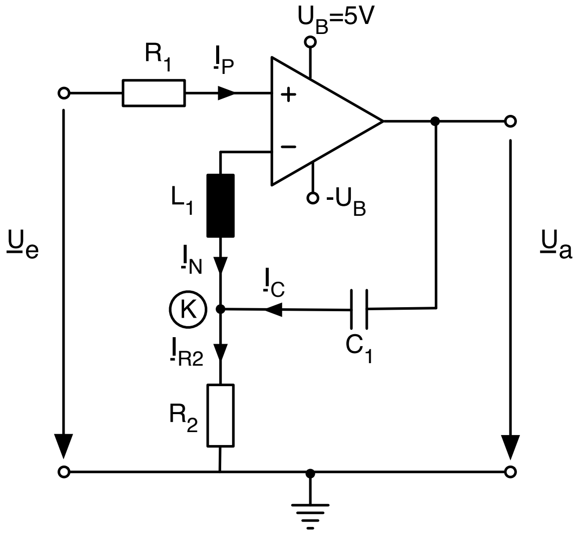
Bestimmen Sie:

(b) die reelle Amplitude $\hat{i}$ und die Phase φ des Stromes im Kondensator.
Hinweis : die Grundlagen dafür vermittelt Kap. 4.4.

(c) die vom Zweipol aufgenommene Wirkleistung P, Blindleistung Q und Scheinleistung S.
Hinweis : Lesen Sie eventuell hierzu Kap. 5.5.

Aufgabe 4

Gegeben sei folgendes Netzwerk:



(a) Nennen Sie 3 Regeln beim Umgang mit OP-Schaltungen.

(b) Stellen Sie die Knotengleichung für (K) auf.

(c) Bestimmen Sie $\underline{U}_{L1}$ und $\underline{U}_{R2}$ in Abhängigkeit von $\underline{I}_C$.

(d) Bestimmen Sie $\underline{U}_C$ und die Phase der Spannung $\underline{U}_a$ am Ausgang für $\underline{U}_e = 1mV$, $R_2 = 250\Omega$ und $C_1 = 63nF$ bei $f = 10kHz$.
Rechnen Sie zunächst allgemein und setzen Sie erst zum Schluss die Zahlenwerte ein.

(e) Wie verhält sich die Phase der Spannung $\underline{U}_a$, wenn ω gegen Null geht?

(f) Wodurch wird die Amplitude des Ausgangssignals limitiert und welchen Wert kann sie im vorliegenden Fall maximal annehmen?