Institut für Biomedizinische Technik,
Karlsruher Institut für Technologie

Fritz-Haber-Weg 1
76131 Karlsruhe
Tel.: 0721/608-42650

Lineare Elektrische Netze

Leiter: Prof. Dr. rer. nat. Olaf Dössel
Tel: 0721 608-42650
Olaf.Doessel@kit.edu

Übungsleiter: Dipl.-Ing. G. Lenis
Tel: 0721 608-45478
Gustavo.Lenis@kit.edu

Übungsblatt Nr. 0: Differential- und Integralrechnung, Lineare Algebra, Komplexe Zahlen und Analyse einfacher Widerstandsnetzwerke

Aufgabe 1

(a) Gegeben seien die folgenden reellwertigen Funktionen

- $f_1(x) = \frac{2}{4+\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}$
- $f_2(x) = \frac{\left(\frac{1}{x}-x\right)}{4+\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}$

Bestimmen Sie die folgenden Werte für die zwei Funktionen ($i \in \{1,2\}$):

- $$\lim_{x\to 0} f_i(x)$$
- $$\lim_{x\to \infty} f_i(x)$$
- Alle Nullstellen von $f_i(x)$
- Alle Extremwerte (Maxima/Minima) von $f_i(x)$

(b) Der mittlere Funktionswert einer reell wertigen Funktion im Invervall $(x_0; x_o + T)$ ist folgendermaßen definiert:

$$\overline{f} = \frac{1}{T} \int\limits_{x_0}^{x_0+T} f(x)dx$$

Bestimmen Sie den mittleren Funktionswert der folgenden Funktionen:

- $f(x) = A \cdot cos(x) \cdot cos(x+\varphi)$; $\quad T = 2\pi$; $\quad x_0, \varphi$ beliebig aber fest
- $f(x) = a \cdot x + b$; $\quad T,\ x_0,\ a,\ b$ beliebig aber fest
- $f(x) = \mathrm{e}^{-a\cdot x}$; $\quad x_0 = 0$; $\ T \to \infty$; $\quad a > 0$ beliebig aber fest

Aufgabe 2

(a) Gegeben sei das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} x + 3y + 5z &= 2 \\ -x - 2y + 4z &= 5 \\ 2x - 3y + z &= 13 \end{aligned}$$

Finden Sie die Lösung des Gleichungssystems

(b) Nun soll für ein ähnliches Problem lieber die Vektor-Matrix-Notation verwendet werden:

$$\underline{A} \cdot \underline{x} = \underline{b}$$

mit

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{b} = \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Bestimmen Sie die Determinante der Matrix $\underline{A}$.
Besitzt dann das Gleichungssystem eine eindeutige Lösung?
Finden Sie die Lösung des Gleichungssystems $\underline{x}$ über die Inverse der Matrix $\underline{A}$.

Aufgabe 3

Gegeben sei die imaginäre Einheit j. Für die imaginäre Einheit j gilt: $j^2 = -1$. Man kann mit dieser imaginären Einheit j ganz normal rechnen, als ob sie eine Variable so wie x oder y wäre. Man muss nur beachten, wenn der Term j^2 auftritt, so muss man ihn durch eine -1 ersetzen und dann weiter rechnen.

Beispiel:

$$\begin{aligned}(2+3j)\cdot(2-3j) &= 4-6j+6j-9j^2\\ &= 4+0-9(-1)\\ &= 13\end{aligned}$$

(a) Zeigen Sie die folgenden Korrespondenzen
- $j^3 = -j$
- $\frac{1}{1+j} = \frac{1}{2}(1-j)$
- Die Gleichung $x^2 - 2x + 26 = 0$ hat die zwei Lösungen:
  $x_1 = 1 + 5j; \quad x_2 = 1 - 5j$

(b) Bringen Sie die folgende Terme in die Form $x + jy$:

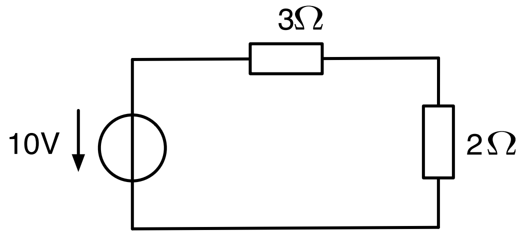
i) $(a + jb)(c + jd)$

ii) $\frac{1}{a+jb}$

iii) $\frac{(a+jb)}{c+jd}$

Aufgabe 4

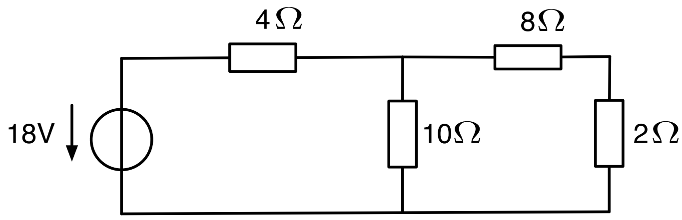
(a) Gegeben sei die folgende Schaltung:



Bestimmen Sie Folgendes:

- Den aus der Quelle fließenden Strom I.
- Die von der Quelle abgegebene Leistung P.
- Die am 2Ω-Widerstand abfallende Spannung U_2.

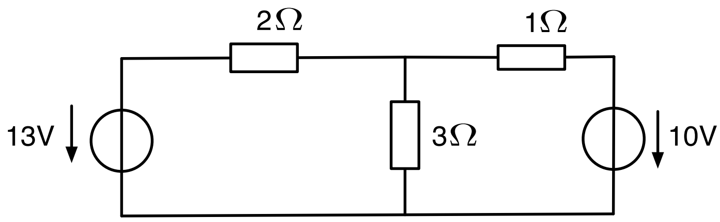
(b) Gegeben sei die folgende Schaltung:



Bestimmen Sie Folgendes:

- Den durch den 2Ω-Widerstand fließenden Strom I_2 und die dort umgesetzte Leistung P_2.
- Die am 4Ω-Widerstand abfallende Spannung U_4.

(c) Gegeben sei die folgende Schaltung:



Bestimmen Sie den durch der 3Ω-Widerstand fließenden Strom I_3.