Institut für Biomedizinische Technik,
Karlsruher Institut für Technologie

Fritz-Haber-Weg 1
76131 Karlsruhe
Tel.: 0721/608-42650

Lineare Elektrische Netze

Leiter: Prof. Dr. rer. nat. Olaf Dössel
Tel: 0721 608-42650
Olaf.Doessel@kit.edu

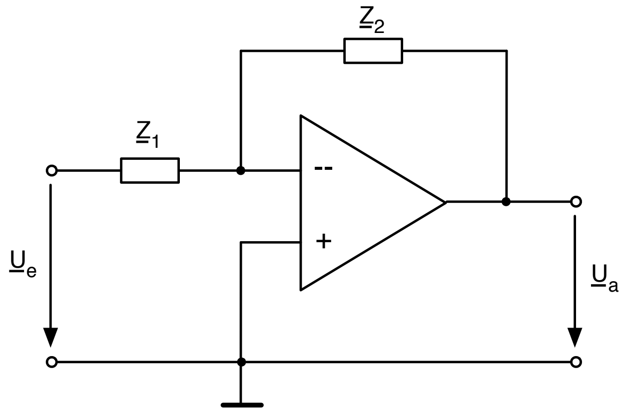
Übungsleiter: Dipl.-Ing. G. Lenis
Tel: 0721 608-45478
Gustavo.Lenis@kit.edu

Übungsblatt Nr. 3: Operationsverstärker

Einige der folgenden Aufgaben entstammen alten Klausuren. Darin kommen zum Teil komplexe Zahlen vor. Die komplexen Zahlen werden in der Vorlesung in Kapitel 4 eingeführt und im dritten Tutorium ausführlich behandelt. Um dieses Übungsblatt zu lösen, ist kein tiefergehendes Wissen über die komplexen Zahlen notwendig.

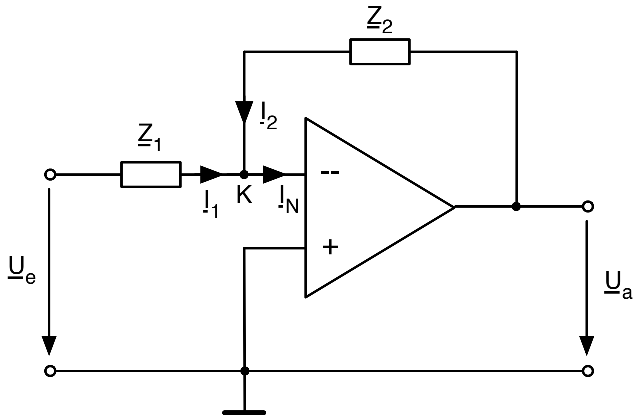
Aufgabe 1

Gegeben ist folgende Operationsverstärkerschaltung (idealer OP):



Leiten Sie das Spannungsverhältnis $\frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e}$ her. Verwenden Sie $\underline{Z}$ so, als sei es ein Widerstand.

Lösung:



Wegen $\underline{I}_N = 0$ (in einen idealen OP fliesst kein Strom) gilt $\underline{I}_1 = -\underline{I}_2$. Formuliert man diese Bedingung mit Spannungen und Widerständen:

$$\frac{\underline{U}_e - \underline{U}_n}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{U}_a - \underline{U}_n}{\underline{Z}_2} = 0$$

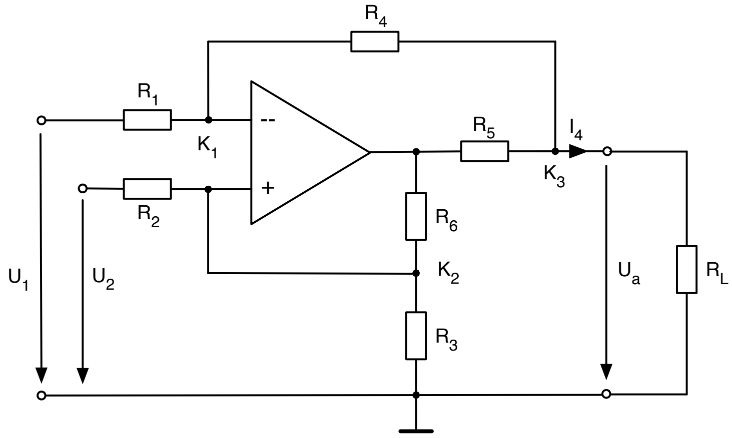
$\underline{U}_P = 0$, wegen $\underline{U}_D = 0$ (idealer OP) folgt, dass auch $\underline{U}_N = 0$ ist. Die obige Formel vereinfacht sich dadurch zu

$$\begin{aligned}
\frac{\underline{U}_e}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_2} &= 0 \\
\frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_2} &= -\frac{\underline{U}_e}{\underline{Z}_1} \\
\frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} &= -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1}
\end{aligned}$$

Es handelt sich hierbei um eine der klassischen Grundschaltungen, die mit OPs realisiert werden: den invertierenden Verstärker.

Aufgabe 2

Betrachtet wird die folgende Operationsverstärker-Schaltung, bestehend aus einem idealen Operationsverstärker und den Widerständen R_1 und R_6 und R_L.



Hinweis : Gehen Sie in allen Operationsversärker-Aufgaben dieser Vorlesung von vorherrschender Gegenkopplung aus.

(a) Die Schaltung ist nicht belastet ($R_L \to \infty$). Für die Widerstände R_5 und R_6 gilt:
$R_5 = 0\Omega$, $R_6 \to \infty$. Berechnen Sie für die entstehende Schaltung die Ausgangsspannung $U_a = f(U_1, U_2)$ als Funktion der beiden Eingangsspannungen U_1 und U_2.

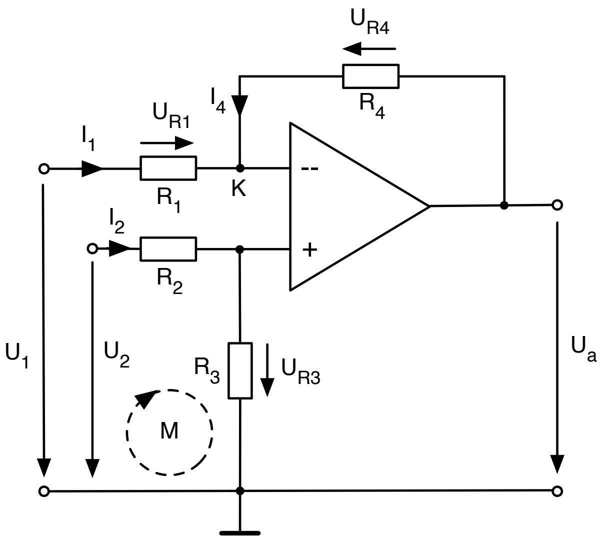
(b) Finden Sie eine Bedingung für die Widerstände R_1, R_2, R_3 und R_4 so, dass die Ausgangsspannung $U_a = f(U_1, U_2)$ aus Aufgabenteil a) nur die Differenz der Eingangsspannungen verstärkt (Beweis).
Wie sieht dann die Ausgangsspannung $U_a = f(U_1, U_2)$ aus?

(c) Nun ist R_6 endlich und R_5 von Null verschieden, es gilt $R_1 = R_4 = R_6$ und $R_2 = R_3$, U_2 wird mit Masse verbunden. Aus dieser Schaltung soll eine Konstantstromquelle entstehen, d.h. der Ausgangsstrom $I_a = f(U_1, U_a)$ soll unabhängig von der Ausgangsspannung sein.
Berechnen Sie zunächst den Ausgangsstrom $I_a = f(U_1, U_a)$ bei angeschlossener Last R_L.
Wie muss nun R_2 gewählt werden, damit eine Konstantstromquelle vorliegt?

Hinweis : Betrachten Sie die Knoten K_1, K_2, und K_3, bestimmen Sie die Ströme und finden Sie dadurch $I_a = f(U_1, U_a)$.

Lösung:

(a) Ausgangsspannung U_a berechnen:



Betrachtet wird der Knoten $K : I_1 + I_4 = 0$
Da ein idealer OP vorliegt, hat man am invertierenden und nichtinvertierenden Eingang dasselbe Potential U_{R3}.
Somit gelten folgende Beziehungen: $I_1 = \frac{U_{R1}}{R_1} = \frac{U_1 - U_{R3}}{R_1}$ und
$I_4 = \frac{U_{R4}}{R_4} = \frac{U_a - U_{R3}}{R_4}$.
Aus der Spannungsteilerregel (in Masche M) kann man U_3 berechnen:
$U_3 = U_2 \frac{R_3}{R_2+R_3}$

Eingesetzt in die Knotengleichung liefert dies:

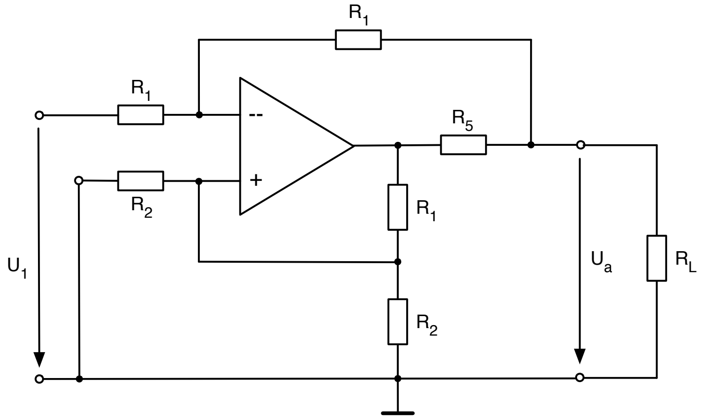
$$
\begin{aligned}
0 &= I_1 + I_4 = \frac{U_1 - U_{R_3}}{R_1} + \frac{U_a - U_{R_3}}{R_4} \\
&= \frac{U_1}{R_1} - \frac{U_2 \frac{R_3}{R_2+R_3}}{R_1} + \frac{U_a}{R_4} - \frac{U_2 \frac{R_3}{R_2+R_3}}{R_4} \\
&= \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_a}{R_4} - \frac{U_2 R_3}{R_1(R_2+R_3)} - \frac{U_2 R_3}{R_4(R_2+R_3)} \\
&= \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_a}{R_4} - U_2 \left(\frac{R_3}{R_1(R_2+R_3)} \cdot \frac{R_4}{R_4} + \frac{R_3}{R_4(R_2+R_3)} \cdot \frac{R_1}{R_1} \right) \\
&= \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_a}{R_4} - U_2 \left(\frac{R_3(R_1+R_4)}{R_1 R_4 (R_2+R_3)} \right) \\
\Longleftrightarrow \frac{U_a}{R_4} &= U_2 \left(\frac{R_3(R_1+R_4)}{R_1 R_4 (R_2+R_3)} \right) - \frac{U_1}{R_1} \\
U_a &= U_2 \left(\frac{R_3(R_1+R_4)}{R_1(R_2+R_3)} \right) - R_4 \frac{U_1}{R_1} \\
&= U_2 \left(\frac{R_3(R_1+R_4)}{R_1(R_2+R_3)} \right) - U_1 \frac{R_4}{R_1}
\end{aligned}
$$

(b) Differenzverstärkung liegt vor, wenn die Koeffizienten bei U_a vor den Spannungen U_1 und U_2 gleich sind.

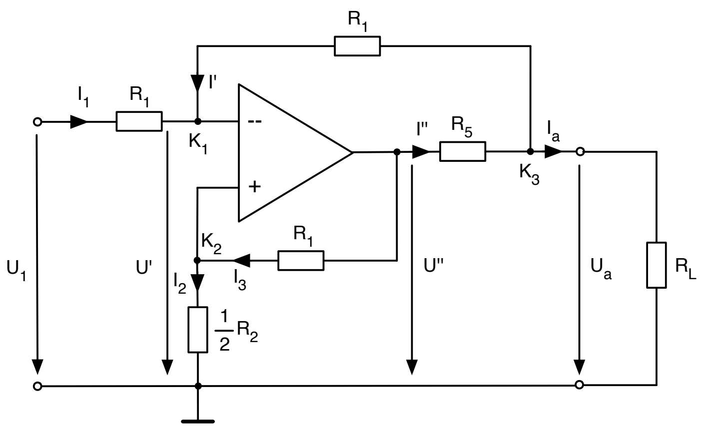
$$\begin{aligned}
\frac{R_3(R_1+R_4)}{R_1(R_2+R_3)} &= \frac{R_4}{R_1}\\
R_3(R_1+R_4) &= R_4(R_2+R_3)\\
R_3R_1+R_3R_4 &= R_4R_2+R_4R_3\\
\frac{R_4}{R_1} &= \frac{R_3}{R_2}
\end{aligned}$$

Die Spannung U_a hat dann folgende Gestalt:
$U_a = U_2\frac{R_4}{R_1} - U_1\frac{R_4}{R_1} = \frac{R_4}{R_1}(U_2-U_1) = \frac{R_3}{R_2}(U_2-U_1)$

(c) Jetzt ist R_6 endlich und R_5 von Null verschieden, $R_4 = R_6 = R_1$ und $R_3 = R_2$, U_2 wird mit Masse verbunden. Damit wird die Schaltung zu:



Die beiden parallelen R_2 können zusammengefasst werden:
$R_2\|R_2 = \frac{R_2R_2}{R_2+R_2} = \frac{1}{2}R_2$



In dem sich so ergebenden Bild wurden noch die Spannung U' und U'' hinzugefügt. Betrachtet werden nun die Knoten K_1, K_2 undK_3.

$$\begin{aligned}
K_1: I_1 + I' = 0 &\iff \frac{U_1-U'}{R_1} + \frac{U_a-U'}{R_1} = 0\\
K_2: I_2 = I_3 &\iff \frac{U'}{\frac{1}{2}R_2} = \frac{U''-U'}{R_1}\\
K_3: I'' = I' + I_a &\iff \frac{U''-U_a}{R_5} = \frac{U_a-U'}{R_1} + I_a
\end{aligned}$$

Um den Ausgagnsstrom zu berechnen, fehlen die Ströme I' und $I''(K_3)$ bzw. die Spannungen U' und U''. Die Spannung U' kann mit K_1 bestimmt werden,

$$\begin{aligned}
\frac{U_1 - U'}{R_1} + \frac{U_a - U'}{R_1} &= 0 \\
U_1 - U' + U_a - U' &= 0 \\
U' &= \frac{1}{2}(U_1 + U_a)
\end{aligned}$$

U'' dann mit Hilfe von K_2:

$$\begin{aligned}
\frac{U'}{\frac{1}{2}R_2} &= \frac{U'' - U'}{R_1} \\
\frac{U''}{R_1} &= \frac{2U'}{R_2} + \frac{U'}{R_1} = U'\left(\frac{2}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right) \\
U'' &= U'\left(\frac{2R_1}{R_2} + 1\right) \overset{U'=\frac{1}{2}(U_1+U_a)}{=} \frac{1}{2}(U_1 + U_a)\left(\frac{2R_1}{R_2} + 1\right)
\end{aligned}$$

Diese beiden Spannungen kann man nun in K_3 einsetzen und erhält so einen Ausdruck für I_a:

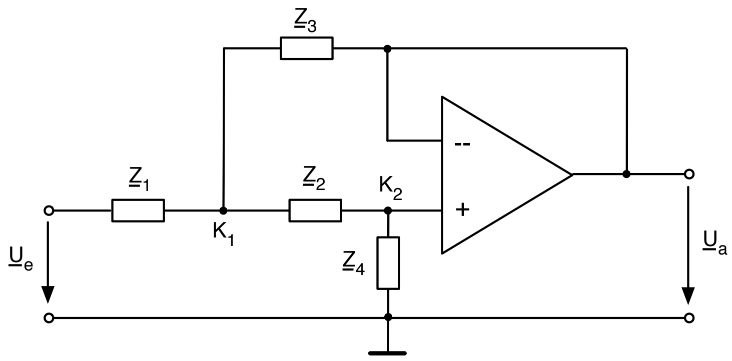
$$\begin{aligned}
\frac{U'' - U_a}{R_5} &= \frac{U_a - U'}{R_1} + I_a \\
I_a &= \frac{U'' - U_a}{R_5} - \frac{U_a - U'}{R_1} \\
&= \frac{\frac{1}{2}(U_1 + U_a)\left(\frac{2R_1}{R_2} + 1\right) - U_a}{R_5} - \frac{U_a - \frac{1}{2}(U_1 + U_a)}{R_1} \\
&= \frac{1}{2R_5}(U_1 + U_a)\left(\frac{2R_1}{R_2} + 1\right) - \frac{U_a}{R_5} - \frac{U_a}{R_1} + \frac{1}{2R_1}(U_1 + U_a) \\
&= U_1\left[\frac{1}{2R_5}\left(\frac{2R_1}{R_2} + 1\right) + \frac{1}{2R_1}\right] \\
&+ U_a\left[\frac{1}{2R_5}\left(\frac{2R_1}{R_2} + 1\right) - \frac{1}{R_5} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{2R_1}\right] \\
&= U_1\left(\frac{R_1}{R_2R_5} + \frac{1}{2R_5} + \frac{1}{2R_1}\right) \\
&+ U_a\left(\frac{R_1}{R_2R_5} + \frac{1}{2R_5} - \frac{1}{R_5} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{2R_1}\right) \\
&= U_1\left(\frac{2R_1^2 + R_1R_2 + R_2R_5}{2R_1R_2R_5}\right) + U_a\left(\frac{2R_1^2 - R_1R_2 - R_2R_5}{2R_1R_2R_5}\right) \\
&= U_1\left(\frac{2R_1^2 + R_2(R_1 + R_5)}{2R_1R_2R_5}\right) + U_a\left(\frac{2R_1^2 - R_2(R_1 + R_5)}{2R_1R_2R_5}\right)
\end{aligned}$$

Um eine Konstantstromquelle zu beschreiben, muss der Ausgangsstrom unabhängig von der Ausgangsspannung werden. Dies ist dann der Fall, wenn der Ausdruck neben U_a zu Null wird.

$$\begin{aligned} \frac{2R_1^2 - R_2(R_1+R_5)}{2R_1R_2R_5} &\stackrel{!}{=} 0 \\ \Longleftrightarrow\ 2R_1^2 - R_2(R_1+R_5) &= 0 \\ R_2 &= \frac{2R_1^2}{R_1+R_5} \end{aligned}$$

eingesetzt in den obigen Ausdruck für $I_a : I_a = U_1\left(\frac{R_1+R_5}{R_1R_5}\right) = \frac{U_a}{R_L}$ bzw. $U_a = I_aR_L$.

Aufgabe 3



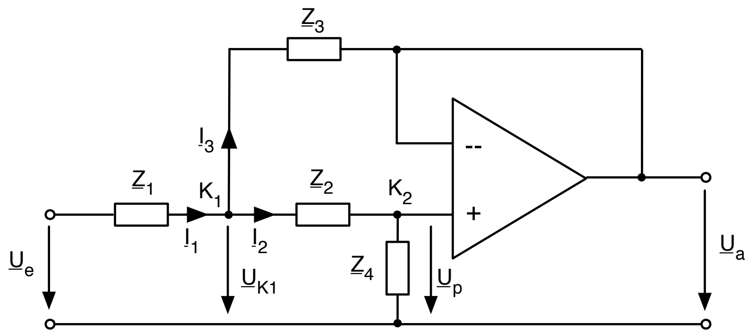
(a) Berechnen Sie das Spannungsverhältnis $\frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e}$ in Abhängigkeit von $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$, $\underline{Z}_3$ und $\underline{Z}_4$.
Verwenden Sie $\underline{Z}$ so, als sei es ein Widerstand.
($Hinweis$: Stellen Sie die Knotengleichungen für K_1 und K_2 auf.)

Im folgenden sind $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$, $\underline{Z}_3$ und $\underline{Z}_4$ durch folgende Bauteile bestimmt: $R_1 = 33k\Omega$, $R_2 = 1k\Omega$, $C_3 = 10nF$ und $C_4 = 22nF$. Dabei gilt $\underline{Z}_1 = R_1$, $\underline{Z}_2 = R_2$, $\underline{Z}_3 = \frac{1}{j\omega C_3}$ und $\underline{Z}_4 = \frac{1}{j\omega C_4}$.

(b) Setzen Sie die Bauteilwerte in das Spannungsverhältnis $\frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e}$ ein. Vereinfachen Sie das Verhältnis, wenn die Frequenz im Bereich $f \in [10; 500]Hz$ bleiben soll. Beachten Sie dabei den Zusammenhang $\omega = 2\pi f$.

Lösung:

(a)



$$
\begin{aligned}
K1 \quad &: \frac{\underline{U}_e - \underline{U}_{K_1}}{\underline{Z}_1} - \frac{\underline{U}_{K_1} - \underline{U}_a}{\underline{Z}_3} - \frac{\underline{U}_{K_1} - \underline{U}_a}{\underline{Z}_2} = 0 \\
K2 \quad &: \frac{\underline{U}_{K_1} - \underline{U}_{K_2}}{\underline{Z}_2} - \frac{\underline{U}_{K_2}}{\underline{Z}_2} = 0 \\
\underline{U}_d \quad &= 0 \Rightarrow \underline{U}_{K_2} = \underline{U}_p = \underline{U}_n = \underline{U}_a
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
K_2: \frac{\underline{U}_{K_1} - \underline{U}_a}{\underline{Z}_2} - \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_4} &= 0 \\
\frac{\underline{U}_{K_1} - \underline{U}_a}{\underline{Z}_2} - \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_4} &= 0 \\
\frac{\underline{U}_{K_1}}{\underline{Z}_2} &= \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_4} \\
\underline{U}_{K_1} &= \left(1 + \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_4}\right) \underline{U}_a
\end{aligned}
$$

$$
K_1: \frac{\underline{U}_e}{\underline{Z}_1} + \underline{U}_{K_1}\left(-\frac{1}{\underline{Z}_1} - \frac{1}{\underline{Z}_3} - \frac{1}{\underline{Z}_2}\right) + \underline{U}_a\left(\frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_2}\right) = 0
$$

$$
\frac{\underline{U}_e}{\underline{Z}_1} + \left[\left(1 + \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_4}\right)\left(-\frac{1}{\underline{Z}_1} - \frac{1}{\underline{Z}_3} - \frac{1}{\underline{Z}_2}\right) + \frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_2}\right] \underline{U}_a = 0
$$

$$
\frac{\underline{U}_e}{\underline{Z}_1} + \left[-\frac{1}{\underline{Z}_1} - \frac{1}{\underline{Z}_3} - \frac{1}{\underline{Z}_2} - \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_4\underline{Z}_1} - \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_4\underline{Z}_3} - \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_4\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_2}\right] \underline{U}_a = 0
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\underline{U}_e}{\underline{Z}_1} &= \underline{U}_a\left[\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_4\underline{Z}_1} + \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_4\underline{Z}_3} + \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_4\underline{Z}_2}\right] \\
\frac{\underline{U}_e}{\underline{U}_a} &= 1 + \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_4} + \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2}{\underline{Z}_4}\left(\frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_2}\right) \\
\frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} &= \frac{1}{1 + \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_4} + \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2}{\underline{Z}_4}\left(\frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_2}\right)}
\end{aligned}
$$

(b) Das Einsetzen der gegebenen Impedanzen liefert die folgende Übertragungsfunktion:

$$
\begin{aligned}
\frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} &= \frac{1}{1 + \frac{R_2}{\frac{1}{j\omega C_4}} + \frac{R_1R_2}{\frac{1}{j\omega C_4}}\left(\frac{1}{\frac{1}{j\omega C_3}} + \frac{1}{R_2}\right)} \\
&= \frac{1}{1 + j\omega C_4R_2 + j\omega C_4R_1R_2\left(j\omega C_3 + \frac{1}{R_2}\right)} \\
&= \frac{1}{1 - \omega^2 C_3C_4R_1R_2 + j\omega C_4(R_1 + R_2)}
\end{aligned}
$$

Für die gegebenen Bauteilwerte:
$C_4 = 22nF, C_3 = 10nF, R_1 = 33k\Omega, R_2 = 1k\Omega$

und den gewählten Frequenzbereich befindet sich das Produkt $\omega^2 C_3C_4R_1R_2$ im folgenden Intervall:

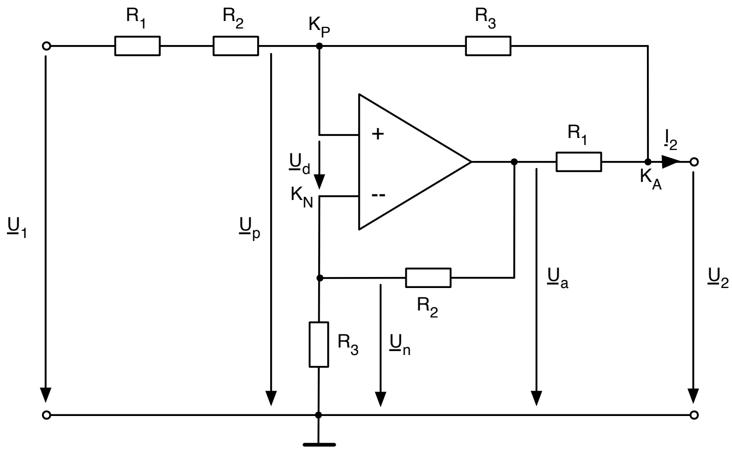
$\omega^2 C_3C_4R_1R_2 \in [2.866 \cdot 10^{-5}\ ;\ 7.165 \cdot 10^{-2}]$,

was gegenüber die anderen Terme im Nenner der Übertragungsfunktion vernachlässigbar klein ist. Dadurch reduziert sich die Übertragungsfunktion auf:

$$
\frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} \approx \frac{1}{1 + j\omega C_4(R_1 + R_2)}
$$

Aufgabe 4

Folgende ideale Operationsverstärkerschaltung sei gegeben:



(a) Beschreiben Sie, ausgehend von den Knotengleichungen an den Knoten K_P, K_N und K_A, die Abhängigkeit von $\underline{I}_2$ als Funktion von $\underline{U}_1$ und $\underline{U}_2$. Nehmen Sie an, dass der Ausgang belastet sei.

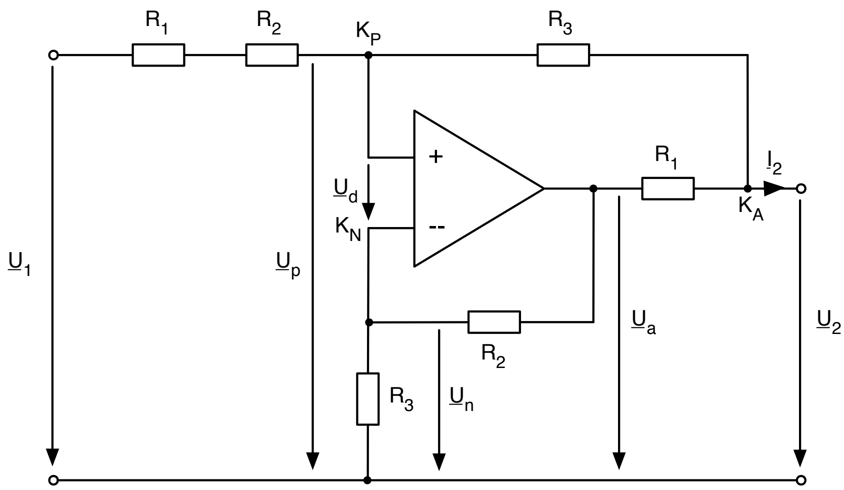
(b) Welche Bedingung muss gelten, damit $\underline{I}_2$ unabhängig von $\underline{U}_2$ wird?

(c) Nun gelte $\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{U}_2(\underline{Z}_2 - \underline{Z}_3)}{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_3}$. Der Ausgang sei dabei nicht belastet. Ausserdem gilt $\underline{Z}_2 \neq \underline{Z}_3 \neq \underline{Z}_1$. Bestimmen Sie das Verhältnis $\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}$.

(d) Es sei nun $\underline{Z}_1 = j\Omega$, $\underline{Z}_2 = -j11\Omega$, $\underline{Z}_3 = (1-j)\Omega$. Berechnen Sie nun $\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}$.

Lösung:

(a)



$$\begin{aligned} K_P : \frac{\underline{U}_1 - \underline{U}_p}{R_1 + R_2} + \frac{\underline{U}_2 - \underline{U}_p}{R_3} &= 0 \\ K_N : \frac{\underline{U}_a - \underline{U}_n}{R_2} - \frac{\underline{U}_n}{R_3} &= 0 \\ K_A : \frac{\underline{U}_a - \underline{U}_2}{R_1} + \frac{\underline{U}_p - \underline{U}_2}{R_3} - \underline{I}_2 &= 0 \end{aligned}$$

Mit $\quad \underline{U}_n = \underline{U}_p = \underline{U}$:

$$K_A \quad \Rightarrow \quad \underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_a}{R_1} - \frac{\underline{U}_2}{R_1} + \frac{\underline{U}}{R_3} - \frac{\underline{U}_2}{R_3} \qquad \underline{U}_a = \underline{U} + \frac{R_2}{R_3}\underline{U}$$

$\underline{U}_a$ in K_A einsetzen:

$$\begin{aligned} \underline{I}_2 &= \frac{\underline{U}}{R_1} + \frac{R_2}{R_1 R_3}\underline{U} - \frac{\underline{U}_2}{R_1} + \frac{\underline{U}}{R_3} - \frac{\underline{U}_2}{R_3} \\ &= \underline{U}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{R_2}{R_1 R_3} + \frac{1}{R_3}\right) - \frac{\underline{U}_2}{R_3} - \frac{\underline{U}_2}{R_1} \end{aligned}$$

Aus K_P bekommt man:

$$\begin{aligned} \frac{R_3(\underline{U}_1 + \underline{U}) + (R_1 + R_2)(\underline{U}_2 - \underline{U})}{(R_1 + R_2)R_3} &= 0 \\ R_3\underline{U}_1 - R_3\underline{U} + (R_1 + R_2)\underline{U}_2 - (R_1 + R_2)\underline{U} &= 0 \\ \underline{U}(R_1 + R_2 + R_3) &= R_3\underline{U}_1 + (R_1 + R_2)\underline{U}_2 \\ \underline{U} &= \frac{R_3\underline{U}_1 + (R_1 + R_2)\underline{U}_2}{R_1 + R_2 + R_3} \end{aligned}$$

$\underline{U}$ in K_A einsetzen:

$$\begin{aligned} \underline{I}_2 &= \left(\frac{R_3\underline{U}_1 + (R_1 + R_2)\underline{U}_2}{R_1 + R_2 + R_3}\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{R_2}{R_1 R_3} + \frac{1}{R_3}\right) - \frac{\underline{U}_2}{R_3} - \frac{\underline{U}_2}{R_1} \\ &= \left(\frac{R_3\underline{U}_1 + (R_1 + R_2)\underline{U}_2}{R_1 + R_2 + R_3}\right)\left(\frac{R_3 + R_2 + R_1}{R_1 R_3}\right) - \frac{\underline{U}_2}{R_3} - \frac{\underline{U}_2}{R_1} \\ &= \frac{R_3\underline{U}_1}{R_1 R_3} + \frac{(R_1 + R_2)\underline{U}_2}{R_1 R_3} - \frac{\underline{U}_2}{R_3} - \frac{\underline{U}_2}{R_1} \\ &= \frac{\underline{U}_1}{R_1} + \underline{U}_2\frac{R_1 + R_2 - R_1 - R_3}{R_1 R_3} \\ &= \frac{\underline{U}_1}{R_1} + \underline{U}_2\frac{R_2 - R_3}{R_1 R_3} \end{aligned}$$

(b) Die gefordete Unabhängigkeit wird erfüllt, wenn $R_2 = R_3$, d.h. der Term neben $\underline{U}_2$ wird zu Null.
$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{R}_1}$

(c) Für den unbelasteten Fall wird der Strom $\underline{I}_2$ zu Null.

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1} + \underline{U}_2\left(\frac{\underline{Z}_2 - \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_3}\right) \\
\underline{U}_2 \frac{\underline{Z}_2 - \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_3} &= -\frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1} \\
\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} &= -\frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1(\underline{Z}_2 - \underline{Z}_3)} = -\frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 - \underline{Z}_3}
\end{aligned}$$

(d) Das Einsetzen der vorgegebenen Werte in die Gleichung aus c) ergibt

$$\begin{aligned}
\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} &= -\frac{(1-j)\Omega}{(-j11\Omega) - (1-j)\Omega} \\
&= -\frac{1-j}{-j11 - 1 + j} = \frac{1-j}{1+j10} = \frac{-9}{101} + j\frac{-11}{101}
\end{aligned}$$