Entropie einer Quelle (≙ mittlere Information pro Quellsymbol) → $H(X) = -\sum_{i=1}^{N} p(x_i) \log_2(p(x_i))$ $= \sum_{i=1}^{N} p(x_i) \cdot I(x_i)$ [bit/Zeichen] **max. Entropie:** $H_0 = \log_2(N)$ ⇒ falls alle N Symbole gleichwahrscheinlich $H_0 = H(X)$ **mittlere CW-Länge: L** $= \sum_{n=1}^{N} p(x_n) L(x_n)$ mit CW-Länge $L(x_n)$

Präfixeigenschaft kein CW entspricht dem Anfang eines anderen CW. **Günstige Codierung:** Codierung besitzt kleineres L als eine andere Codierung

Optimale Codierung Codierung besitzt minimales L → günstiger als alle anderen Codierungen

Codierungstheorem (von Shannon) → für präfixfreie Codes gilt: $H(X) \leq L < H(X)+1$ **Redundanz** 1. einer Quelle: $R = H_0 - H(X)$ 2. einer Codierung $R_C = L - H(X)$ **Effizienz eines Codes** $\eta = H(X)/L$

Transinformation (= 0 wenn beide Symbole unabhängig) beschreibt gegenseitige Information der Ereignisse $\{X=x_n\}$ & $\{X=x_n | Y=y_m\}$

$I(x_n;y_m) = \log_2[p(x_n|y_m)/p(x_n)] = \log_2[p(y_m|x_n)/p(y_m)]$ in [bit/Zeichen] **mittlere Transinformation**

$I(X;Y) = \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{M} p(x_n) p(y_m|x_n) \log_2\left(\frac{p(y_m|x_n)}{p(y_m)}\right)$

$I(X;Y) = \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{M} p(y_m) p(x_n|y_m) \log_2\left(\frac{p(x_n|y_m)}{p(x_n)}\right)$

$I(X;Y) = \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{M} p(x_n;y_m) I(x_n;y_m)$ $\left[\frac{bit}{Zeichen}\right]$ mit $p(y_m) = \sum_{n=1}^{N} p(x_n) p(y_m|x_n)$ mit $p(x_n;y_m) = p(x_n) p(y_m|x_n)$ [Satz von Bayes]

→ Wenn $I(X;Y) = 0$, dann durch Beobachtung von y_i x_i vollständig bekannt

→ Wenn Transinformation = 0 geht keine Information übers Kanal

bedingte Information $I(x_n|y_m) = -\log_2(p(x_n|y_m)) \geq 0$ in [bit] → $I(x_n|y_m) = I(x_n) - I(x_n;y_m) \in \mathbb{R}$

verbleibende Information X nachdem Y gehört wurde

bedingte Entropie $H(X|Y) = \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{M} p(x_n,y_m) I(x_n|y_m)$

$H(Y|X)$, $H(X)$, $I(X;Y)$, $H(Y)$, $H(X|Y)$

$H(X) = H(X|Y) + I(X;Y)$
$H(Y) = H(Y|X) + I(X;Y)$ [bit/Zeichen]

Kanalübergangsmatrix $\overline{P}^{N \times M} = (P(y_m|x_n))$ $\begin{pmatrix} y_1x_1 & y_2x_1 \\ y_1x_2 & y_2x_2 \end{pmatrix}$

symmetrische Kanal → mittlere $I(X,Y)$ max. bei Gleichverteilung

Kanalkapazität eines DMC $C = \max_{p(x_n)} I(X;Y)$ bit/Kanalnutzung

Kanalsymmetrie 1. schwach → Zeilen sind Permutationen 2. stark → Zeilen & Spalten sind Permutationen → $C_{max} ≙ p_i = \frac{1}{N}$

Modulation → Umsetzung einer Information auf ein Sendesignal

Funktion $X(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A(nT) g(t-nT)$ | $A(nT) \in \mathbb{C}$ → die zufälligen Symbole | $g(t)$ → der verwendete Signalverlauf | T → Symboldauer | $\frac{1}{T}$ Symbolrate [Baud, Bd]

Pulsformung ist notwendig um das Spektrum eines Signals zu begrenzen. Aufgrund der Zeit-Frequenz-Unschärfe werden dadurch die Symbole verlängert → kann ISI verursachen

Modulationsverfahren (mit $0 \leq m \leq M-1$ und $d \in \mathbb{R}_0$ → Skalierungsfaktor)

ASK (Amplitude Shift Keying) → $A_m = a_m + j0$, $a_m = (2m-(M-1))d$

PSK (Phase Shift Keying) → $A_m = e^{j2\pi\frac{m}{M}} = \cos(2\pi\frac{m}{M}) + j\sin(2\pi\frac{m}{M})$

QAM (Quadrature Amplitude Modulation) → $A_m = a_{I,m} + j a_{Q,m}$; $a_{I,m}, a_{Q,m} \sim$ ASK • **OOK** (On-Off-Keying) $A(nT) = 1 / A(nT) = 0$ OOK • **FSK** (Frequency Shift Keying) → Information in der Frequenz gespeichert: $x_i(t) = e^{j2\pi f_i t}$ (z.B. in binär $i \in \{0,1\}$)

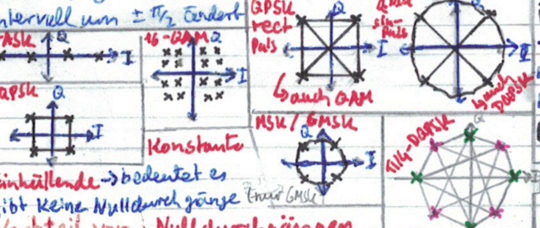
CPFSK (Continous Phase Frequency Shift Keying) → kompensiert harte umschalten zwischen Frequenzen

$x(t) = \exp[j2\pi\Delta f \int_0^t \sum_{n=0}^{\infty} A(nT) g(\xi - nT) d\xi + \Phi_0]$

OQPSK ≙ Offset QPSK ⇒ I- & Q werden zeitlich versetzt angeregt statt Phasensprung um π → 2× π/2 → keine Nulldurchgänge (+)

DPSK (differentielle PSK) → Information in Phasendifferenz (zur Implementierung einfacher Empfänger) Vorteil: phaseninkohärent & kein Phasensynchronisation (gut falls Empfänger ohne Phasensynchronisation auskommen muss) | − 2 Fehler bei 1 Fehler

$\frac{\pi}{4}$-DQPSK → 2 um $\frac{\pi}{4}$ verschobene DQPSK's → Vorteil: keine Nulldurchgänge, keine Phasensynchronisation notwendig. • **MSK** (Minimum Shift Keying) → eine FSK bei der sich die Phase pro Symbolintervall um $\pm\frac{\pi}{2}$ ändert

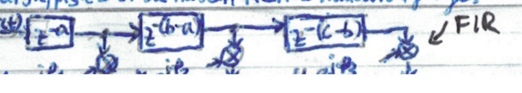


Konstante Einhüllende → bedeutet es gibt keine Nulldurchgänge

Nachteil von Nulldurchgängen

In der Praxis werden meist nicht-lineare Bauteile, u.a. Verstärker verwendet, die nur in einem kleinen Arbeitsbereich linear sind. Amplitudeneinbrüche können daher zu nicht linearen Verzerrungen und Intermodulationsprodukten führen. → $\frac{\pi}{4}$ DQPSK

OQPSK, MSK & GMSK haben KEINE Nulldurchgänge.



$S_{BP}(t) = a(t) \cdot \cos(2\pi f_T t + \varphi(t))$

moduliertes Signal, Amplitude, Phase | $S_I(t) = S_{BP}(t) \cdot 2\cos(2\pi f_T t)$, $S_Q(t) = S_{BP}(t) \cdot 2\sin(2\pi f_T t)$

Inphasenkomponente $S_I(t) = a(t)\cos(\varphi(t))$

Quadraturkomponente $S_Q(t) = a(t)\sin(\varphi(t))$

Tiefpasssignal / Komplexe Einhüllende von $S_{BP}(t)$

$s(t) = a(t) e^{j\varphi(t)} = S_I(t) + jS_Q(t)$

→ $S_{BP}(t) = S_I(t)\cos(2\pi f_T t) - S_Q(t)\sin(2\pi f_T t)$

↳ $S_{BP}(t) = Re\{s(t) e^{j2\pi f_T t}\}$

Impulsantwort h(t) ist äquivalentes Tiefpasssystem zu $h_{BP}(t) = 2Re\{h(t) e^{j2\pi f_T t}\}$ (& Eingang vom Empfänger)

→ Eingang S_{BP} | → System h_{BP} | → Ausgang r_{BP}

AKF Bandpassprozess $X_{BP}(t)$ $\varphi_{X_{BP}X_{BP}}(\tau) = Re\{\varphi_{XX}(\tau) e^{j2\pi f_T \tau}\}$

AKF Basisbandprozess $X(t)$ $\varphi_{XX}(\tau) = \varphi_{X_I X_I}(\tau) + j\varphi_{X_Q X_I}(\tau)$

Mehrwegemobilfunkkanal

$r_{BP}(t) = Re\{\sum_{n=1}^{N} a_n e^{j2\pi\frac{v t}{\lambda_0}\cos(\theta_n)} e^{j2\pi f_T t}\}$

Übertragungsfunktion $\Phi_{YY}(f) = \Phi_{XX}(f) |H(f)|^2$

AWGN → normalverteilt $N(0,\sigma^2)$ → $\mu = 0$

↳ weiß ⇒ alle Frequenzen gleich stark verteilt

$\Phi(f) = \begin{cases} C, & |f| \leq B/2 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$ → $C = \frac{N_0}{2}$ ⇔ reeles Signal → $C = N_0$ ⇔ komplexes Signal

$E_S = \int_{-\infty}^{\infty} s_{BP}^2(t)dt = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt$

Leistung von $S_B(t)$; $P_{S_{BP}} = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df$ (S_{TP})

mittlere Leistung $\overline{P}_Y = \varphi_{YY}(0) = E\{|Y(t)|^2\}$ gleich

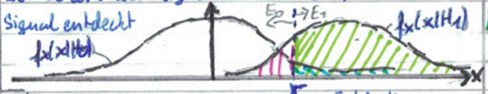
Leistung aus LDS $P_Y = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{YY}(f) df$

Hypothesen H_X & Entscheidungen E_X * Methoden um P_D vergrößern

H_0 ≙ Nullhypothese → $r(t) = n(t)$ ⇒ es liegt nur Rauschen an

H_1 ≙ Hypothese → $r(t) = s(t) + n(t)$ ⇒ Signal + Rauschen liegt an

E_0 ≙ Es wird kein Signal entdeckt | E_1 ≙ Es wird ein Signal entdeckt



• $P_D = P(x|H_1) = \int_{\gamma}^{\infty} f_X(x|H_1)dx$ ≙ Entdeckungswahrscheinlichkeit

• $P_F = P(x|H_0) = \int_{\gamma}^{\infty} f_X(x|H_0)dx$ ≙ Falschalarmwahrscheinlichkeit → Fehler 1. Art

• $1 - P_D = \int_{-\infty}^{\gamma} f_X(x|H_1)dx$ ≙ Fehler 2. Art: Nichtentdeckung

↳ Detektionsschwelle nach Neyman-Pearson

$P_D = \int_{\gamma}^{\infty} f_X(x|H_1)dx$ → lösen & nach γ umstellen ↳ P_D muss bekannt seien

↳ Detektionsschwelle nach Most Likelee (ML)

$f_X(\gamma|H_1) = f_X(\gamma|H_0)$ → nach γ auflösen *MAP

Matched Filter ≙ Filter mit Impulsantwort $g(t) = s^*(T_S - t)$ | T_S ≙ Impulsantwortlänge d.h. Signaldauer von $s(t)$ | Das MF maximiert unter AWGN das SNR am Abtaster:

$SNR_{max} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty}|s_{BP}(\tau)|^2 d\tau}{N_0/2} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty}|s(\tau)|^2 d\tau}{N_0}$

→ Der Ausgang des MF stimmt mit dem eines Korrelators für $t = T_S$ überein.

Bandbreiteneffizienz* Gibt an wie viele Bits auf die Einheitsbandbreite durch ein bestimmtes Modulationsverfahren bei idealer Pulsformung übertragen werden. Beispiel 256-PSK → Bandbreiteneffizienz ≙ $\log_2(256) = 8$ / Bsp QPSK → $\log_2(4) = 2$

Kohärente Detektion → falls der Detektor über exakte Kenntnis der Phase (und der Frequenz) verfügt.

inkohärente Detektion → funktioniert Detektion ohne Phaseninformation & mit geringer Frequenzabweichung, so wird das Detektionsverfahren als inkohärent bezeichnet.

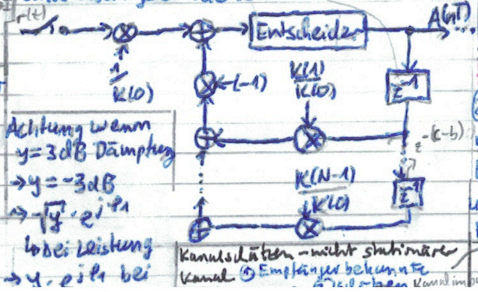
DFE / Decision Feedback Equalizer & FIR / finite impluse response [Kanalverzerrer] $a < b < c$

→ gegeben:

Pfad	Verzögerung	Dämpfung	Phasendrehung
1	aT	γ_1	φ_1
2	bT	γ_2	φ_2
3	cT	γ_3	φ_3

↳ $K(0) = \gamma_1 e^{j\varphi_1}$
↳ $K(1) = \gamma_2 e^{j\varphi_2}$

DFE → Subtrahieren die bereits entschiedenen Symbole und beseitige so die ISI



Achtung wenn $\gamma = 3dB$ Dämpfung → $\gamma = -3dB$ → $\sqrt{\gamma} \cdot e^{j\varphi_1}$ ↳ bei Leistung → $\gamma \cdot e^{j\varphi_1}$ bei

Kanalschätzen – nicht stationärer Kanal ① Empfänger bekannte ... Kanalimpulsantwort

---

Blockcode (n,k) In einem (n,k)-Code werden k-Datenbits auf n-Codebits abgebildet → n > k | **Coderate** $r = k/n$ | **linearer Code** Die Summe zweier (gültiger) CW ist wieder ein (gültiges) CW | **systematischer Code** CW beinhalten in den ersten k-Stellen das Datenwort & n-k Paritycheckbits sind angehängt → für Generatormatrix gilt: $\overline{G} = [\overline{I}, \overline{P}]^{k \times n}$ ↳ [Datenwort | Parität]

zyklischer Code Jede zyklische Verschiebung eines CW's ist wieder ein gültiges CW | **Generatormatrix $\overline{G}$** …1 linearer Code: $\vec{c}^T = \vec{d}^T \cdot \overline{G}$ | …2 linearer, systhematischer, zyklischer Code (prüfen: x^n+1 teilen) → Das Element $(\overline{G})_{kn}$ [≙ „unten rechts"] ist gleich 1. (≟ 1)

Paritycheckmatrix $\overline{G} = [\overline{I}, \overline{P}]$ ⇒ $\overline{H} = [\overline{P}^T \overline{I}_{n-k}]^{n-k \times n}$ ← H ≙ Paritycheckmatrix

Syndromdekodierung $\vec{s}^T = \vec{r}^T \cdot \overline{H}^T$ mit $\vec{r}^T$ ≙ Empfangsvektor …1 falls $\vec{s} = \vec{0}$ ⇒ $\vec{r}$ ≙ gültiges CW …2 falls $\vec{s} \neq \vec{0}$ ⇒ Übertragungsfehler liegt vor ⇒ $\vec{s}^T$ ≙ x-te Zeile von $\overline{H}^T$, dann x-tes Element von $\vec{r}^T$ ist falsch. **Hamming Abstand** Anzahl der Stellen an denen sich 2 CW unterscheiden (t ≙ #Fehler)

Korrekturfähigkeit $d_{min} \geq 2t+1$ ⇔ $t \leq \lfloor\frac{1}{2}(d_{min}-1)\rfloor$

Hamming Ungleichung (notwendige Bedingung) → um bei (n,k)-Code t-Fehler korrigieren zu können muss gelten: $2^{n-k} \geq \sum_{i=0}^{t} \binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}$ | **Generatorpolynom** Die letzte Zeile von $\overline{G}$ transformiert in ein Polynom ≙ $g(x)$

zyklischer linearer (n,k) Code hat $g(x)$ mit Form: $g(x) = x^{n-k} + \ldots + 1$ und ist Teiler von $x^n + 1$

↳ $g(x) \cdot (ax^k + bx^{k-1} + \ldots + cx + 1) = (x^n + 1)$ → Finde Koeffizienten

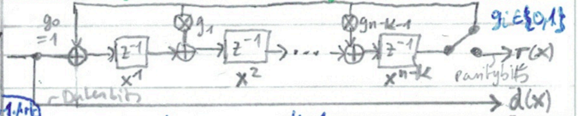
Bildung eines CW aus g(x) & Datenwort d

① $\vec{d}^T = (d_1, \ldots, d_k)^T$ → $d(x) = d_1 x^{k-1} + d_2 x^{k-2} + \ldots + d_{k-1}x + d_k$

② $c(x) = d(x) \cdot g(x)$

③ $c(x) = c_1 x^{n-1} + c_2 x^{n-2} + \ldots + c_{n-1}x + c_n$ → $c^T = (c_1, \ldots, c_n)$

Linear rückgekoppeltes Schieberegister / Blockencoder



⇒ $g(x) = g_{n-k}x^{n-k} + g_{n-k-1}x^{n-k-1} + \ldots + g_2x^2 + g_1x + g_0$ ($g_0 = 1$)

Erzeugung zyklischer Blockcode aus g(x)

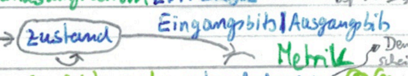
↳ zusätzlich systematisch (Zeilenumformen) Bringe * auf die Form $\overline{G}_{sys} = [I_k, P]$

$\overline{G} = \begin{pmatrix} x^{k-1} \cdot g(x) \\ x^2 \cdot g(x) \\ x \cdot g(x) \\ 1 \cdot g(x) \end{pmatrix}$ *

Faltungscodierung (Kenngrößen)

→ k ≙ pro Takt eingegebene Bits | → n ≙ pro Takt ausgegebene Bits | → b ≙ Anzahl interne Speicherblöcke (einschl. Datenbit, das reinkommt) | **Eindringtiefe** | **Einflusslänge** $L = b \cdot k$ | **Coderate** $r = k/n$

Zustandsdiagramm [VITERBI]



Metrik (Demodulator entscheidet Bits)

① **Hamming Distanz d_H** → hard decision ② (Quadratisch-) **Euklidischer Abstand** → soft decision $(a_0 - a_0)^2 + (a_1 - a_1)^2$

Soft Decision Bei gleichem SNR wird dadurch eine geringere Bitfehlerwahrscheinlichkeit erreicht. Dieses Vorgehen nennt man Soft Decision. (Dekodieren mit euklidischem Abstand) **Shannon-Kapazität**

$C_{AWGN} = W \cdot \log_2(1 + \frac{S}{N}) = W \cdot \log_2(1 + SNR)$ $[\frac{bit}{s}]$

• Für jede Rate R<C kann mit „geeigneter Codierung" eine beliebige kleine Bitfehlerwahrscheinlichkeit erreicht werden

• Für jede Rate R>C ist es unmöglich, Bits mit beliebig kleiner Bitfehlerwahrscheinlichkeit zu übertragen.

Shannon-Grenze kleinst mögliches E_b/N_0 für das eine Übertragung möglich ist. → minimales SNR bestimmen.

↳ $S = E_b \cdot R$ mit $R = C$ und $N = N_0 \cdot W$ → umstellen nach E_b/N_0 → $(E_b/N_0)_{min} = 1/\log_2(e) = -1{,}59dB$ → maximales C bestimmen → $\lim_{W \to \infty} C(W) = \lim_{W \to \infty} W\log_2(1 + S/(N_0 \cdot W)) \overset{l'Hôspital}{=} \frac{S}{N_0}\log_2(e)$

Bandbreiteneffizienz $\Gamma = \frac{R}{W}$ | $R: [\frac{bit}{s}]$ $W[Hz] = \frac{T_N}{T_G + T_N} = W \cdot \Gamma$

Nyquistgrenze Für die Übertragung der (Symbol-)Rate R_S ohne ISI benötigt man mindestens eine Bandbreite von $W = \frac{R_S}{2}$

ISI (Intersymbolinterferenz) → Gegenseitige Beeinflussung von Symbolen im Empfänger. → Verzögerungspfade müssen Vielfaches der Symboldauer sein → ISI ist besonders störend, da es kein AWGN ist.

Symbolschätzer

Methoden für besseres P_D bei gleichem P_F ① Erhöhung Sendeleistung ② Mittelung unkorrelierter Empfangswerte ③ Verwendung Empfänger mit geringer Rauschzahl

* **Kanalkapazität** (unter AWGN) Die Kanalkapazität ist eine obere Schranke für eine bei geeigneter Codierung unter AWGN maximal erreichbare Bitrate bei beliebig kleiner Fehlerzahl.

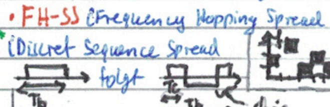
→ Eigenschaften der Trainingssequenz: AKF muss scharfes Maximum und niedrige Nebenmaxima → Bsp. m-Sequenzen

* **Entscheidungsschwelle nach MAP**

Kohärenzzeit T_C die Zeit, in der der Kanal als konstant angenommen werden kann | **Kohärenzbandbreite** beschreibt anschaulich die Bandbreite, über welche der Kanal als konstant angenommen werden kann. | **Vorteil zeitinvarianter Kanal** $T < T_C$ = Kanalschätzung & Entzerrung vereinfachen sich. | **Fading Kanäle** → frequenzselektiv ↳ es gibt ISI falls Kanal stationär ↳ slow

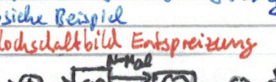
Fadingbegriffe	$B < B_C$	$B > B_C$
$T < T_C$	flat, slow	freq. selektiv, slow
$T > T_C$	flat, fast	freq. selektiv, fast

Spreizverfahren → Sendeleistung wird auf breiteren Frequenzbereich als nötig verteilt. Dadurch wird das Signal robuster gegenüber Störungen • **FH-SS** (Frequency Hopping Spread Spectrum • **DSSS*** (Discret Sequence Spread Spektrum) → aus folgt

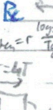


Spreizfaktor SF
$SF = T_b/T_C = B_c/B_s$ **Entspreizung CDMA/OVSF**
Spreizfolge $\vec{c}_N \hat{=} [c_1, c_2, \ldots, c_L]$ mit $L = SF$
Empfangene Chipfolge $\vec{r} = [r_1, r_2, \ldots, r_{n\cdot L}]$ mit $n \in \mathbb{N}$
Symbole der Nutzer $\vec{y}_N = [y_1, y_2, \ldots, y_n]$
→ geschätzt $\hat{y} = \text{sign}(\vec{y}) \Rightarrow y_k = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L} c_{N,i} \cdot r_{L(k-1)+i}$
siehe Beispiel

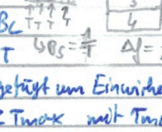
Blockschaltbild Entspreizung



OVSF Orthogonal Variable Spreading Factor → sind zueinander orthogonal, ermöglichen also eine Nutzertrennung durch Codes (CDMA) und haben zusätzlich unterschiedliche Spreizfaktoren, d.h. Nutzer können unterschiedliche Spreizfaktoren zugewiesen bekommen und so unterschiedliche Datenraten erhalten. → Codefolgen unterschiedlicher Länge sind nur dann orthogonal, falls das System synchron ist und sie im Codebaum nicht auf dem selben Pfad wurzeln. → zur Synchronisation den Code zu entfernteren Empfänger um Laufzeit früher abschicken. **UMTS** → verwendet OVSF
OVSF vs. m-Sequenzen. ① asynchron → m-Sequenzen besser, da gute KKF Eigenschaften. ② synchron → OVSF besser, da KKF von $\tau = 0$ gleich Null. | **Gold-Folgen** entsteht aus XOR-Addition zweier m-Folgen | **OFDM** transformiert frequenzselektive in frequenzflache Kanäle – OFDM ≙ Orthogonal Frequency Division Multiplexing → Ziel: Teile Gesamtbandbreite in parallele Kanäle mit $B_{Kanal} < B_C$ → dadurch weniger anfällig für ISI als OSO



Symboldauer pro Unterträger $T_N = T \cdot N < T_C$ | $R_{Daten} = r\,\frac{\log_2(M)}{T_{ges}}$
Symboldauer T
Symbolrate pro Unterträger $R_{SN} = R_S/N$
Symbolrate $R_S = 1/T$
Unterträgerabstand $\Delta f = 1/T_N < B_C$
Gesamtbandbreite $B_S = N \cdot \Delta f = 1/T$

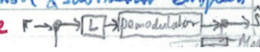


Guard-Intervall T_G → wird eingefügt um Einwirken der Echos/ISI zu minimieren → $T_G \geq T_{max}$ mit T_{max}: maximale Verzögerung aller Echos → Gesamtdauer des OFDM Symbols = $T_S = T_N + T_G$ (T_S ≙ neuem T_N)
Cyclic Prefix → während des Guard Intervalls wird das Ende des nächsten OFDM-Symbols am Anfang zyklisch wiederholt. **Vorteil Cyclic Prefix** Mehrwegeüberlagerungen lassen sich verzerrungsfrei auswerten, da eine zyklische Verschiebung im Zeitbereich lediglich einer Phasendrehung im Frequenzbereich entspricht. Phasendrehung kann durch komplexe Multiplikation korrigiert werden. **Länge des Cyclic Prefix L_G (in Samples)**
$L = \lceil T_G/T \rceil = \lceil T_G \cdot N/T_N \rceil$ | **$SNR_{Verlust}$** $= T_N/(T_G+T_N)$
$= SNR_V = -10 \cdot \log(T_N/(T_G+T_N))\,dB = 10 \cdot \log(1 + L_G/N)$

SNR ① $SNR = E_b/N_0$ ② $SNR = \frac{E(D^2) - E(D)E(D^*)}{E(N^2) - E(N)E(N^*)}$
③ $SNR = \frac{\bar{P}_S}{\bar{P}_N} = \frac{\varphi_{SS}(0)}{\varphi_{NN}(0)} = \frac{E\{|D|^2\}}{E\{|N|^2\}}$ } mittelwertfrei
④ $SNR = 1/\sigma^2$ → normiert ($P_S = 1$), AWGN, mittelwertfrei

Wortfehler-/Symbolfehlerwahrscheinlichkeit
$n \hat{=}$ #Bits/Symbol, $p \hat{=}$ Bitfehlerwahrscheinlichkeit, $t \hat{=}$ Korrekturfähigkeit [$P_{Bitfehler} \leq P_{Symbolfehler}/\log_2(M)$] (absolut ↑ ganz)
$P(\text{Wort falsch}) = \sum_{k=1+t}^{n} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$
$P(\text{Wort falsch}) = 1 - \sum_{k=0}^{t} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$
$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ ↳ n ncr k

SIC Problem bei Detektion ist Gegeninterferenz → verschiedene Frequenzen verschieden stark → Lösung SIC → SIC schätzt Symbol & subtrahiert Einfluss. Problem dabei: | **Erste Stufe**



V-BLAST (Vertical) → Sender überträgt auf allen N_T Sendeantennen gleichzeitig unterschiedliche Symbole
⇒ Erhöhung der Datenrate um bis zu Faktor N_T
→ Empfänger empfängt auf jeder der N_R-Empfangsantennen ein Gemisch aus allen Sendesymbolen
↳ verwendet SIC [Succesive Interference Cancellation]* zur sukzessiven Detektion der Sendesymbole

Antenne \ Zeitschritt	0	1	2	3	.
1	s_1	s_4	s_7	s_{10}	.
2	s_2	s_5	s_8	s_{11}	.
3	s_3	s_6	s_9	s_{12}	.

} N_T Zeilen

D-BLAST (Diagonal) Symbole besitzen diagonale Anordnung über Sendeantennen & Symboltakte, d.h. jedes Symbol wird einmal von jeder Antenne gesendet. Dadurch erhöht sich zwar nicht die Datenrate im Vergleich zu einem SISO-System, jedoch wird ein Diversitätsgewinn erzielt, sodass sich die Bitfehlerrate bei gegebenem SNR verbessert

Antenne \ Zeitschritt	0	1	2	3	…	N-2	N-1	N
1	s_1	s_2	s_3	s_4	…	s_N	/	/
2	/	s_1	s_2	s_3	…	s_{N-1}	s_N	/
3	/	/	s_1	s_2	…	s_{N-2}	s_{N-1}	s_N

$k \hat{=}$ pro Zeitpunkt verschiedene Symbole
N_T = Sendeantennen
N_R = Empfangsant.
n = Zeitschritte

STBC (Space Time Block Code)
↳ Sonderfall: **Alamouti-Code** es gilt
$k = n = N_T = 2$ & $N_R = 1$ → maximaler Diversitätsgewinn
$\vec{G}^{n \times N_T} = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 \\ -s_2^* & s_1^* \end{pmatrix}$ } # Spalten ≙ N_T Sendeantennen, # Zeilen ≙ n Zeitschritte

Zeitschritt	Antenne 1	Antenne 2
1	s_1	s_2
2	$-s_2^*$	s_1^*
3	s_3	s_4
4	$-s_3^*$	s_4^*

$s \hat{=}$ tatsächliches Sendesignal (muss auf $\hat{s}$ geschätzt werden)
$y \hat{=}$ Entscheidungsgröße
r = Empfangssignal
w = Störgröße | h ← liefert Kanalschätzer
↳ Empfangssignal
$\begin{pmatrix} r[1] \\ r[2] \end{pmatrix} = \vec{G}\begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} w[1] \\ w[2] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_1 s_1 + h_2 s_2 \\ -s_2^* h_1 + h_2 s_1^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} w[1] \\ w[2] \end{pmatrix}$.
↳ Entscheidungsgröße (→ vom Empfänger gebildet)
$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_1^* & h_2 \\ h_2^* & -h_1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} r[1] \\ r^*[2] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (|h_1|^2 + |h_2|^2)s_1 + h_1^* w_1 + h_2 w_2^* \\ (|h_1|^2 + |h_2|^2)s_2 + h_2^* w_1 - h_1 w_2^* \end{pmatrix}$

Waterfilling für parallele AWGN Kanäle wird die Gesamtkapazität maximiert

① $P_{ges} = P_i + \sum_{i=1}^{N} \sigma_i^2$ berechnen
② $P_{max} = P_{ges}/N$
③ berechne P_i

Der Vorteil einer **Midambel** ist, dass kürzere Kanalkohärenzzeiten toleriert werden können, da die zeitlichen Abstände zum Anfang und zum Ende des Burts nur halb so lang sind, wie der zeitliche Abstand vom Anfang zum Ende eines Burts bei Verwendung einer **Präambel**. Der Nachteil ist die dadurch entstehende Verzögerung | **SDMA** Space Division Multiple Access → Raum **FDMA** Frequency DMA → Frequenz **TDMA** Time DMA → Zeit **CDMA** Code DMA | **OFDM/MIMO im AWGN** → MIMO Systeme können nicht zur Steigerung der Datenrate im AWGN-Kanal eingesetzt werden, da es dort kein Fading gibt & somit keine Diversität

Kanalmatrix → $N_R \hat{=}$ Empfangsantenne | $N_T \hat{=}$ Sendeantenne
$\vec{H} = \begin{pmatrix} h(1,1) & h(1,2) & \cdots & h(1,N_T) \\ h(2,1) & h(2,2) & \cdots & h(2,N_T) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h(N_R,1) & h(N_R,2) & \cdots & h(N_R,N_T) \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$
$h(a, b)$: a beschreibt „wohin", b beschreibt „woher"

Frequenzflachheit (Kanal) Ist der Kanal frequenzflach, so besteht von der Sendeantenne m zur Empfangsantenne n seine Wirkung in der Multiplikation mit einer komplexen Zahl $h(n,m) \in \mathbb{C}$

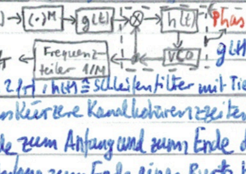
SNR pro Chip des Empfangssignals $\vec{r}$ ($\Delta\vec{r} = \vec{r} - \hat{\vec{s}}$)
Spreizfolgen $\vec{c}_1, \vec{c}_2$ bzw. $\vec{c}_i$ | Empfangsfolge $\vec{r}$
geschätzte Symbole der Nutzer $\hat{y}_1, \hat{y}_2$, bzw. $\hat{y}_i$
① $\vec{s}_i = (\hat{y}_i \vec{c}_i) = (\hat{y}_{i,1} \cdot c_{i,1}, \hat{y}_{i,1} \cdot c_{i,2}, \hat{y}_{i,1} \cdot c_{i,SF}, \hat{y}_{i,2} \cdot c_{i,1}, \ldots, \hat{y}_{i,2} \cdot c_{i,SF}, \ldots, \hat{y}_{i,N} c_{i,1}, \ldots, \hat{y}_{i,N} \cdot c_{i,SF})$
② $\hat{\vec{s}} = \sum_{i=1}^{N} \vec{s}_i$ | ③ $\Delta\vec{r} = \vec{r} - \hat{\vec{s}}$
④ mittlere Rauschleistung $\sigma^2 = (1/N)\sum_{n=1}^{N} (\Delta r_n)^2$
⑤ mittlere Sendeleistung $\bar{P}_S = (1/N)\sum_{n=1}^{N} (\hat{s}_n)^2$
⑥ $SNR_{chip} = \bar{P}_S/\sigma^2 \rightarrow 10 \cdot \log(SNR_{chip})$

ICI (Inter Carrier Interference), also Nachbarkanalstörung: ↳ Ursachen: Doppler Spread, nicht abgestimmte Oszillatoren, mangelnde Frequenzsynchronisation im Empfänger | **OFDM vs. Einträgersystem** Durch die im Vergleich zu Einträgersystemen gleicher Systembandbreite, längere Symboldauer sind OFDM-Systeme weniger anfällig für ISI, wodurch die Entzerrung vereinfacht wird.
NRZ → Non-Return to Zero $(-1)^w \Rightarrow \{0 \hat{=} 1$ & $1 \hat{=} -1\}$

Encoder in Sendereihenfolge ① Kryptoencoder: Verschlüsselung der Daten, sodass vor Ändern & Mitlesen durch Dritte geschützt ② Quellenencoder → Zuordnung der Information zu Datenwörtern, sowie Kompression der zu übertragenden Information durch Entfernung der Redundanz ③ Kanalencoder: Hinzufügen strukturierter Redundanz um Übertragungsfehler erkennen/korrigieren zu können. → Empfangsreihenfolge genau umgekehrt. | & Sender ④ Bit zu Symbol-Encoding: Weist Bits Inphase- & Quadraturanteil der Symbole aus Konstellationsdiagramm zu. ⑤ Pulsformung → Formt Puls & bestimmt dadurch Spektrum des Sendesignals ⑥ Digital-Analog Wand. → Setzt digital in Analog Signal um. ⑤ Quadraturmischer Umsetzung Basisbandsignal in Bandpasssignal

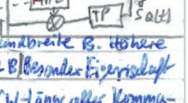
Zero-Forcing Detektor Da beim ZF-Detektor mit der Pseudo-inversen Kanalmatrix multipliziert wird, kann es zu Rauschverstärkung kommen, falls diese sehr kleine Werte enthält.
Der **MMSE-Detektor** konvergiert bei hohem SNR gegen den [ZF-Detektor] | ≙ (MMSE ≙ Minimum Mean Square Detector
jedoch benötigt er zur Berechnung eine

$d_T(t) = \begin{cases} \frac{2}{T}t + 1, & \text{für } t \in [-\frac{T}{2}, 0] \\ 1 - \frac{2}{T}t, & \text{für } t \in [0, T/2] \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \circ\!\!-\!\!\bullet\ \frac{T}{2}\, si^2\!\left(\pi f \frac{T}{2}\right)$
• $\text{sinc}(x) = si(\pi x) = \sin(\pi x)/\pi x \rightarrow si(x) = \frac{\sin(x)}{x}$
• **Trigonometrie** $\sin(x) - \sin(y) = 2\sin(\frac{x-y}{2})\cos(\frac{x+y}{2})$
$\Rightarrow \sin(x + \pi/2) = \cos(x)$ & $\cos(x + \pi/2) = \sin(x)$
• **Logarithmusregel** $\log_x(y) = \log_z(y)/\log_z(x)$
• **Satz von Bayes** $P(A|B)P(B) = P(A \cap B) = P(B \cap A) = P(B|A) \cdot P(A)$
• **stochastisch unabhängige Ereignisse** $P(A \cap B) = P(A, B) = P(A) \cdot P(B)$
• **Erwartungswert** ① kontinuierlich $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)\,dx$
② diskret $E(X) = \sum_{n=1}^{\infty} x_n p_n$ • **Varianz** $\sigma^2 = E\{x^2\} - E^2\{x\}$
mit $E\{x^2\} = \sum_{n=1}^{\infty} |x_n|^2 p_n$ • **Dichte diskreter ZV**
$f_X(x) = \sum_{m=1}^{\infty} p(x = x_m)\,\delta(x - x_m)$ • **Binomialverteilung**
$P = \binom{N}{k} p^k \cdot (1-p)^{N-k}$ → N identische, unabhänge Züge (mit zurücklegen), k-Treffer, $p \hat{=}$ Wahrscheinlichkeit von k
• **Normalverteilung** $[\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)]$ $\rho = \frac{x-\mu}{\sigma}$
$\int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}} dx = \Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$
• **AKF** $\varphi_{XX}(t, t-\tau) = E\{X(t) \cdot X^*(t-\tau)\}$
• **Stationarität** ① $\varphi_{XX}(t, t-\tau) = \varphi_{XX}(\tau)$ → schwach
② $E(X(t)) = \text{const.}$ → wenn ① & ② stark stationär
• **KKF für unkorrelierte ZV** $\varphi_{XY}(\tau) = \varphi_{YX}(\tau) = \ldots$
$\ldots = E(X(t)Y(t-\tau)) = E(X(t))\,E(Y(t-\tau)) = \mu_X \cdot \mu_Y$
• **Leistungsdichtespektrum** $\Phi_{XX}(f) = \mathcal{F}\{\varphi_{XX}(\tau)\} = |X(f)|^2$
• **Amplitude LDS** $LDS(S_{BP}(t)) = |S_{BP}(f)|^2$
$LDS_{BP}(f) = \sqrt{|S_{BP}(f)|^2}$, da $|S_{TP}(f)| = 2|S_{BP}(f)|$ folgt
$LDS_{TP} \hat{=} (2 \cdot |S_{BP}(f)|)^2 = 4 \cdot |S_{BP}(f)|^2$
→ Amplitude $LDS_{TP} \hat{=} 4 \cdot$ Amplitude LDS_{BP}
Dichte der Summe zweier unabhängiger Einzelstörungen
$n = s + r \Rightarrow f_N(n) = f_S(n) * f_R(n)$ | **Schaltung Trägerrückgewinnung** **Phasenregelkreis**

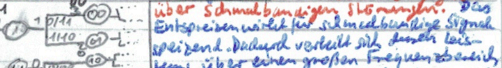


$g(t) \hat{=}$ Bandpass mit geringer Bandbreite um $|2f_T|$, $h(t) \hat{=}$ Schleifenfilter mit Tiefpasscharakteristik | $M=2$ bei BPSK, $M=8$ bei 8-PSK

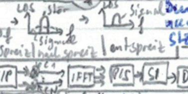
Quadraturmischer Funktioniert auch rückwärts → Problem der Schaltung: Phasenimbalance, welche entsteht, wenn Oszillatorsignal um $\frac{\pi}{2} + \varphi_{imb}$ verschoben



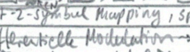
Höhere **Stufigkeit** → höhere Rate R bei fester Bandbreite B. Höhere **Symboldauer** → geringe Rate R bei fester Bandbreite B | Besondere Eigenschaft **Huffman-Code** → Besitzt die minimale mittlere CW-Länge aller kommafreien Codes (**Kommafrei** ≙ Codes die die Präfixeigenschaft erfüllen).
*Bei DSSS spektrale Effizienz um n-Bit steigern, wenn Spreizfaktor gleich bleibt, Modulationsverfahren mit 2^n mal so vielen Symbolen verwenden
Bandpasssignal zur Übertragung über Funkkanäle, um verschiedene Systeme im Spektrum zu trennen und da sich nur reelle Signale über Funk übertragen lassen.
Basisbandsignal zur digitalen Signalverarbeitung und Simulation, sowie zur kabelgebundenen Übertragung, um mit niedriger Abtastrate arbeiten zu können.
Blockschaltbild OFDM Systementzerrer



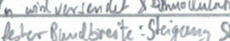
ML-Decoder braucht 2^N Vergleiche



Erklärung Bandspreizsysteme (z.B. DSSS) robust gegenüber schmalbandigen Störungen. Das Entspreizen wirkt für schmalbandige Signale spreizend. Dadurch verteilt sich deren Leistung über einen großen Frequenzbereich, wodurch die Leistungsdichte abnimmt. Durch Filterung kann das Nutzsignal, das nach Entspreizen schmalbandig ist, vom Störer getrennt werden.



OFDM Sender der mit CDMA Träger spreizt



{IFFT, Schutzintervall einfügen} Bit-2-Symbol Mapping, Space Time Encoder, Schutzintervall entf., FFT
Differentielle Modulation → Modulieren $\tilde{d}_n = d_n \cdot \tilde{d}_{n-1}$ wenn invertiert ↳ $\tilde{d}_n$ wird versendet & Demodulation $r_n = \tilde{r}_n \cdot \tilde{r}_{n-1}$ | $\tilde{r}_n = \tilde{d}_n$ ... $\tilde{r}_n = \tilde{d}_n$
bei fester Bandbreite: Steigerung SNR ⇒ Steigerung Kanalkapazität
$\frac{d}{dSNR} C(SNR) = \frac{W}{\ln(2)} \cdot \frac{1}{1+SNR} > 0\ \forall SNR$ | mit $W = B$