

1. **Grundlagen der Quantenmechanik**
2. **Elektronische Zustände**
3. **Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente**
4. **Elektronen in Kristallen**
5. **Halbleiter**
6. **Quantenstatistik für Ladungsträger**
 - 6.1 Die Zustandsdichte
 - 6.2 Besetzungswahrscheinlichkeiten
 - 6.3 Ladungsträgerdichten (fortgesetzt)
7. **Dotierte Halbleiter**
8. **Halbleiter im Nichtgleichgewicht**
9. **Der pn-Übergang**

Festkörperelektronik
SS 2014
10. Foliensatz
27.06.2014

Lage des Fermi-niveaus beim intrinsischen HL

$$n = N_L \exp\left(-\frac{W_L}{k_B T}\right) \exp\left(\frac{W_F}{k_B T}\right) = p = N_V \exp\left(\frac{W_V}{k_B T}\right) \exp\left(-\frac{W_F}{k_B T}\right)$$

Auflösen nach der exp-Funktion:

$$\Rightarrow \exp\left(\frac{2W_F}{k_B T}\right) = \frac{N_V}{N_L} \exp\left(\frac{W_V + W_L}{k_B T}\right)$$

Auflösen nach W_F :

$$\Rightarrow W_F = \frac{W_L + W_V}{2} + \frac{k_B T}{2} \ln\left(\frac{N_V}{N_L}\right)$$

Mit $\left(\frac{N_V}{N_L}\right) = \left(\frac{m_h^*}{m_e^*}\right)^{\frac{3}{2}}$ folgt:

$$W_F = \frac{W_L + W_V}{2} + \frac{3}{4} k_B T \ln\left(\frac{m_h^*}{m_e^*}\right)$$

bei $m_h^* = m_e^*$ liegt das Fermi-niveau T-unabhängig in der Mitte der Bandlücke

→ bei $m_h^* \neq m_e^*$ T-abhängige Verschiebung

Berechnung der Leitfähigkeit

- Quantitativ wird die Leitfähigkeit σ berechnet durch:

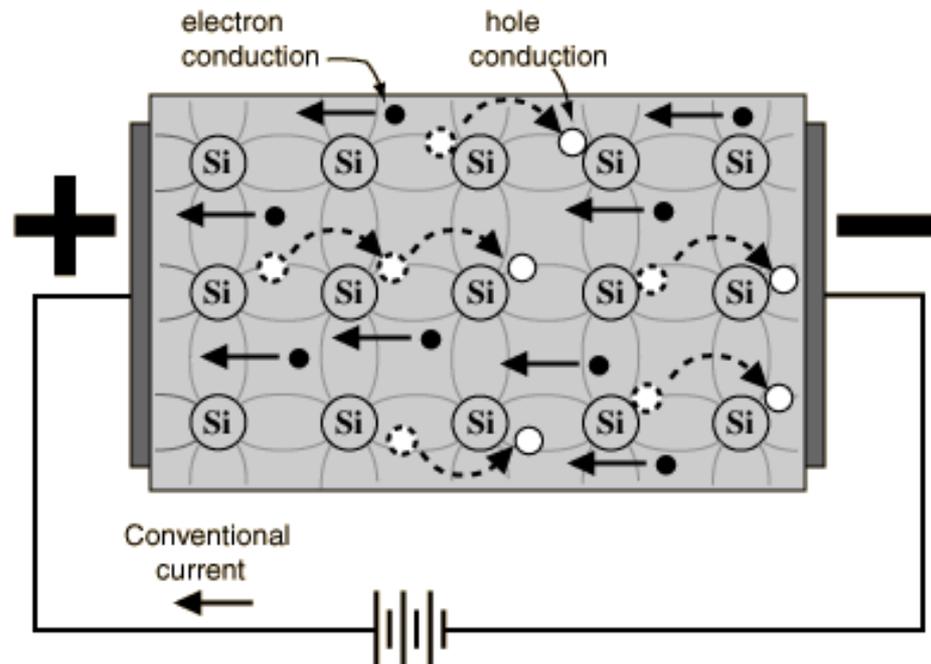
$$\sigma = e(\mu_n n + \mu_p p)$$

Ladung des Elektrons $\rightarrow e$
 Beweglichkeit der Ladungsträger im Leitungsband $\rightarrow \mu_n$
 Anzahl der Ladungsträger im Leitungsband $\rightarrow n$
 Anzahl der Ladungsträger im Valenzband $\rightarrow p$
 Beweglichkeit der Ladungsträger im Valenzband $\rightarrow \mu_p$
 Anzahl der Ladungsträger im Valenzband $\rightarrow p$

- Wir können jetzt die Leitfähigkeit von homogenen Eigenhalbleitern im thermischen Gleichgewicht berechnen!!

- Der Strom ist eine Kombination aus Elektronen- und Löcherstrom.

$$J = \sigma E$$

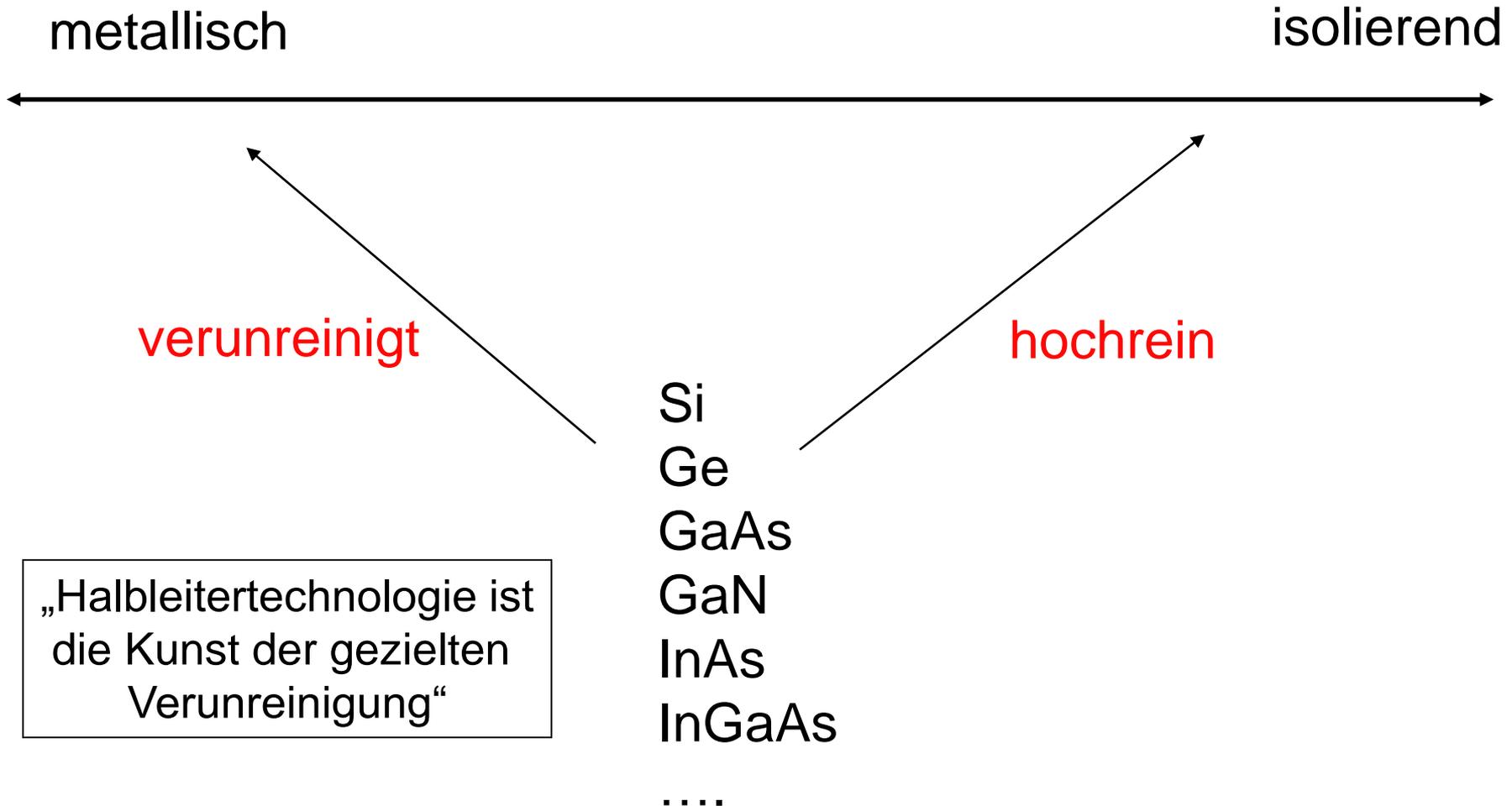


1. **Grundlagen der Quantenmechanik**
2. **Elektronische Zustände**
3. **Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente**
4. **Elektronen in Kristallen**
5. **Halbleiter**
6. **Quantenstatistik für Ladungsträger**
7. **Dotierte Halbleiter**
 - 7.1 Wozu Dotierung?
 - 7.2 Grundlagen der Dotierung
 - 7.3 Quantitatives
 - 7.4 Entartete Halbleiter
 - 7.5 Temperaturabhängige Eigenschaften dotierter Halbleiter
8. **Halbleiter im Nichtgleichgewicht**
9. **Der pn-Übergang**

Verunreinigungen in Eigenhalbleitern

- Bisher haben wir Halbleiter diskutiert, die keine Verunreinigungen haben wie z.B. einen reinen Si- oder GaAs-Kristall. Halbleiter in denen Verunreinigungen keine Rolle spielen, nennt man Eigenhalbleiter.
- Ist der Halbleiter durch Fremdatome verunreinigt, so können diese Fremdatome zusätzliche Ladungsträger beisteuern.
- Damit die Eigenleitung der dominante Effekt für den Stromtransport ist, muss die Dichte der Fremdatome geringer als n_i sein.
 - d.h. auf $3 \cdot 10^{12}$ Si-Atome darf weniger als ein Fremdatom kommen! (Si hat $8 / (5,43 \cdot 10^{-8} \text{ cm})^3 = 5 \cdot 10^{22} \text{ Atome/cm}^3$, $5 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3} / 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3} = 3 \cdot 10^{12}$)
 - Reinheitsgrade von 10^{10} - 10^{12} Fremdatomen/cm³ sind heute erreichbar.

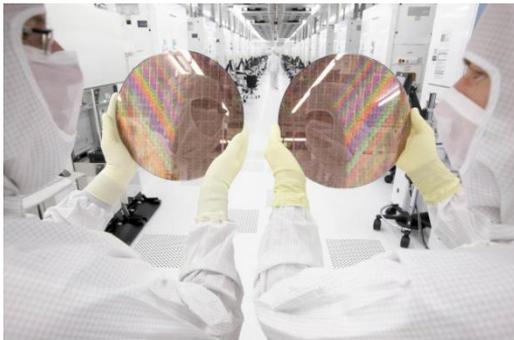
Einstellen der Leitfähigkeit in HL



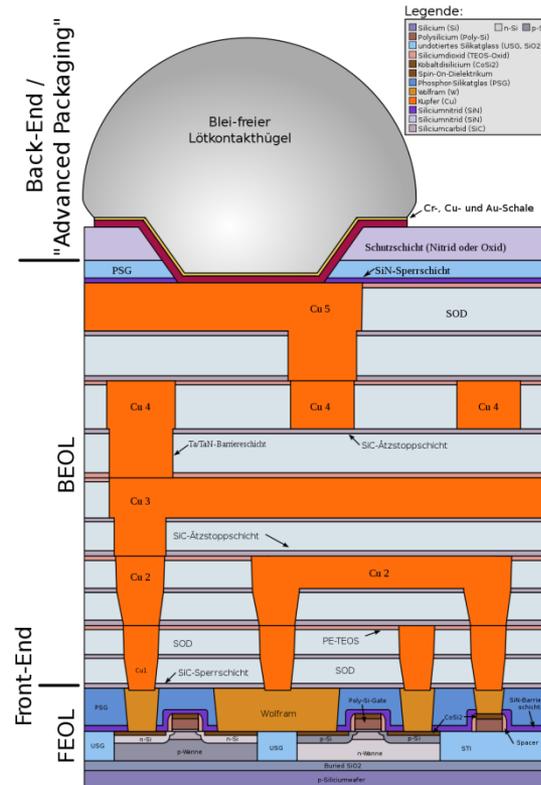
Ungewollte Verunreinigungen vermeiden!

- Die Herstellung von Halbleiterbauelemente ist sehr anfällig gegenüber Verunreinigungen.
- Sowohl bei der Herstellung von Wafern als auch bei der Verarbeitung zu Chips ist es notwendig, die Konzentration von Fremdatomen und Staub äußerst gering zu halten.

Reinraum



Source: Globalfoundries



Schnitt durch CMOS-Chip
(www.wikipedia.de)



Gewollte Verunreinigung: Fremdhalbleiter

- Gezielte Zugabe von Fremdatomen (Substitutionsstörstellen) kann aber sehr nützlich sein, da die Leitfähigkeit gezielt verändert werden kann durch die zusätzlichen Ladungsträger. Dieser Vorgang wird „Dotieren“ genannt.
- Halbleiter bei denen die Anzahl der Ladungsträger durch Fremdatome dominiert wird, nennt man „Fremdhalbleiter“ oder „dotierte“ Halbleiter.
- Fremdatome können entweder Elektronen oder Löcher beitragen:

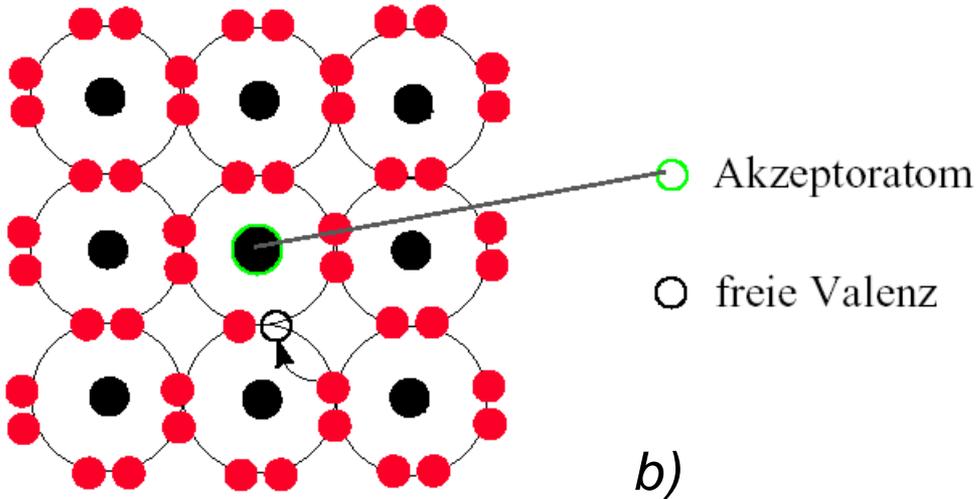
1. **Grundlagen der Quantenmechanik**
2. **Elektronische Zustände**
3. **Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente**
4. **Elektronen in Kristallen**
5. **Halbleiter**
6. **Quantenstatistik für Ladungsträger**
7. **Dotierte Halbleiter**
 - 7.1 Wozu Dotierung?
 - 7.2 Grundlagen der Dotierung
 - 7.3 Quantitatives
 - 7.4 Entartete Halbleiter
 - 7.5 Temperaturabhängige Eigenschaften dotierter Halbleiter
8. **Halbleiter im Nichtgleichgewicht**
9. **Der pn-Übergang**

Dotierung

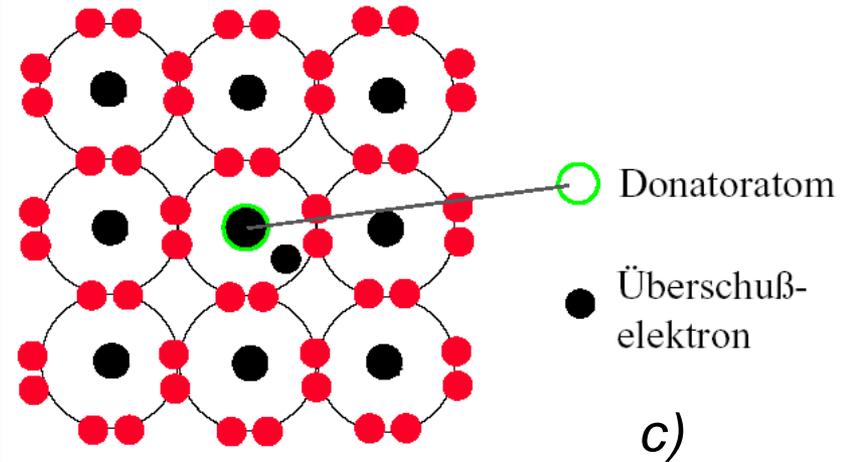
a)

II	III	IV	V	VI
Be	B	C	N	O
Mg	Al	Si	P	S
Zn	Ga	Ge	As	Se
Cd	In	Sn	Sb	Te
Hg	Tl	Pb	Bi	Po

a) Ausschnitt aus dem Periodensystem der Elemente. b) Schema zur p-Dotierung. c) Schema zur n-Dotierung.



p-Dotierung durch Einbau eines Atoms mit 3 Valenzelektronen



n-Dotierung durch Einbau eines Atoms mit 5 Valenzelektronen

Energieniveaus bei Dotierung

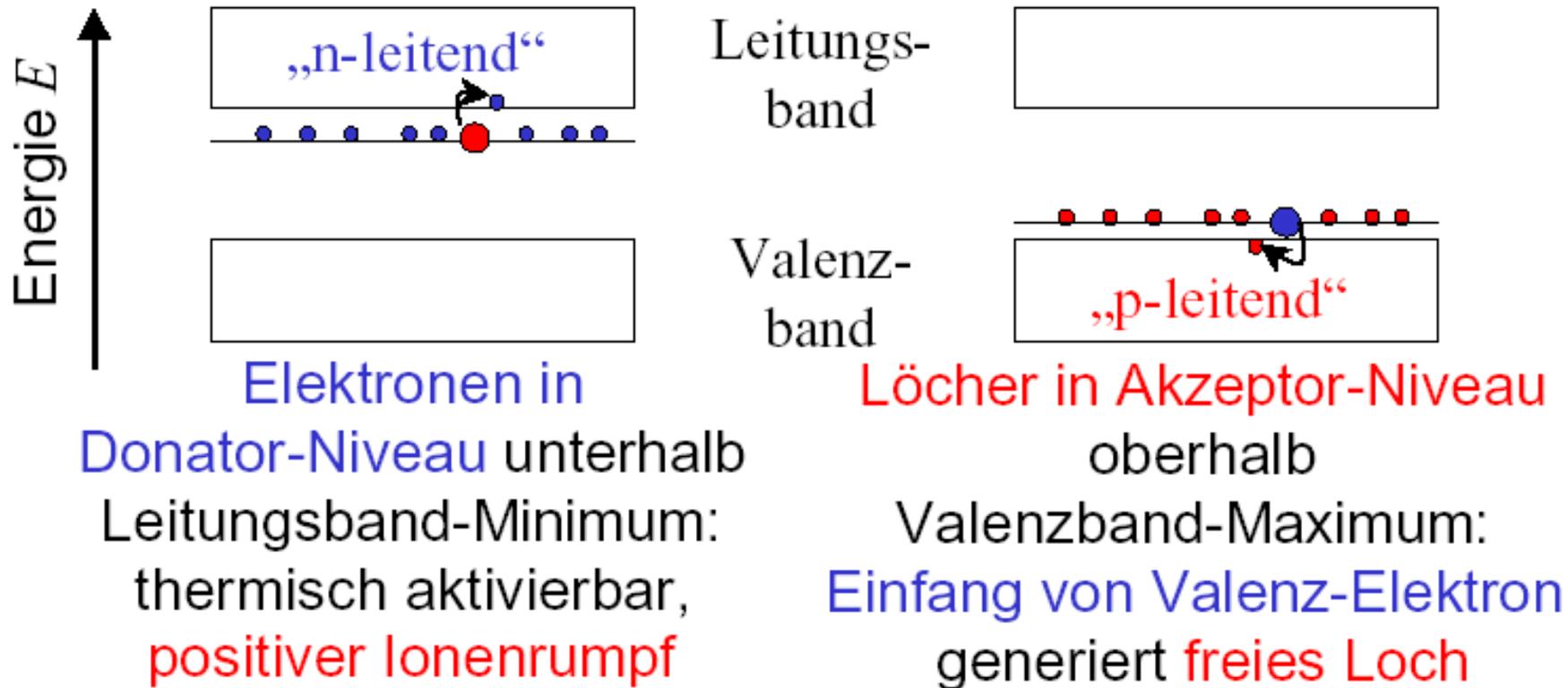


Abb. Energieniveaus bei Dotierung

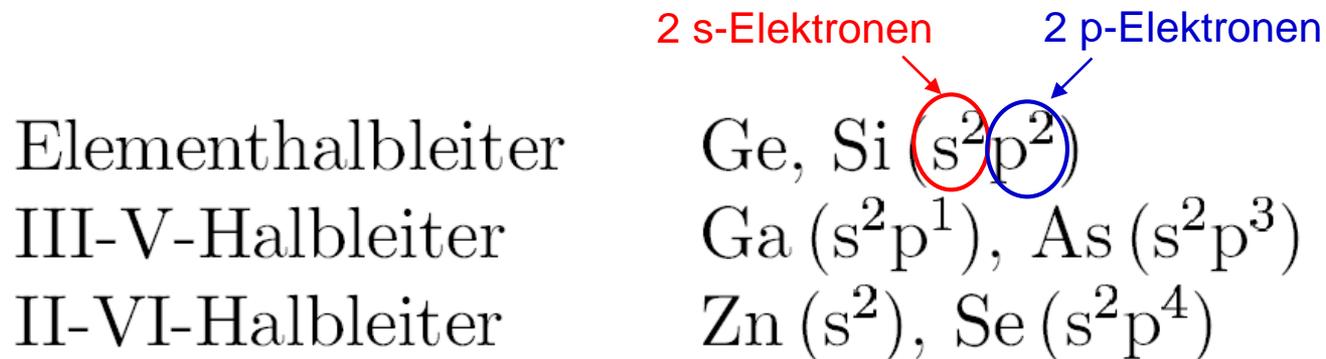
Donatoren und Akzeptoren I

- Störstellen, die ein zusätzliches Elektron liefern, nennt man **Donatoren**.
- Störstellen, die ein zusätzliches Loch (Defektelektron) liefern, nennt man **Akzeptoren**.
- Si hat z.B. 4 äußere Elektronen. Elemente mit 5 äußeren Elektronen (z.B. Sb, P) sind deshalb im Donatoren in Si.

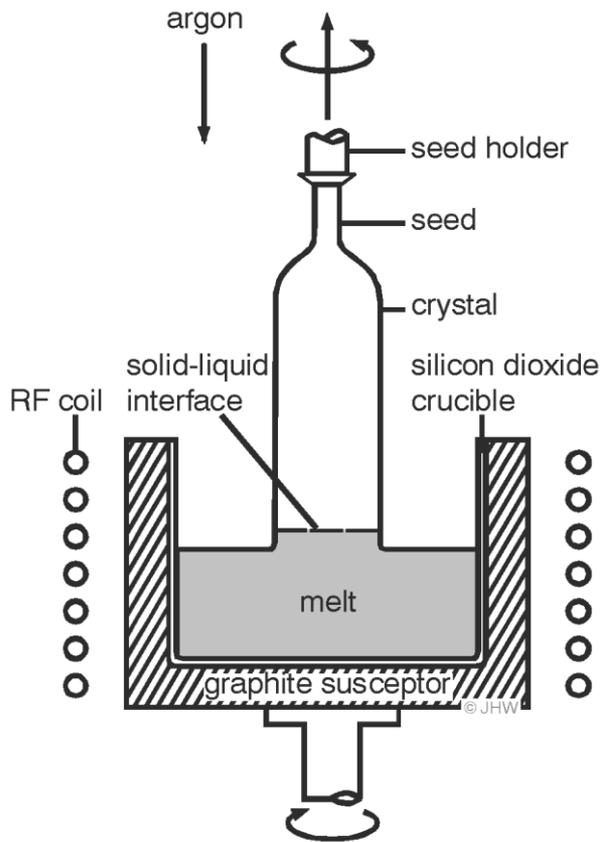
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
H 1 1,008							He 2 4,002
Li 3 6,34		B 5 10,82	C 6 12,01	N 7 14,00	O 8 15,99		Ne 10 20,18
Na 11 22,99		Al 13 26,97	Si 14 28,06	P 15 31,02	S 16 32,06		Ar 18 39,94
	Zn 30 65,39	Ga 31 69,72	Ge 32 72,6	As 33 74,91	Se 34 78,96		
	Cd 48 112,41	In 49 114,76		Sb 51 121,76	Te 52 127,6		
	Hg 80 200,59						

Donatoren und Akzeptoren II

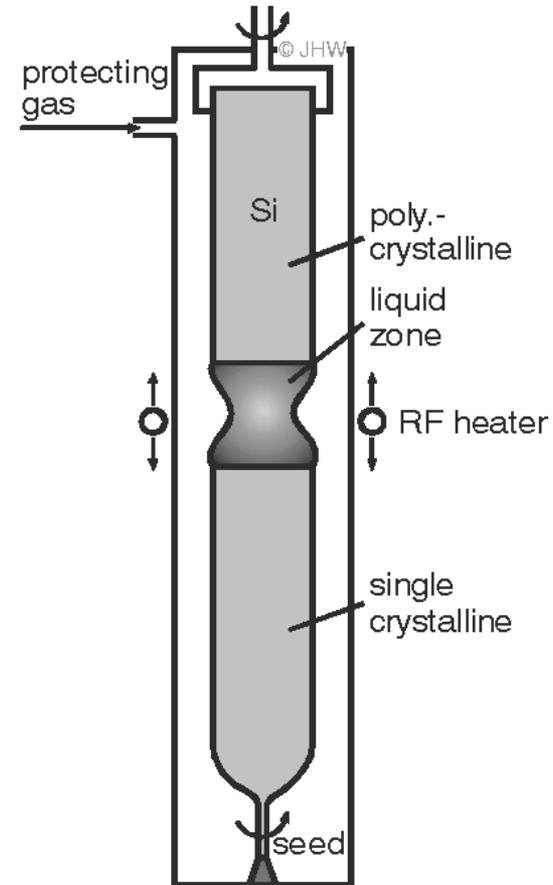
- In Verbindungshalbleitern muss man beachten, dass es zwei Elemente mit verschiedener Anzahl an Elektronen gibt.
- Zur Dotierung kommen wieder Elemente mit mehr oder weniger Elektronen als das substituierte Atom in Frage.
- Ga hat z.B. 3 äußere Elektronen. Elemente mit 2 äußeren Elektronen (z.B. Cd) sind deshalb im Akzeptoren in GaAs.
- Eine Element der IV-Gruppe (z.B. Si) kann in einem III-V-Halbleiter sowohl als Akzeptor (auf einem As-Platz) als auch als Donator (auf einem Ga-Platz) eingebaut werden. Solch eine Störstelle nennt man **amphoter (zwitterhaft)**.



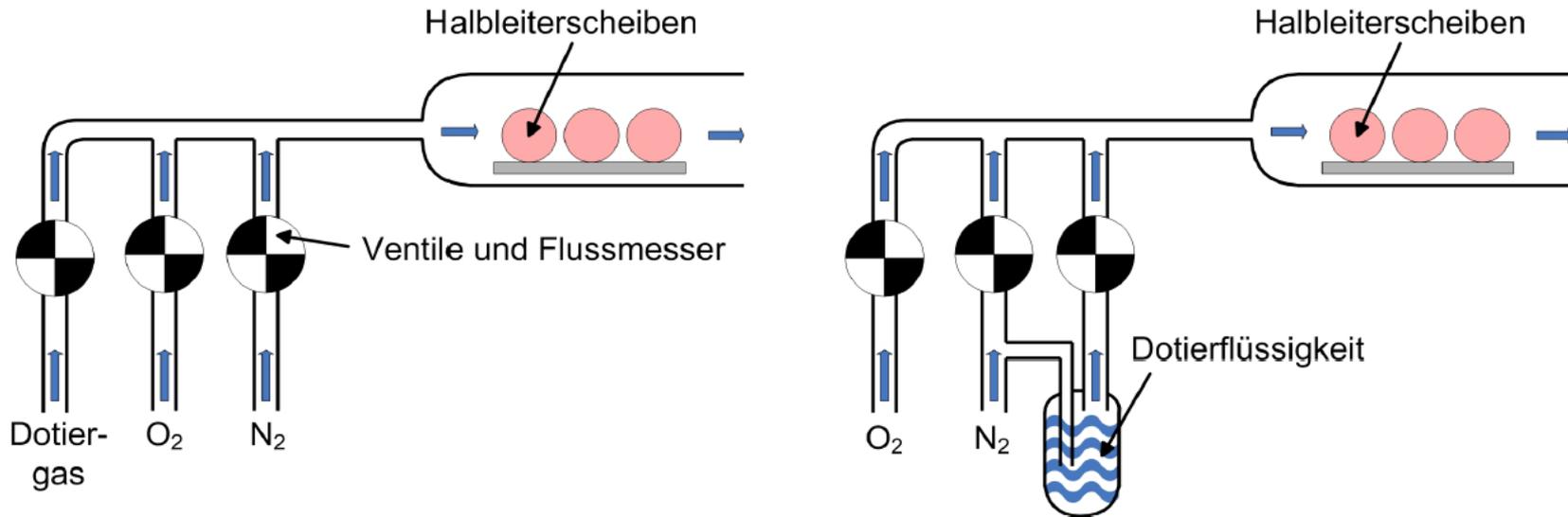
Herstellung dotierter Si-Kristalle



Czochralski-Verfahren:
Zugabe von hochdotierten Si-
Stücken in die Schmelze



Zonenziehverfahren:
Dotierung durch Anwesenheit von
Dotiergas



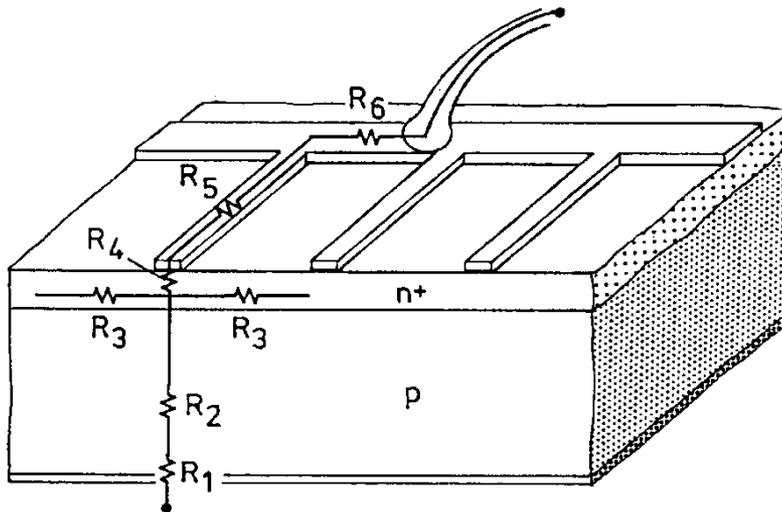
Phosphin (PH) bzw. Phosphoroxchlorid (POCl₃) wird an die heiße Si-Oberfläche gebracht

Reaktion zu P₂O₅ → dient als Diffusionsquelle an der Oberfläche

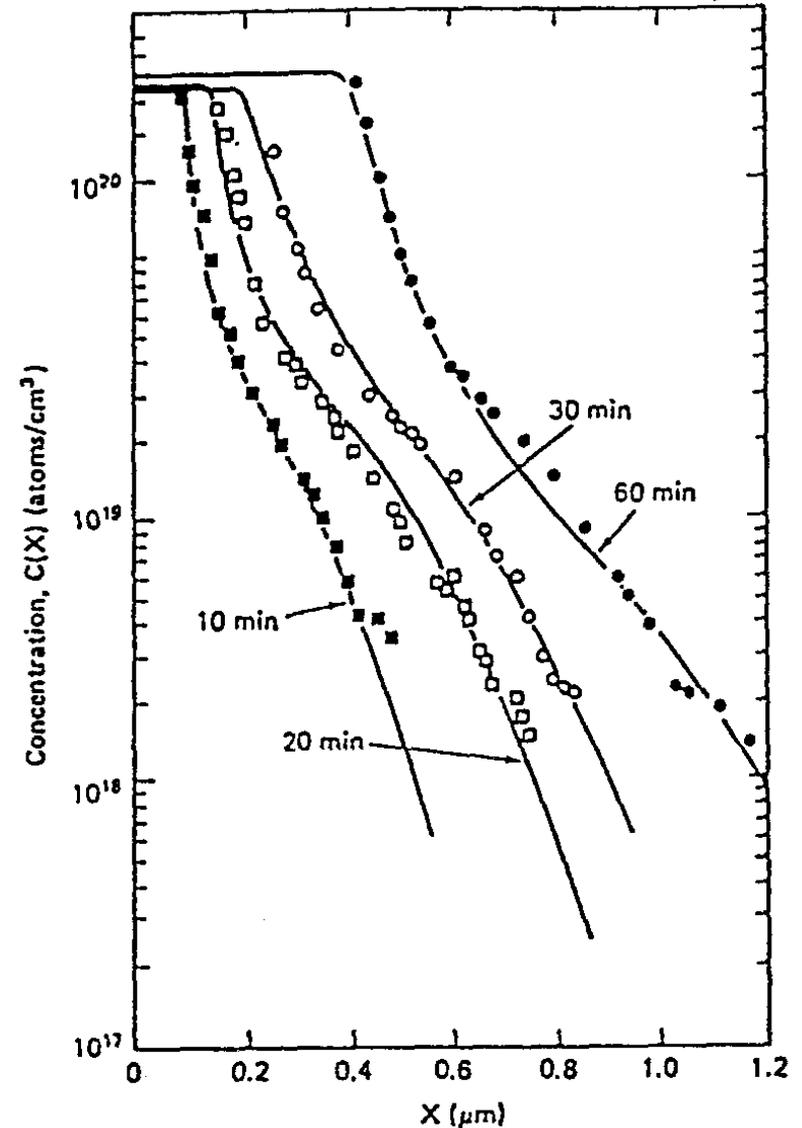
Diffusion eines n-Kontaktes in p-dotierte Wafer

Eindiffusion bei hohen Temperaturen

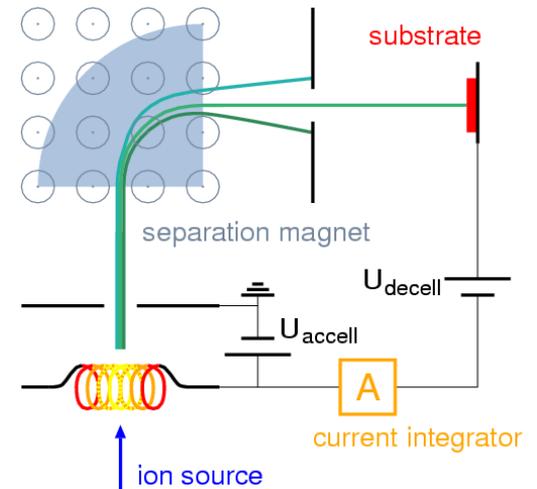
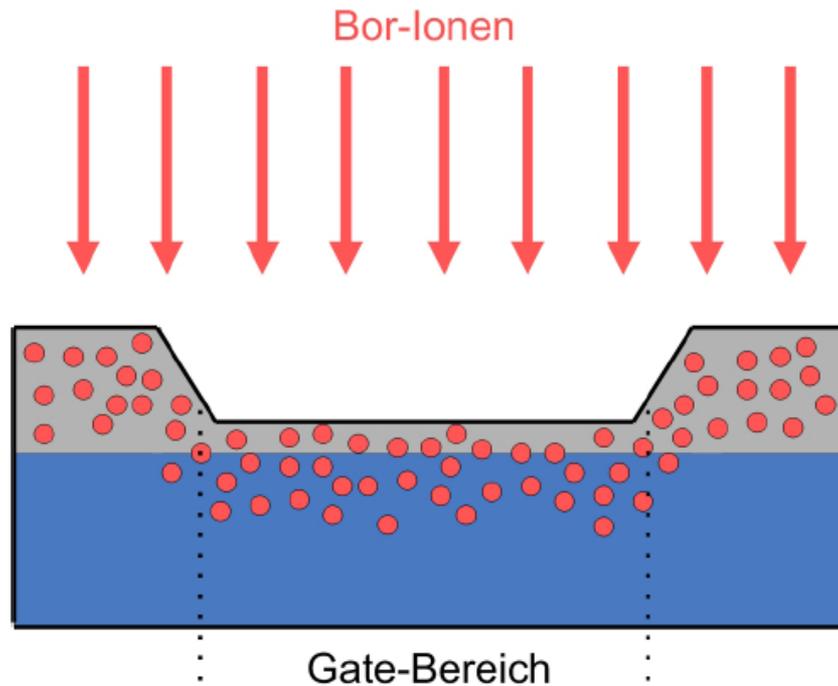
Einbau auf Si-Gitterplatz als Donator



Quelle: Sonnenenergie:
 Photovoltaik (Goetzberger/Voß/Knobloch)



Ionen-Implantation



Schematischer Aufbau
bei der Ionenimplantation
(Quelle: www.wikipedia.de)

Dotierung durch Ionenimplantation – die beschleunigten Dotierionen dringen, je nach ihrer Geschwindigkeit, in den Halbleiterkristall ein. Durch Masken können Bereiche abgeschirmt werden, die nicht dotiert werden sollen.

Ionisierung der Störstellen

-Störstellen alleine reichen nicht aus

-die Störstellen müssen die Ladungsträger auch an die Bandzustände abgeben

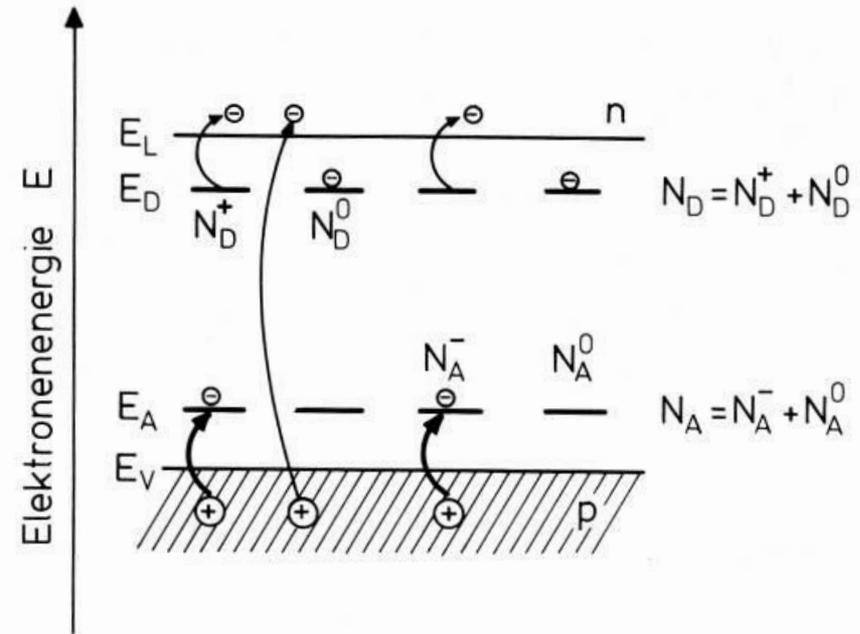


Abb. 12.9. Erklärung der in n - und p -Halbleitern üblichen Bezeichnungen für Ladungsträger- und Störstellenkonzentrationen: n und p sind die Konzentrationen von „freien“ Elektronen und Löchern. Die Gesamtkonzentration N_D und N_A von Donatoren und Akzeptoren setzt sich zusammen aus den Dichten von neutralen N_D^0 bzw. N_A^0 und ionisierten Donatoren N_D^+ bzw. Akzeptoren N_A^- . Elektronen im Leitungsband (n) und Löcher im Valenzband (p) rühren entweder von Band-Band-Anregungen oder aus Störstellen her

Ionisierungsenergie der Störstelle

- Die Störstelle liefert nur einen zusätzlichen Ladungsträger, wenn das Elektron an das LB bzw. das Loch an das VB abgegeben wird.
- Die Energie, die zur Abgabe des Elektrons bzw. Loches nötig ist, wird als Ionisierungsenergie bezeichnet.
- Die exakte Ionisierungsenergie einer Störstelle hängt von den Eigenschaften des Fremdatoms ab und wird experimentell bestimmt.
- Die Ionisierungsenergie kann aber aus der Ionisierungsenergie eines äquivalenten Wasserstoffatoms abgeschätzt werden:

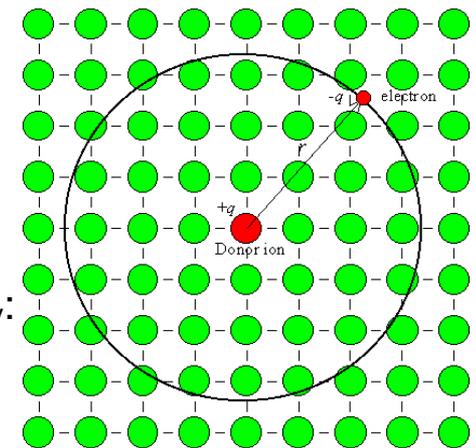
$$W_H = \frac{m_0 e^4}{8 \epsilon_0^2 h^2} = 13,6 \text{ eV}$$

- Für Si ergibt sich z.B. für $\Delta W_D = W_L - W_D$ und $\Delta W_A = W_A - W_V$:

$$m_n/m_0 \sim 1, \quad m_p/m_0 \sim 0.5, \quad \epsilon = \epsilon_0 \epsilon_{\text{Si}}; \quad \epsilon_{\text{Si}} = 12$$

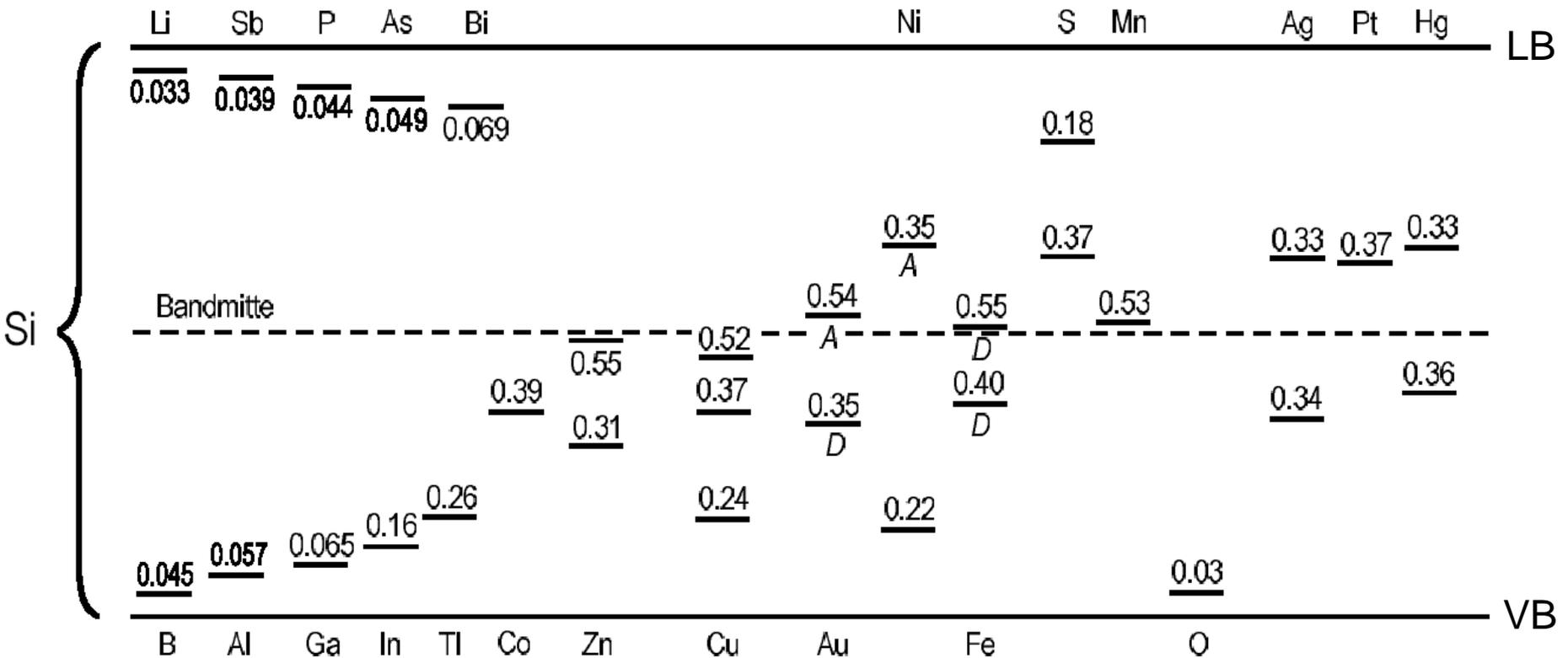
- d.h. die Störstellen liegen nahe an den Bandkanten.

$$\Delta W_D = \frac{m_n}{m_0} \frac{1}{\epsilon_{\text{Si}}^2} W_H = 100 \text{ meV}, \quad \Delta W_A = \frac{m_p}{m_0} \frac{1}{\epsilon_{\text{Si}}^2} W_H = 50 \text{ meV}$$



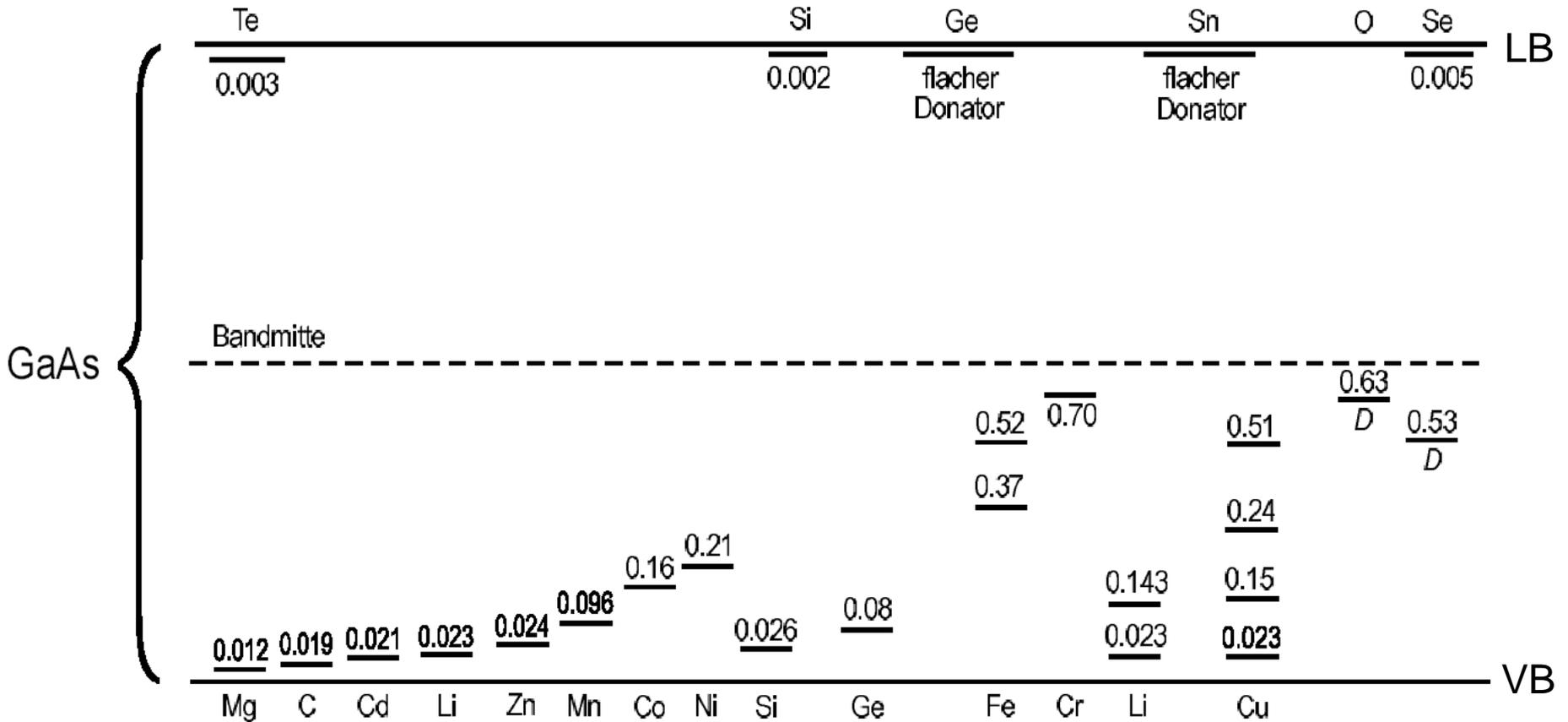
Dotierungselemente in Si

- Gemessene Ionisierungsenergien in eV einiger Dotierungselemente in Si:



Dotierungselemente in GaAs

- Gemessene Ionisierungsenergien einiger Dotierungselemente in GaAs:

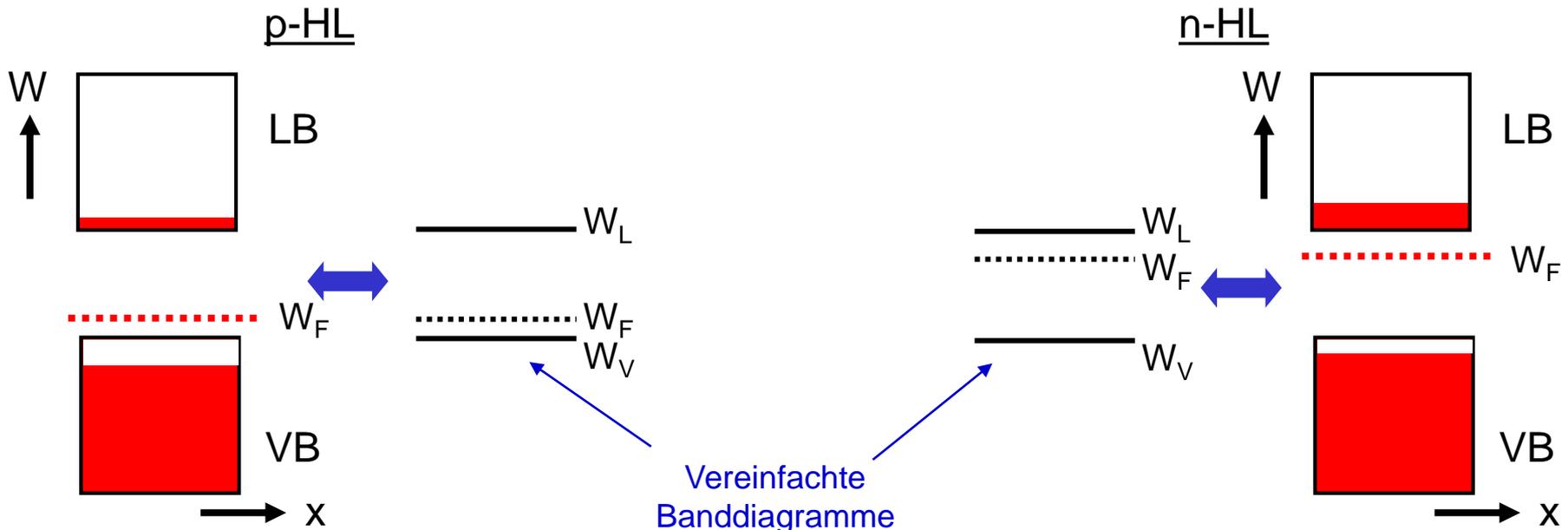


p- und n-Halbleiter

- Störstellen nahe an den Bandkanten sind bei Raumtemperatur ionisiert und liefern zusätzliche Ladungsträger, die die Leitfähigkeit des Halbleiters verändern (Leitfähigkeitsdotierung).
- Donatoren nahe der LB-Kante liefern zusätzliche Elektronen und man spricht von einem n-Halbleiter (Überschusshalbleiter).
 - $n > p$, Stromfluss hauptsächlich durch Elektronen.
 - n sind **Majoritätsträger**, p sind **Minoritätsträger**.
- Akzeptoren nahe der VB-Kante liefern zusätzliche Löcher und man spricht von einem p-Halbleiter
 - $p > n$, Stromfluss hauptsächlich durch Löcher.
 - p sind Majoritätsträger, n sind Minoritätsträger.
- Störstellen, die Energieniveaus für Elektronen viele kT von der Bandkante entfernt liefern, verändern die Leitfähigkeit nicht.

Banddiagramm von dotiertem HL

- Aufgrund der zusätzlichen Ladungsträger ist das Fermi-Niveau (W_F) nicht mehr in der Bandmitte!
 - Im n-HL haben wir einen Elektronen-Überschuss im LB. Dadurch ist die 50%-Wahrscheinlichkeit, das ein Zustand besetzt ist, nach oben verschoben.
 - Im p-HL haben wir einen Löcher-Überschuss im VB. Dadurch ist die 50%-Wahrscheinlichkeit, das ein Zustand besetzt ist, nach unten verschoben.
- Wie können wir die Ladungsträgerdichten in dotierten Halbleitern berechnen?

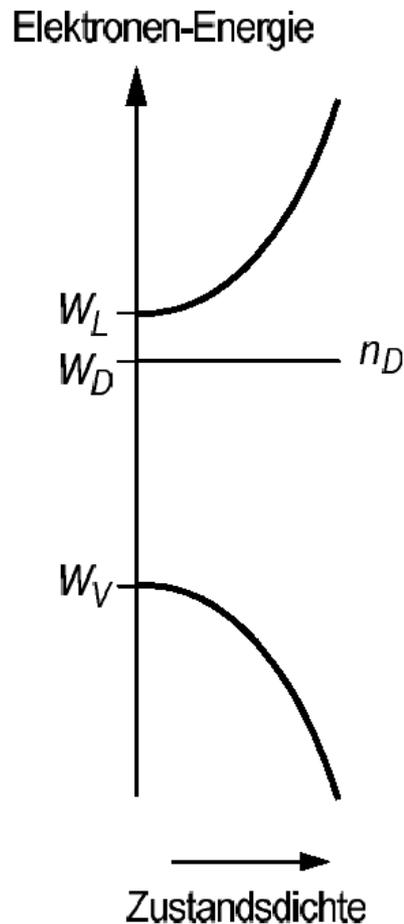


Zustandsdichte für dotierte Halbleiter

- Die Störstellen liefern zusätzliche erlaubte Energiezustände.
- Die Zustandsdichte dieser Energiezustände ist durch die Dichte der Donatoren n_D bzw. der Akzeptoren n_A bestimmt.

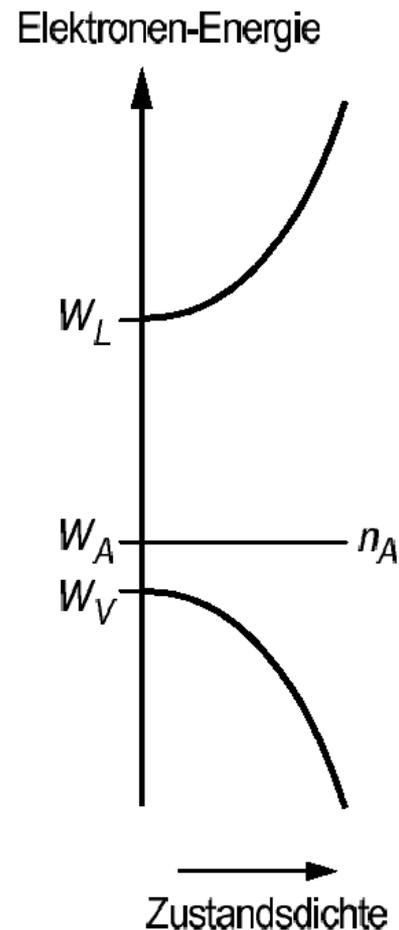
Donatoren:

n_D zusätzliche Zustände bei Energie W_D .



Akzeptoren:

n_A zusätzliche Zustände bei Energie W_A .



1. **Grundlagen der Quantenmechanik**
2. **Elektronische Zustände**
3. **Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente**
4. **Elektronen in Kristallen**
5. **Halbleiter**
6. **Quantenstatistik für Ladungsträger**
7. **Dotierte Halbleiter**
 - 7.1 Wozu Dotierung?
 - 7.2 Grundlagen der Dotierung
 - 7.3 Quantitatives
 - 7.4 Entartete Halbleiter
 - 7.5 Temperaturabhängige Eigenschaften dotierter Halbleiter
8. **Halbleiter im Nichtgleichgewicht**
9. **Der pn-Übergang**

Anzahl aktivierter Störstellen

- Die Störstellenbilanz für Donatoren ist:

$$n_D = n_D^{\times} + n_D^+ \qquad n_D^+ = n_D [1 - f_D(W_D)]$$

- n_D : Anzahl der Donatoren
- n_D^+ : Anzahl der ionisierten Donatoren (haben Elektron abgegeben)
- n_D^{\times} : Anzahl der neutralen Donatoren (haben kein Elektron abgegeben)
- $f_D(W_D)$: Wahrscheinlichkeit, dass Donator mit Elektron besetzt

- Die Störstellenbilanz für Akzeptoren ist:

$$n_A = n_A^{\times} + n_A^- \qquad n_A^- = n_A f_A(W_A)$$

- n_A : Anzahl der Akzeptoren
- n_A^- : Anzahl der ionisierten Akzeptoren (haben Elektron angenommen)
- n_A^{\times} : Anzahl der neutralen Akzeptoren (haben kein Elektron angenommen)
- $f_A(W_A)$: Wahrscheinlichkeit, dass Akzeptor mit Elektron besetzt

- Wie berechnet man die Wahrscheinlichkeiten $f_D(W_D)$ und $f_A(W_A)$?

Vergleich von Fermi-Verteilungen

Donator

$$n = 0, \quad g = 1$$

$$n = 1, \quad g = 2$$

Die Quantenstatistik

verkompliziert sich etwas
aufgrund der anderen Zählweise
und der
zu berücksichtigenden Entartung.

Akzeptor

$$n = 0, \quad g = 2$$

$$n = 1, \quad g = 1$$

$$f_{B,D,A}(W) = \frac{1}{1 + 1/g \exp\left(\frac{W - W_F}{kT}\right)}$$

$$g = \begin{cases} 1 & \text{Bandzustände} \\ 2 & \text{Donatoren} \\ 1/2 & \text{Akzeptoren} \end{cases}$$

–Die Verteilungen unterscheiden sich für Bandzustände, Akzeptoren und Donatoren aufgrund der verschiedenen Spilmöglichkeiten.

–Die Diskrepanz ergibt sich daraus, dass bei Akzeptoren und Donatoren nicht die Anzahl der Zustände, sondern die Anzahl der Atome gezählt wird.

Anzahl aktivierter Störstellen II

- Mit Hilfe der Fermi-Verteilung können wir nun die Anzahl der aktivierten (ionisierten) Störstellen berechnen:

$$n_D^+ = n_D [1 - f_D(W_D)] = \frac{n_D}{1 + 2 \exp\left(\frac{W_F - W_D}{kT}\right)}$$

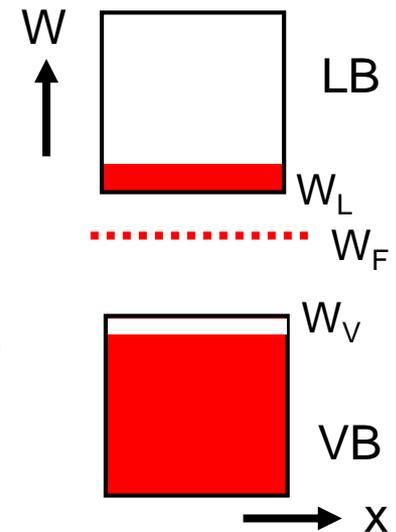
$$n_A^- = n_A f_A(W_A) = \frac{n_A}{1 + 2 \exp\left(\frac{W_A - W_F}{kT}\right)}$$

- Nur aktivierte Störstellen liefern zusätzliche Ladungsträger für den Stromtransport!
- Um die Anzahl der Ladungsträger berechnen zu können, müssen wir die Fermi-Energie W_F bestimmen.

Lage des Fermi-Niveaus im dotierten HL

- Im homogenen Halbleiter gilt Ladungsneutralität: $n + n_A^- = p + n_D^+$
- Durch Einsetzen der Fermi-Verteilungen können wir daraus das Fermi-Niveau im dotierten Halbleiter berechnen.
- Beispiel: Si (300 K), n-dotiert mit Bi mit $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

- $n_A^- = 0$
- Annahme: nicht-entartet, Boltzmann-Näherung
- Wir erhalten:

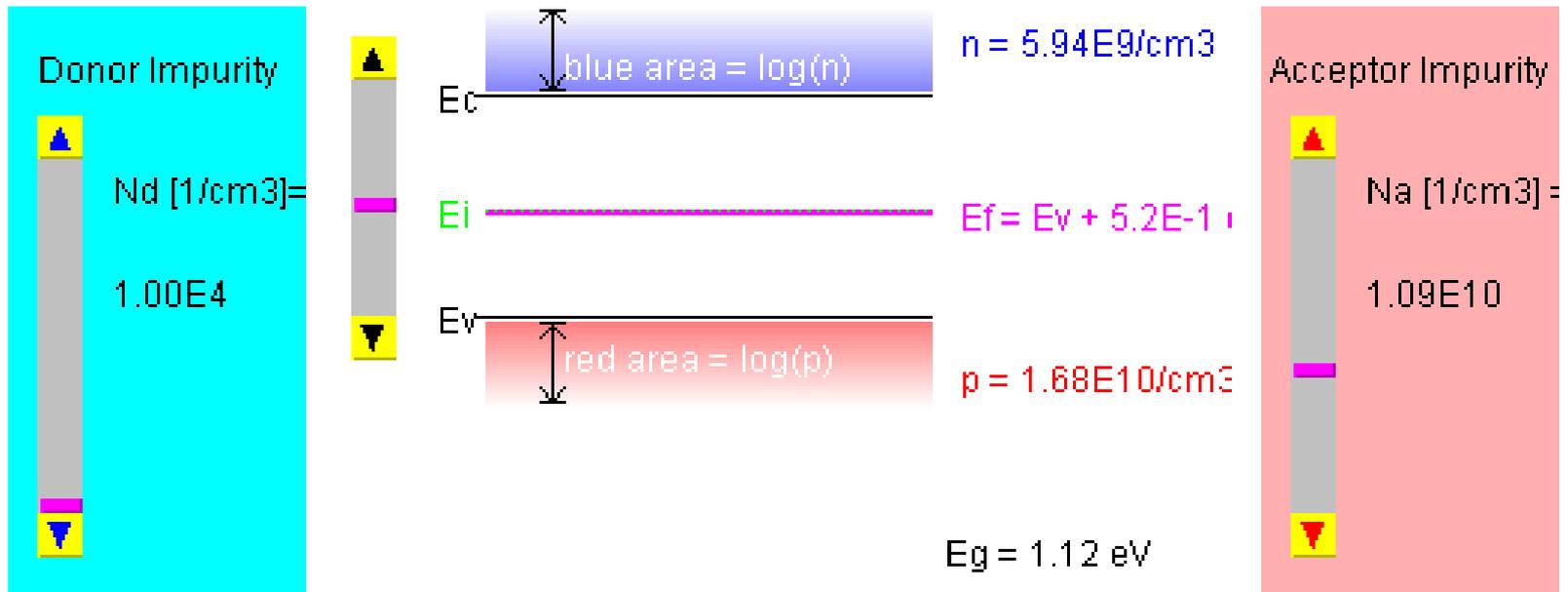


$$N_L \exp\left(-\frac{W_L - W_F}{kT}\right) = N_V \exp\left(-\frac{W_F - W_V}{kT}\right) + n_D \frac{1}{1 + 2 \exp\left(\frac{W_F - W_D}{kT}\right)}$$

- W_F ist die einzige Unbekannte. Lösung kann numerisch (z.B. Maple oder Matlab) oder graphisch erfolgen.

Lage des Fermi-Niveaus im dotierten HL

FERMI LEVEL vs. CARRIER CONCENTRATION



Si

T = 300 K

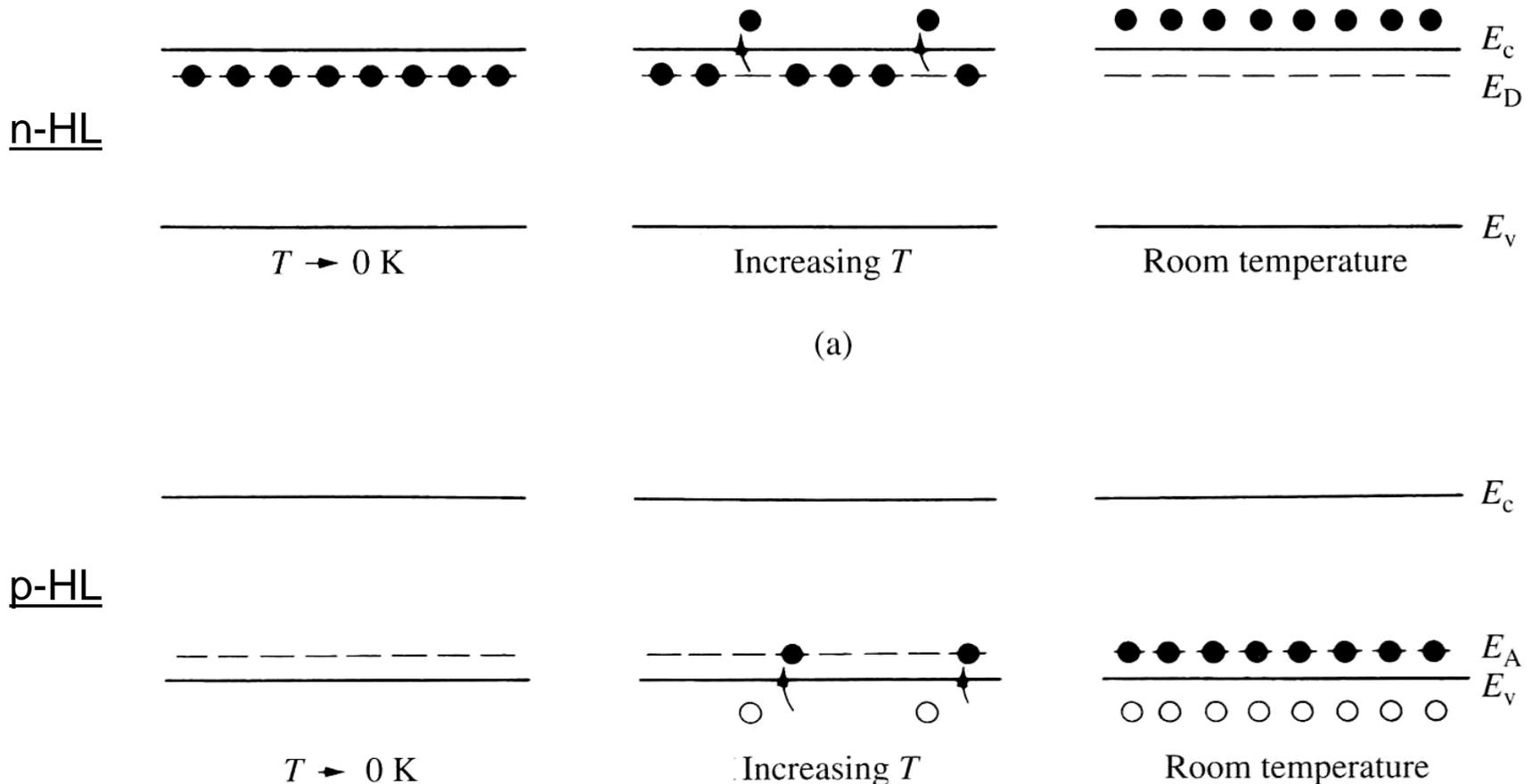
Reset

T = 300K

1. **Grundlagen der Quantenmechanik**
2. **Elektronische Zustände**
3. **Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente**
4. **Elektronen in Kristallen**
5. **Halbleiter**
6. **Quantenstatistik für Ladungsträger**
7. **Dotierte Halbleiter**
 - 7.1 Wozu Dotierung?
 - 7.2 Grundlagen der Dotierung
 - 7.3 Quantitatives
 - 7.4 Entartete Halbleiter
 - 7.5 Temperaturabhängige Eigenschaften dotierter Halbleiter
8. **Halbleiter im Nichtgleichgewicht**
9. **Der pn-Übergang**

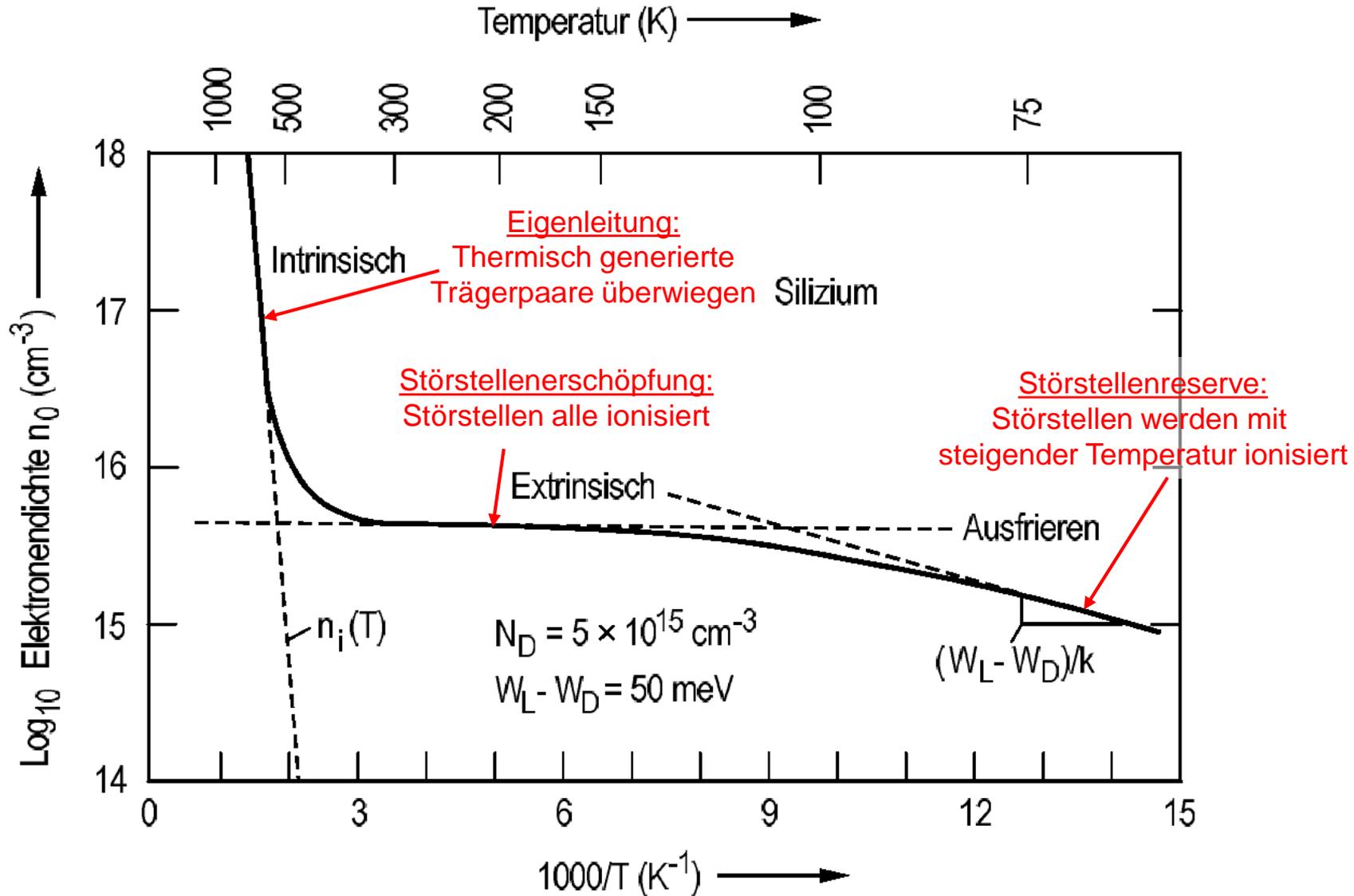
Temperaturabhängigkeit der Trägerdichte

- Die Anzahl der ionisierten Störstellen ist temperaturabhängig. Dadurch ist auch die Leitfähigkeit temperaturabhängig.



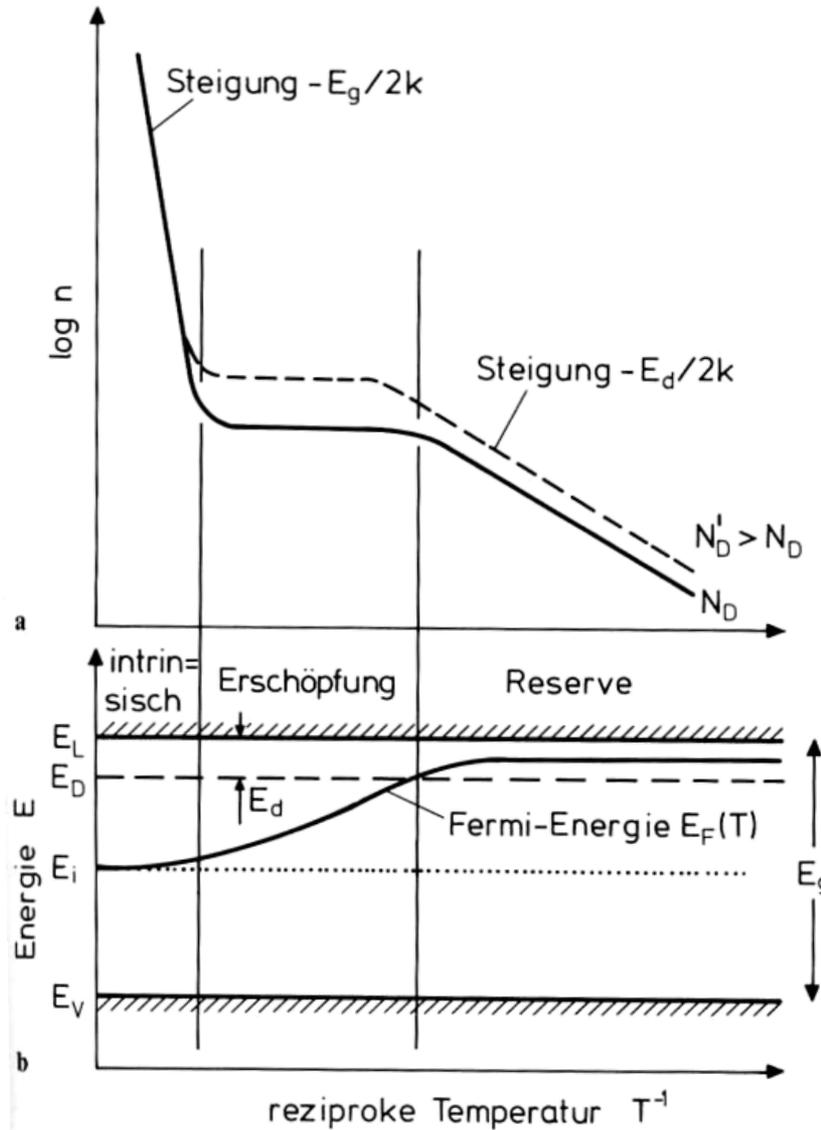
Trägerdichte als f(Temperatur)

- Majoritätsträgerdichte im n-Halbleiter als Funktion der Temperatur:



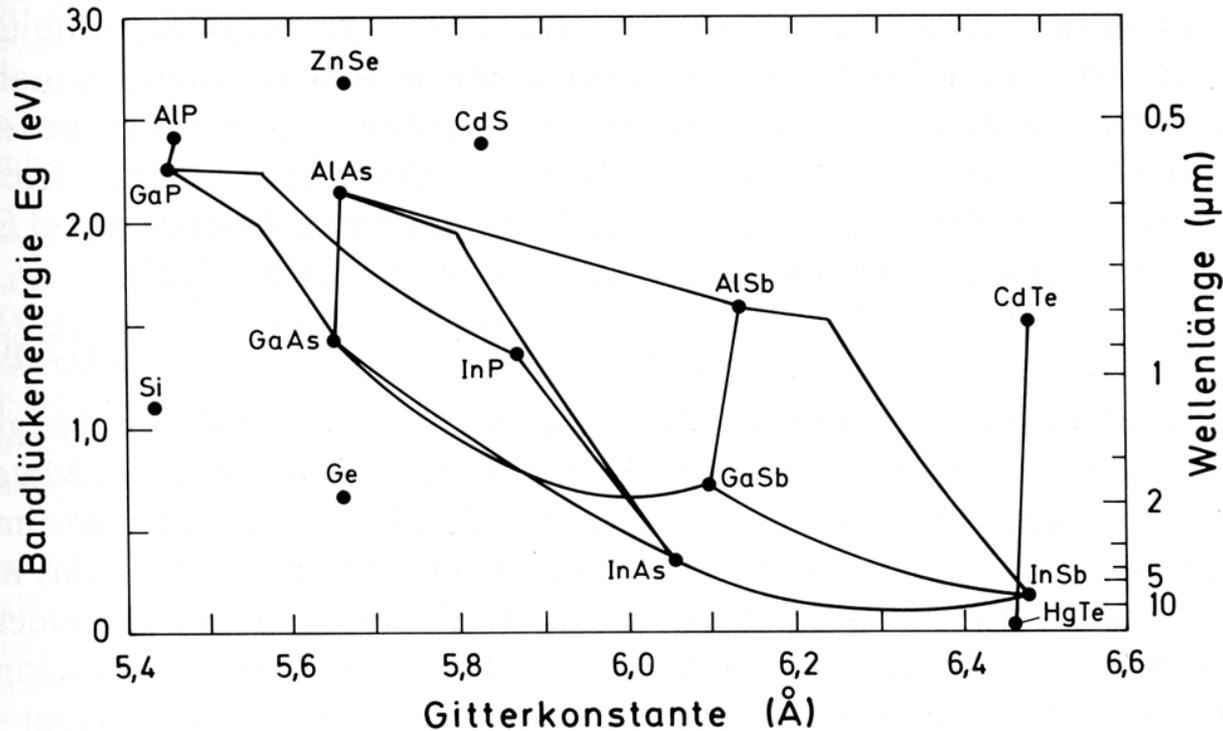
Lage des Fermi-niveaus

Quelle: Ibach/Lüth, Festkörperphysik



Noch ein paar Bemerkungen zur Temperaturabhängigkeit des Halbleiters ...

Temperaturerhöhung



Je größer die Gitterkonstante, desto kleiner die Bandlücke.

Abb. 12.21. Bandlücke E_g wichtiger Element- und binärer Verbindungshalbleiter, aufgetragen gegen die Gitterkonstante bei 300 K. Auf der rechten Abszisse ist die der Bandlückenenergie entsprechende Lichtwellenlänge λ angegeben. Die Verbindungslinien zeigen die Verhältnisse bei ternären Verbindungen an, die sich aus Mischung der entsprechenden binären Komponenten ergeben

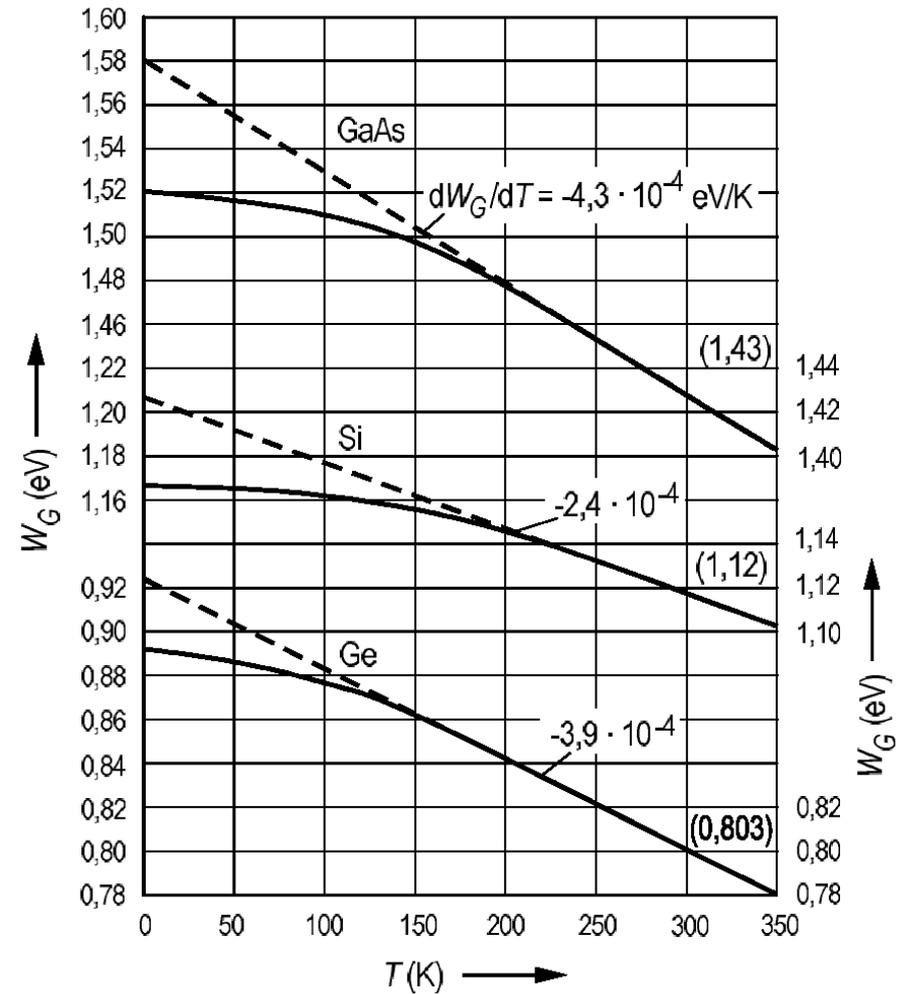
Temperaturerhöhung führt zur thermischen Ausdehnung

Erhöhung der Gitterkonstante

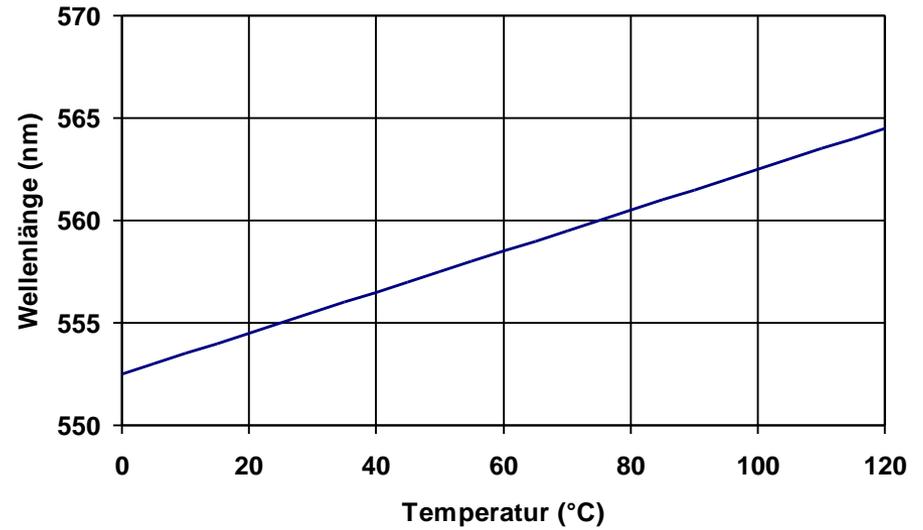
Verringerung der Bandlücke

Bandabstand als f(Temperatur)

Bandabstand verringert
sich mit steigender
Temperatur



Temperaturabhängigkeit in LEDs



-ist ein Problem für die Farbstabilität bei LEDs

Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit in der Theorie

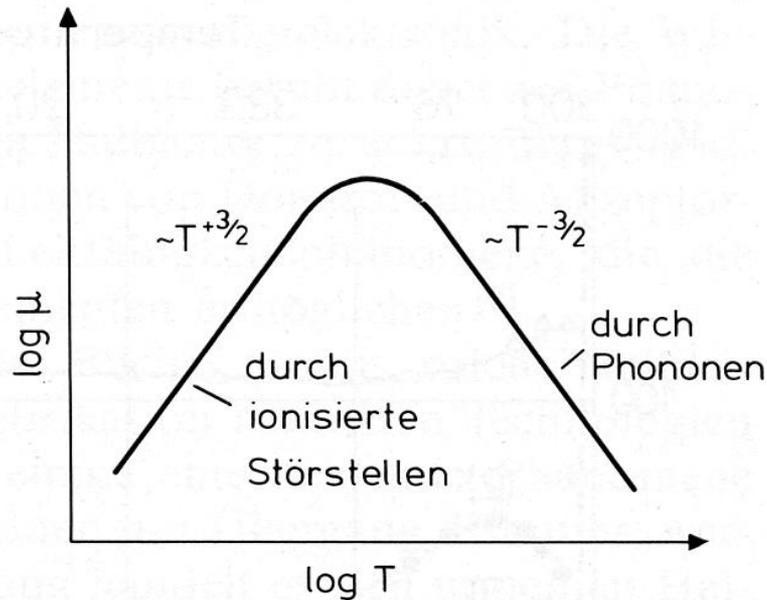


Abb. 12.12. Schematische Abhängigkeit der Beweglichkeit μ in einem Halbleiter von der Temperatur bei Streuung an Phononen und an geladenen Störstellen

Beweglichkeit wird bestimmt durch die Zeit zwischen zwei Stößen:

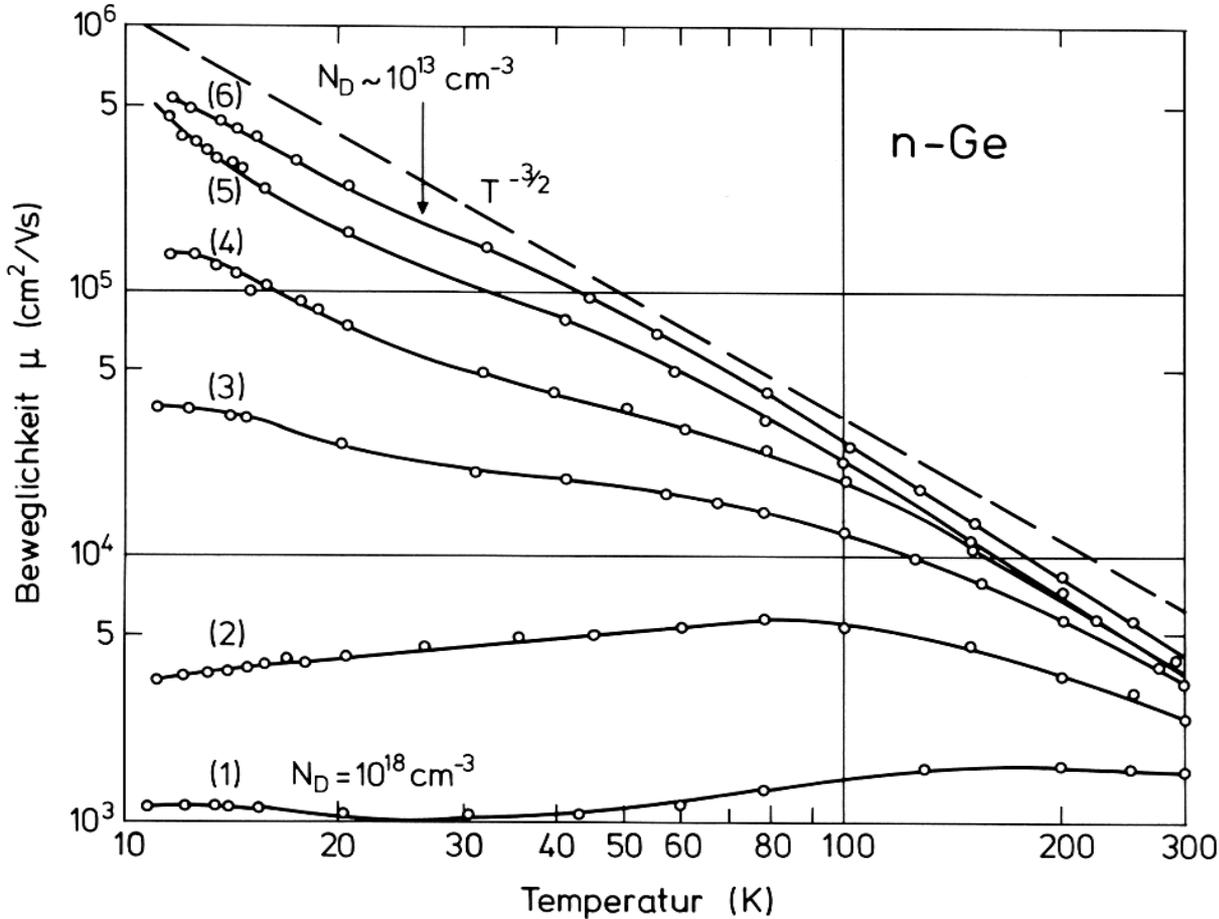
Stoß mit ionisierten Störstellen:

$$\frac{1}{\tau_{St}} \propto N_{St} T^{-\frac{3}{2}}$$

Stoß mit Phononen:

$$\frac{1}{\tau_{Ph}} \propto T^{\frac{3}{2}}$$

$$\mu \propto \left(\frac{1}{\tau_{St}} + \frac{1}{\tau_{Ph}} \right)^{-1}$$



-geringere Beweglichkeit bei hoher Dotierung

Abb. 12.13. Experimentell ermittelte Abhängigkeit der Beweglichkeit μ freier Elektronen von der Temperatur. Für die Proben (1) bis (6) variiert die Donorkonzentration N_D zwischen 10^{18} und 10^{13} cm^{-3} . Es handelt sich um die Proben, die auch für die Messungen in Abb. 12.11 verwendet wurden. (Nach Conwell [12.3])

T-abhängige Leitfähigkeit in Ge

-für hohe Temperaturen
gegenläufiger Effekt
von Ladungsträgerdichte und
Beweglichkeit

Abb. 12.14. Experimentell ermittelte Leitfähigkeit σ von *n*-Germanium in Abhängigkeit von der Temperatur. Für die Proben (1) bis (6), die auch für die Messungen in den Abb. 12.11 u. 12.13 verwendet wurden, variiert die Donatorkonzentration N_D zwischen 10^{18} und 10^{13} cm^{-3} . (Nach Conwell [12.3])

