

## 0. Allgemeine Informationen:

Prof. Uli Lemmer

Lichttechnisches Institut, Geb. 30.34, Raum 222

Tel: 0721-608-42530

E-Mail: [uli.lemmer@kit.edu](mailto:uli.lemmer@kit.edu), URL: [www.lti.kit.edu](http://www.lti.kit.edu)

Vorlesungsfolien und –skript sind vom KIT-Studierendenportal

<https://studium.kit.edu>

herunterzuladen.

Ergänzende Links ebenfalls im VAB

Prüfung: schriftlich 2 h

Vorkenntnisse: HM I-III, Physik A+B, Felder und Wellen

Festkörperelektronik  
SS 2015  
1. Foliensatz  
16.04.2015

# Vorlesungsbetreuung

## ■ Nico Bolse

- LTI, Geb. 30.34, R014
- 0721 / 608 - 44055
- [nico.bolse@kit.edu](mailto:nico.bolse@kit.edu)



## ■ Manuel Koppitz

- LTI, Geb. 30.34, R125
- 0721 / 608 - 41669
- [manuel.koppitz@kit.edu](mailto:manuel.koppitz@kit.edu)



Materialwissenschaftliche/  
bauelementorientierte Vorlesungen:

Physik A, B



Festkörperelektronik



Passive Bauelemente  
Halbleiterbauelemente



Studienmodelle

Festkörperelektronik ist auch ...

...angewandte HM/WT/KAIT.

...eine Mischung aus F&W  
und Hochfrequenztechnik mit  
Materiewellen.

# Literatur

---

-Folien

-Skript Festkörperelektronik (Download über VAB)

-Skript Elektrophysik (Prof. W. Heering) (Download über VAB)

## Quantenmechanik:

Feynman Vorlesungen über Physik (Feynman, Leighton, Sands)

Physikalische Chemie (P.W. Atkins)

Experimentalphysik III (W. Demtröder)

Advanced Semiconductor Fundamentals

(Robert F. Pierret, € 26,90 )

## Halbleiter:

Festkörperphysik, Einführung in die Grundlagen (Ibach, Lüth)

Advanced Semiconductor Fundamentals

(Robert F. Pierret, € 26,90 )

Semiconductor Device Fundamentals (deckt auch HLB ab)

(Robert F. Pierret, € 113,90)

# Online-Ressourcen

Zur Quantenmechanik gibt es jede Menge Online-Material:

z.B. <http://www.kfunigraz.ac.at/imawww/vqm/german/qm-online.html>  
<http://www.falstad.com/mathphysics.html>

Weitere Links im VAB.

Zu Halbleiterbauelementen ebenfalls sehr gute Online-Ressourcen:

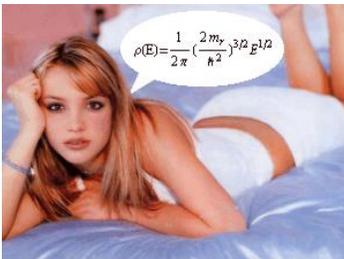


Homepage von Prof. Bart Zeghbroeck, University of Colorado, USA

<http://ecee.colorado.edu/~bart/book/book/index.html>

Online-Material an der Universität Kiel (Prof. Föll)

[http://www.tf.uni-kiel.de/matwis/amat/semi\\_en/index.html](http://www.tf.uni-kiel.de/matwis/amat/semi_en/index.html)



Britney Spears, is one of the most popular singers of all time. With her enormous hit albums, 'Baby, One More Time', 'Oops I did it Again', 'Britney' and now 'In the Zone', less attention has been paid to her ability as a semiconductor physicist. Marvel at her incredible physical talents, as we remedy this.

<http://www.britneyspears.ac/>

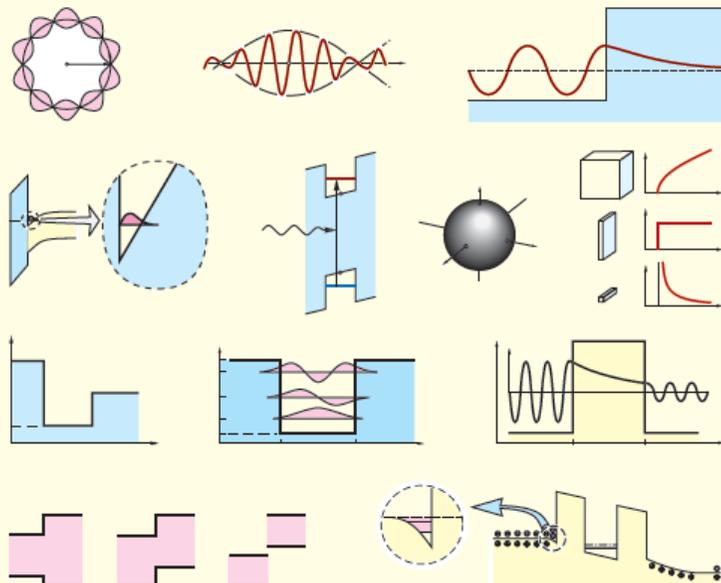


# Online-Ressourcen

## Physical Foundations of Solid-State Devices

*E. F. Schubert*  
*Rensselaer Polytechnic Institute*  
*Troy, New York*

*2007 Edition*

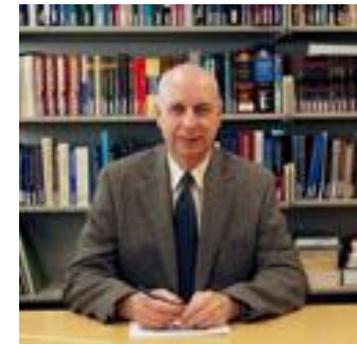


© E. F. Schubert, 2007

The use of this book for non-commercial educational purposes is permitted.

This book is recommended as an introductory text for graduate students in Electrical Engineering, Applied Physics, and Material Science.

Prof. E. F. Schubert  
Rensselaer Polytechnic Institute  
Troy, New York



...auch im VAB herunterzuladen !

# Übersicht über die Vorlesung

---

1. Grundlagen der Quantenmechanik
2. Elektronische Zustände
3. Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente
4. Elektronen in Kristallen
5. Halbleiter
6. Quantenstatistik für Ladungsträger
7. Dotierte Halbleiter
8. Halbleiter im Nichtgleichgewicht
9. Der pn-Übergang

# Übersicht über die Vorlesung

---

1. Grundlagen der Quantenmechanik
  - 1.1 Einleitung
  - 1.2 Historisches
  - 1.3 Die Schrödinger-Gleichung
  - 1.4 Das freie quantenmechanische Elektron
  - 1.5 Quantenmechanische Erwartungswerte
2. Elektronische Zustände
3. Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente
4. Elektronen in Kristallen
5. Halbleiter
6. Quantenstatistik für Ladungsträger
7. Dotierte Halbleiter
8. Halbleiter im Nichtgleichgewicht
9. Der pn-Übergang

# Gliederung der Veranstaltung

---

Grundlagen der Quantenmechanik



Verständnis der  
festkörperphysikalischen Vorgänge  
in  
elektronischen Bauelementen und  
Werkstoffen der Elektrotechnik



Grundlagen der Halbleiterbauelemente

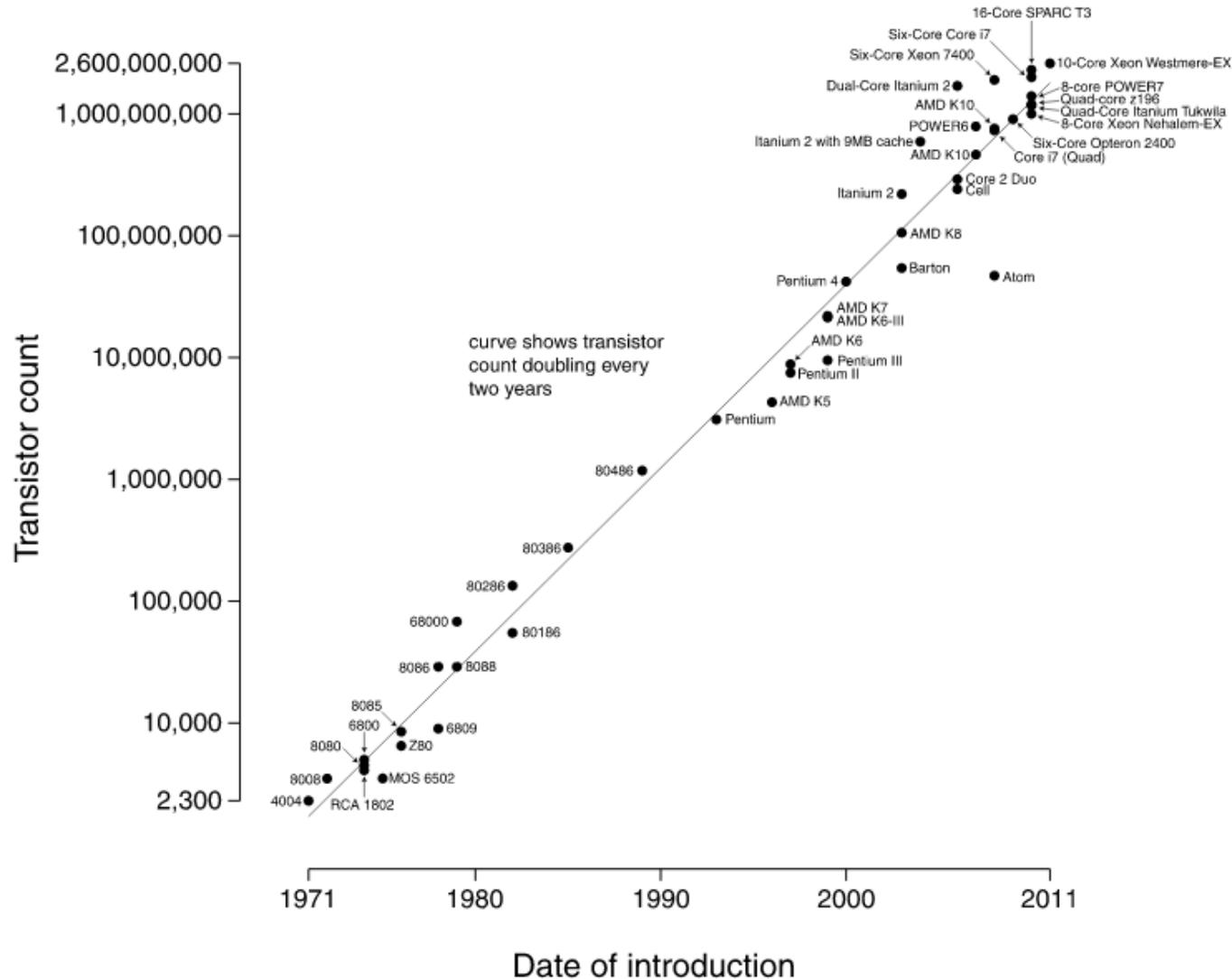
Was bringt mir die  
Schrödinger-  
Gleichung ?

Was ist ein Leitungsband  
?

Wie funktioniert eine pn-  
Diode ?

# Motivationshilfen

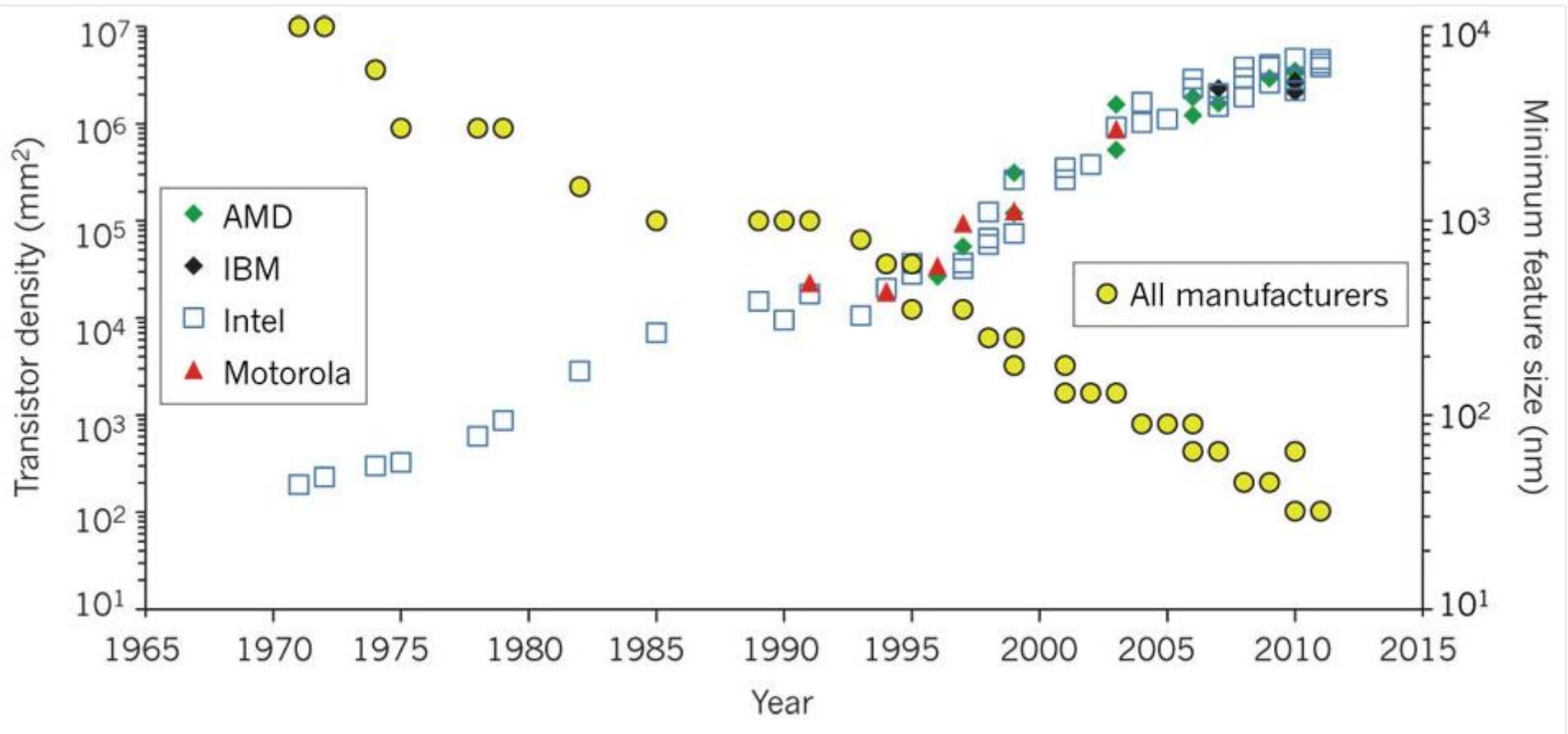
## Microprocessor Transistor Counts 1971-2011 & Moore's Law



Vereinfacht kann man sagen, dass Quantenmechanik immer dann wichtig wird, wenn die Strukturen klein werden ...und genau das passiert in der Mikroelektronik.

# Motivationshilfen

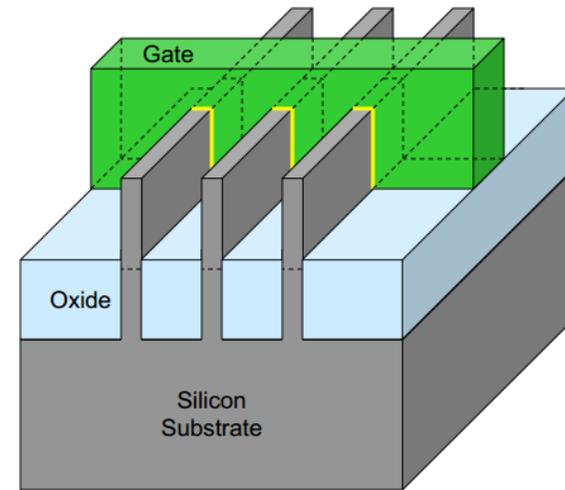
Vereinfacht kann man sagen, dass Quantenmechanik immer dann wichtig wird, wenn die Strukturen klein werden ...und genau das passiert in der Mikroelektronik.



## Intel Technology Roadmap

Process Name	<u>P1266</u>	<u>P1268</u>	<u>P1270</u>	<u>P1272</u>	<u>P1274</u>
Lithography	45 nm	32 nm	22 nm	14 nm	10 nm
1 <sup>st</sup> Production	2007	2009	2011	2013	2015

## 22 nm Tri-Gate Transistor



Intel continues our cadence of introducing a new technology generation every two years



...die ETIT wird u. a. getrieben von Fortschritten in der Nanotechnologie/Materialwissenschaft. Eine Weiterentwicklung der Strukturen und ein Verständnis der Bauelemente erfordert Kenntnisse der Quantenmechanik.

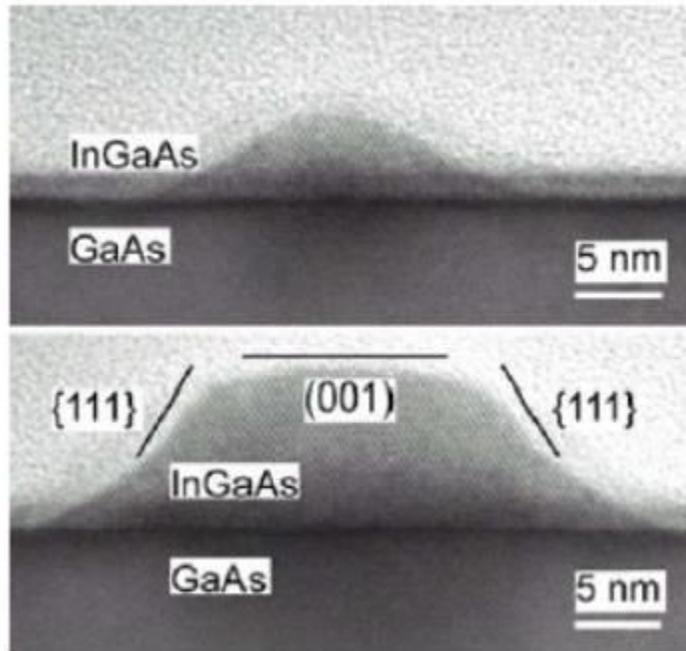


Abb: Elektronenmikroskopische Aufnahme sogenannter Quantenpunkte.

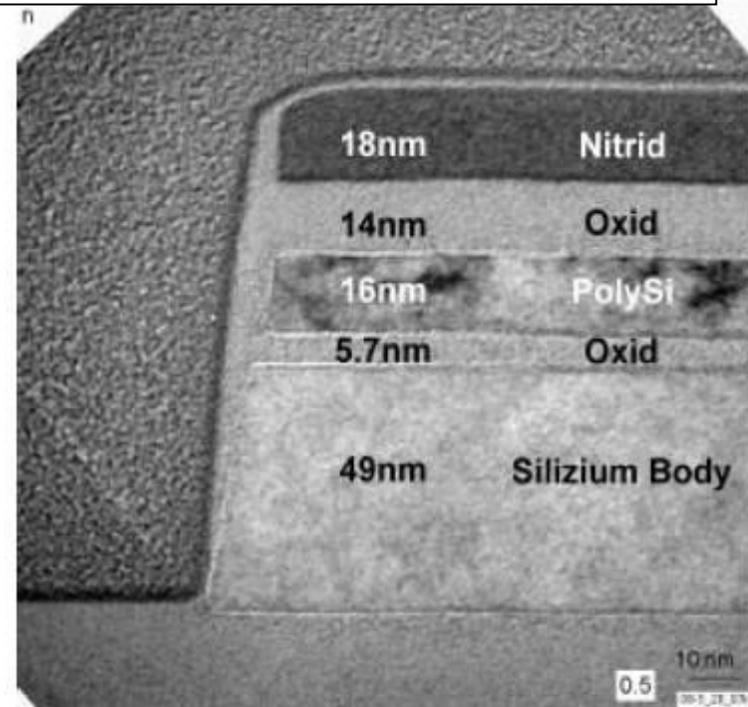


Fig. 9: TEM picture of a floating gate memory cell: Cross section of the Silicon channel with a 5.7nm thick  $\text{SiO}_2$  tunnel oxide and a 16nm poly Si floating gate. On top is a Nitride dielectric serving as a hard mask for etching the floating gate and Si-body.

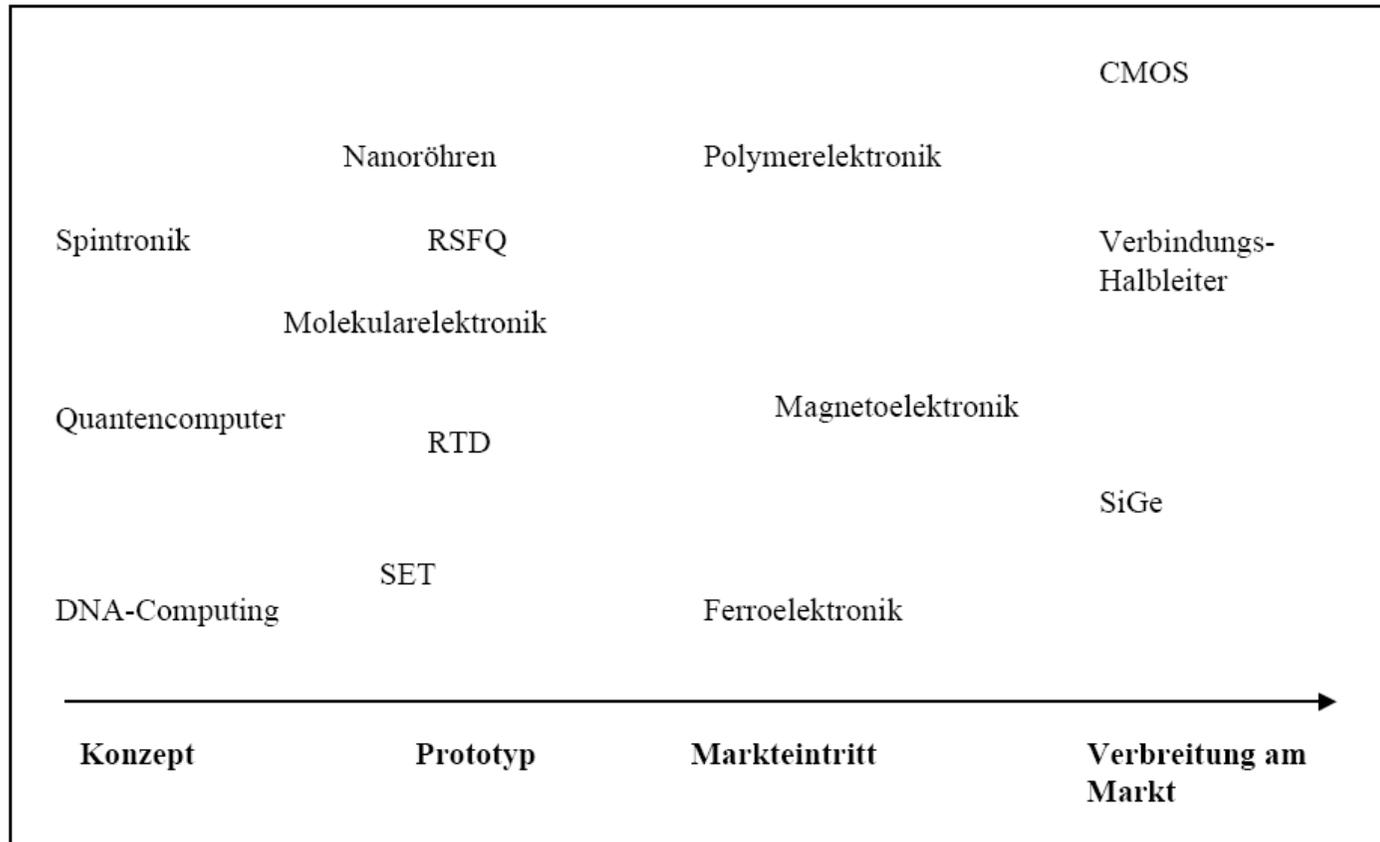


Abb. 2. 2: Schematische Darstellung des Entwicklungsstandes der Technologien

Die ETIT der Zukunft ist auch eine  
Materialschlacht ...  
daher sollte man diese einigermaßen verstehen.

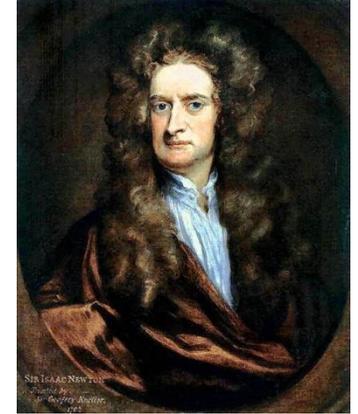
# Übersicht über die Vorlesung

---

1. Grundlagen der Quantenmechanik
  - 1.1 Einleitung
  - 1.2 Historisches
  - 1.3 Die Schrödinger-Gleichung
  - 1.4 Das freie quantenmechanische Elektron
  - 1.5 Quantenmechanische Erwartungswerte
2. Elektronische Zustände
3. Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente
4. Elektronen in Kristallen
5. Halbleiter
6. Quantenstatistik für Ladungsträger
7. Dotierte Halbleiter
8. Halbleiter im Nichtgleichgewicht
9. Der pn-Übergang

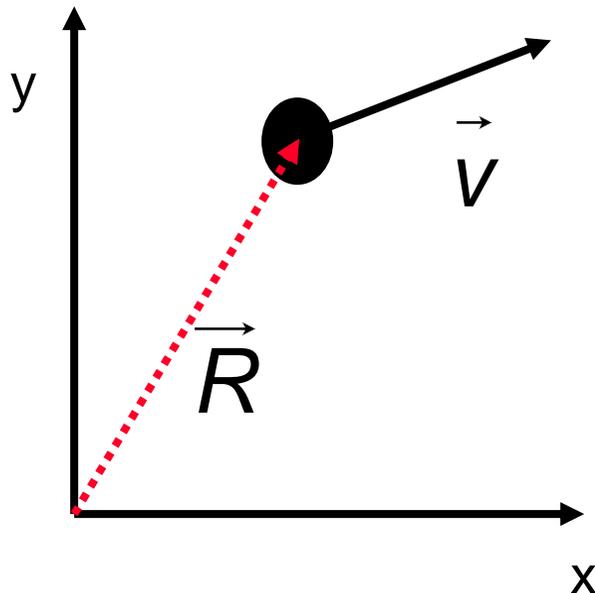
## 1.2.1: Physikalische Theorien

- Beschreibung der Mechanik durch idealisierte Teilchen
- idealerweise als punktförmige Teilchen



Sir Isaac Newton  
(1643-1727)

Was heisst eigentlich Teilchen ?



Zum Zeitpunkt  $t$  befindet sich das Teilchen der Masse  $m$  am Ort  $\vec{R}$  und bewegt sich mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}$ . Sein Impuls beträgt  $\vec{p} = m\vec{v}$ .

Die Bewegung der Massenpunkte wird durch die Newton'schen Gesetze beschrieben.

# Stand der Wissenschaft vor 1900: Elektrodynamik: Maxwell-Gleichungen

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

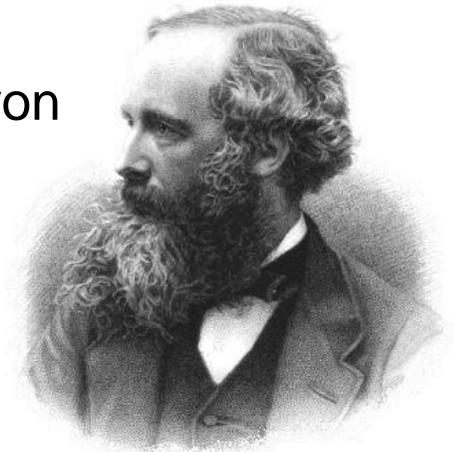
Erlauben eine Vorhersage der zeitlichen und räumlichen Entwicklung von

elektrischer Flussdichte  $\vec{D}$

magnetischer Flussdichte  $\vec{B}$

elektrischer Feldstärke  $\vec{E}$

magnetischer Feldstärke  $\vec{H}$



*James Clerk Maxwell.*

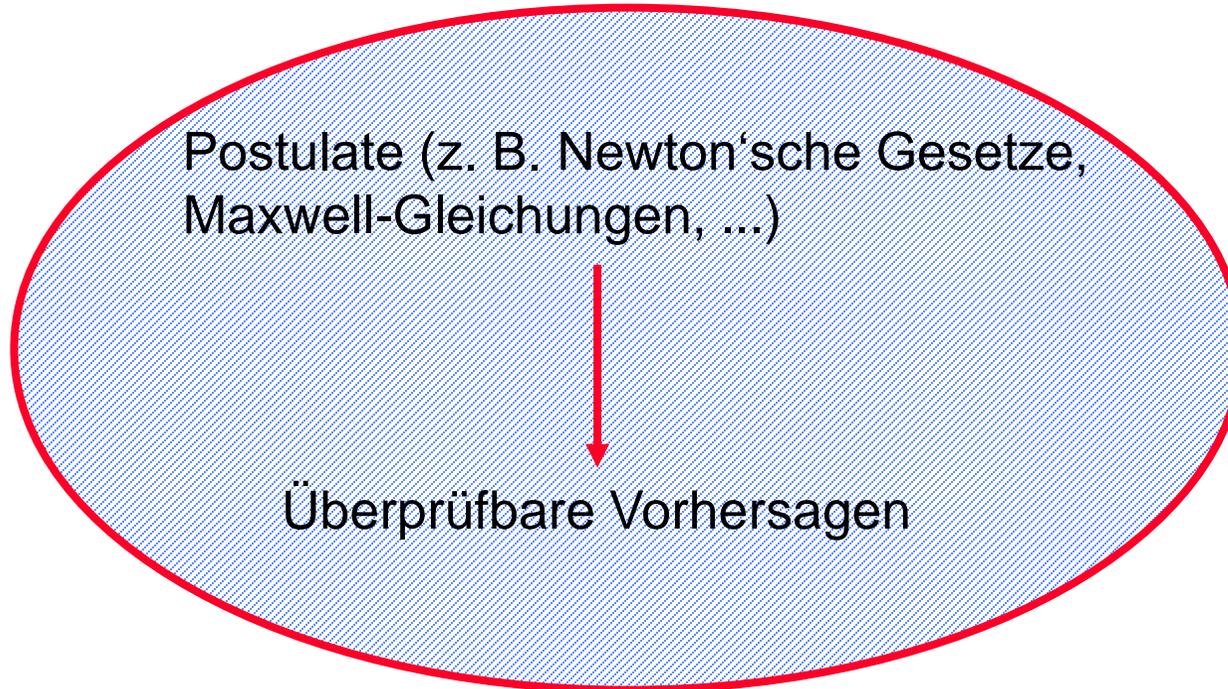
(1831-1879)

„Felder“: Dinge, die ganze Raumbereiche erfüllen, im Gegensatz zum Teilchen NICHT lokalisiert.

Die „Bewegung“ (zeitliche Entwicklung) der Felder wird durch die Maxwell-Gleichungen beschrieben.

# Der Theoriebegriff

---



 : Gültigkeitsbereich (z. B.  $v \ll c$  für die Newton'sche Mechanik)

-Quantenmechanik können wir uns sparen, wenn  
Energie \* Zeit  $\gg h = 6.626 \cdot 10^{-34}$  Js

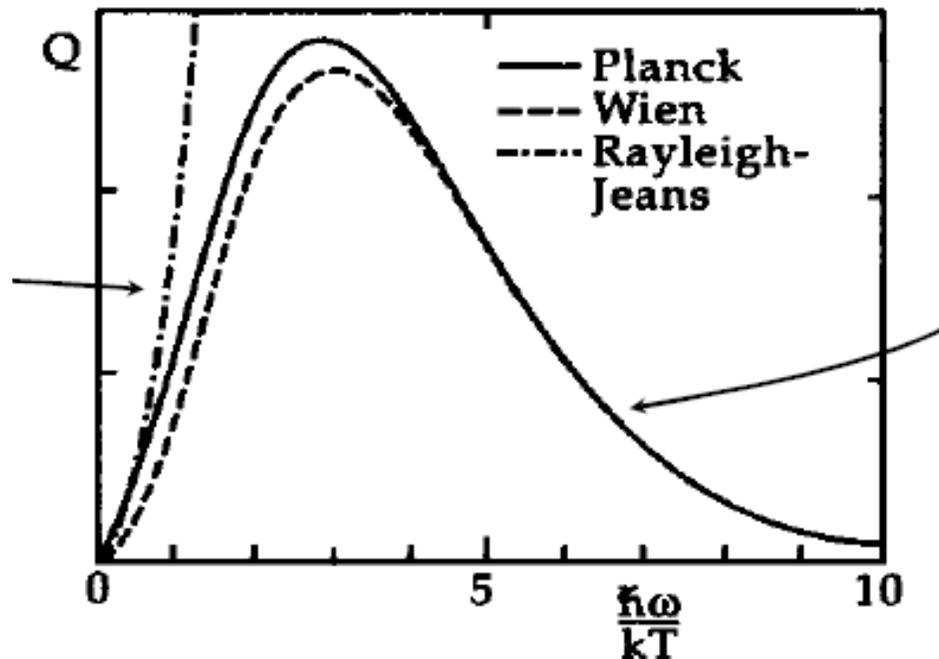
$h$  ist das *Planck'sche* Wirkungsquantum

# Historisches zur Quantenmechanik: Schwarzkörperstrahlung

## 1.2.2: Der Beginn der Quantenmechanik

### Zusammenbruch der klassischen Physik

#### 1. Erklärung des Schwarzkörperstrahlungsspektrums durch Planck (1900)



Planck'sche  
Quantenhypothese  
(1900):

„Energien im System sind gemäß  $E=h\nu$  „gequantelt“  
h ist das Planck'sche Wirkungsquantum

## 2. Photoeffekt (Einstein 1905, 1917)

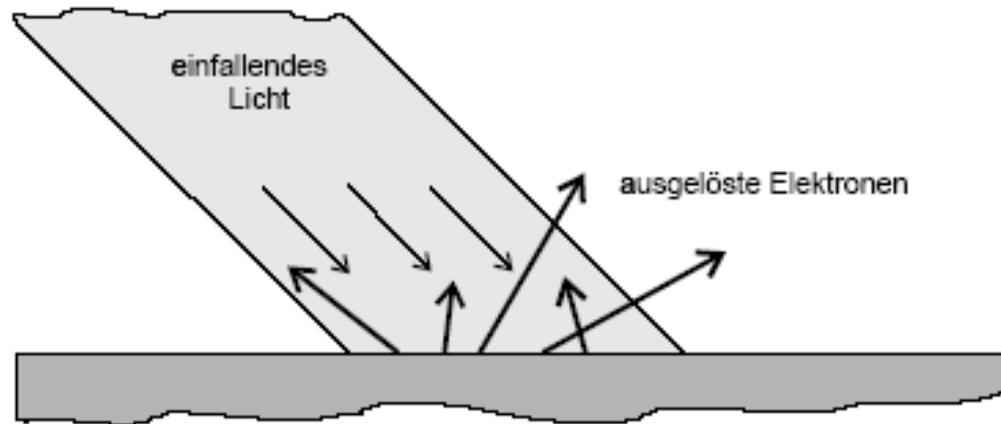


Abbildung 1.2: Licht löst Elektronen aus Metalloberflächen

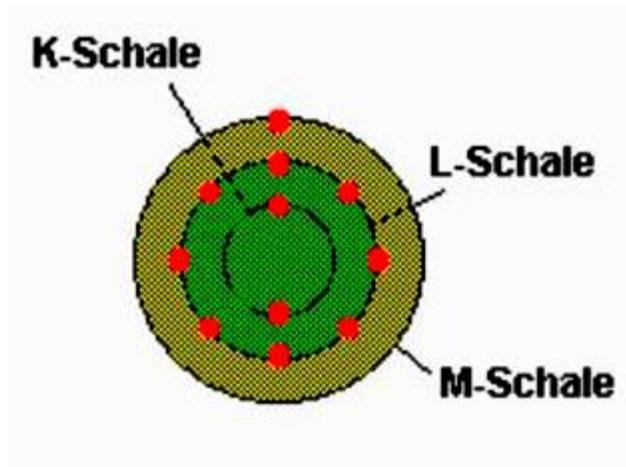
-Elektronenenergie hängt nicht von der Intensität des Lichtes sondern von der Frequenz  $\nu$  ab. Licht als Schauer von Lichtteilchen (Photonen) mit einer Energie  $E=h\nu$

„Felder treten auch als Teilchen auf“

# Historisches zur Quantenmechanik: Bohr'sches Atommodell

SS 2015  
FE 1.21

## 3. Nichtbeobachteter Atomzerfall und Spektrallinien Versuch der Erklärung durch das Bohr'sche Atommodell (1913)



I. Das Elektron bewegt sich auf Kreisbahnen um den Kern. Diese sind stationär und das Elektron strahlt keine Energie ab.

II. Unter allen Kreisbahnen sind nur diejenigen erlaubt, auf denen der Drehimpuls des Elektrons ein ganzzahliges Vielfaches von  $h/2\pi$  ist.

III. Strahlung wird nur beim Übergang zwischen 2 stationären Zuständen emittiert oder absorbiert.

... an sich O.K., nur warum ist das so ? Wir haben doch gelernt, dass beschleunigte Ladungen als Quelle einer elektromagnetischen Wellen fungieren ?

Interferenz ist ein typisches Wellenphänomen. Experimente hierzu können z.B. in der Badewanne erfolgen.

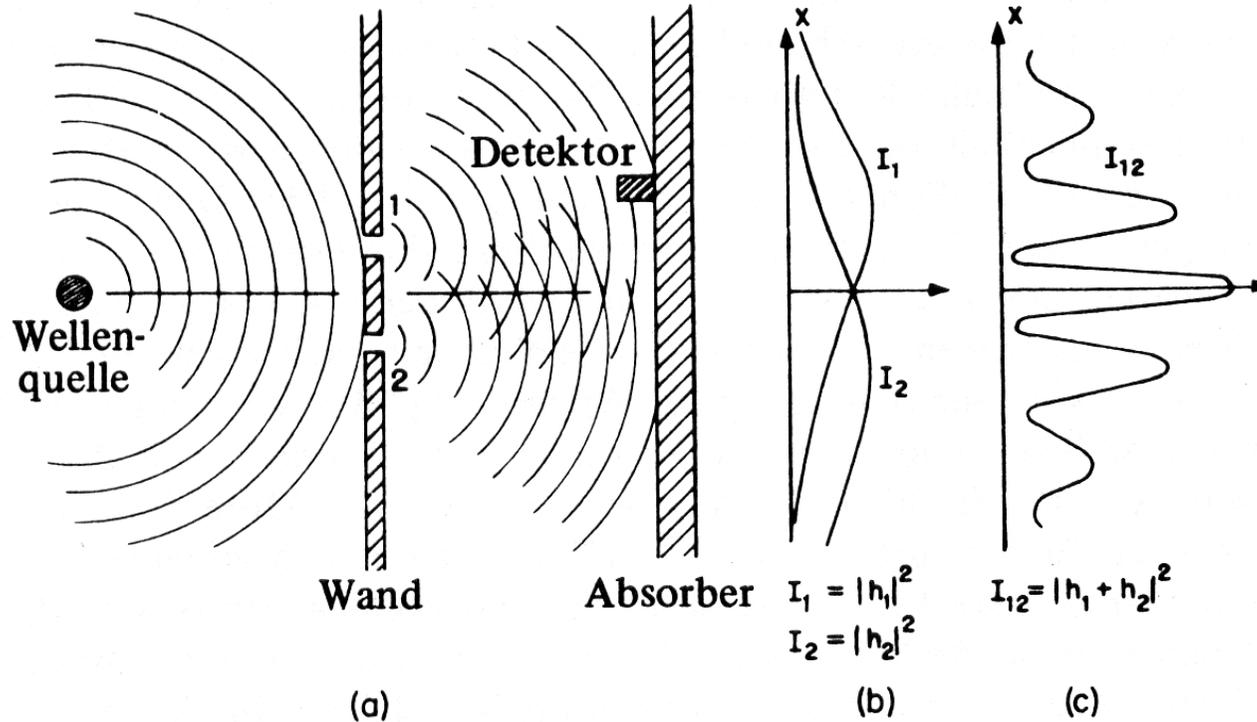


Fig. 1–2. Interferenzexperiment mit Wasserwellen.

Quelle: Feynman Lectures

Viele Interferenzphänomene sind auch im Bereich der Optik bekannt. Hier kommt es zu einer Überlagerung von elektromagnetischen Wellen.

# Historisches zur Quantenmechanik: Interferenz

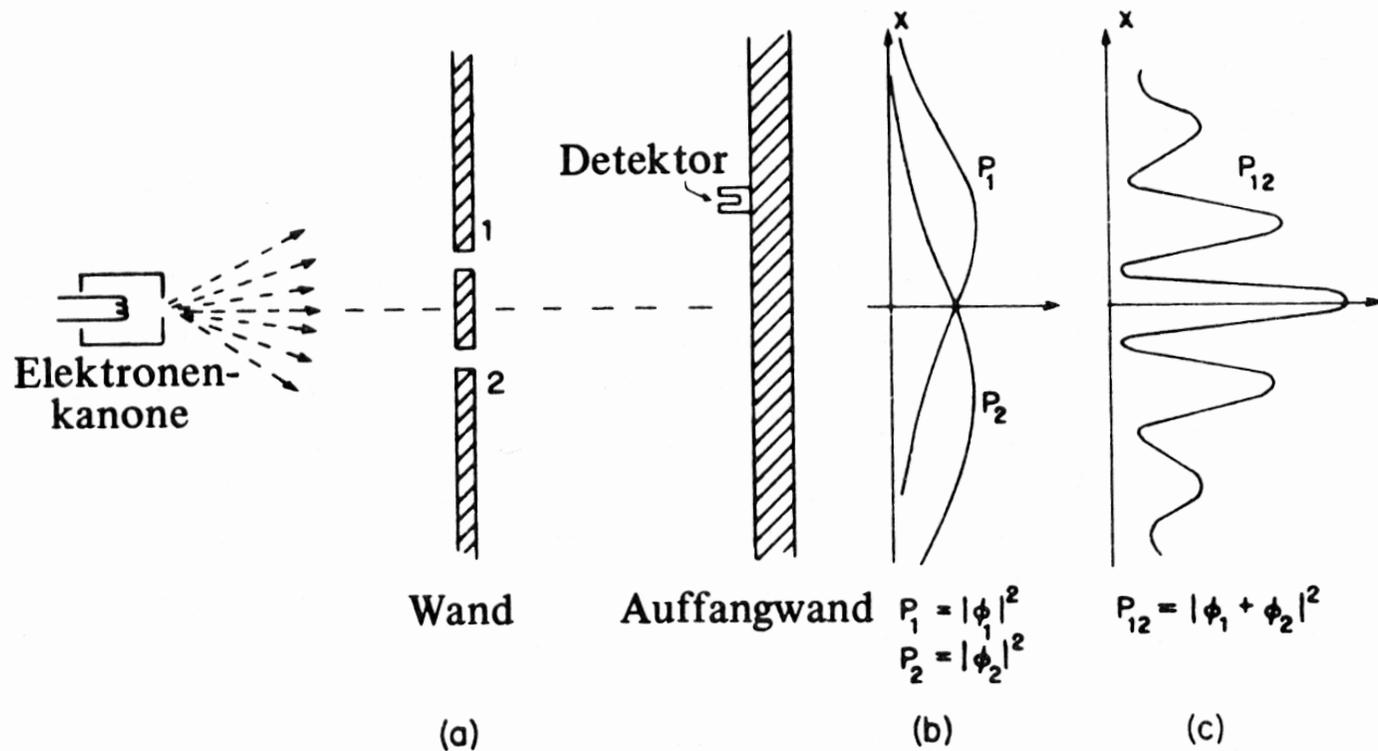


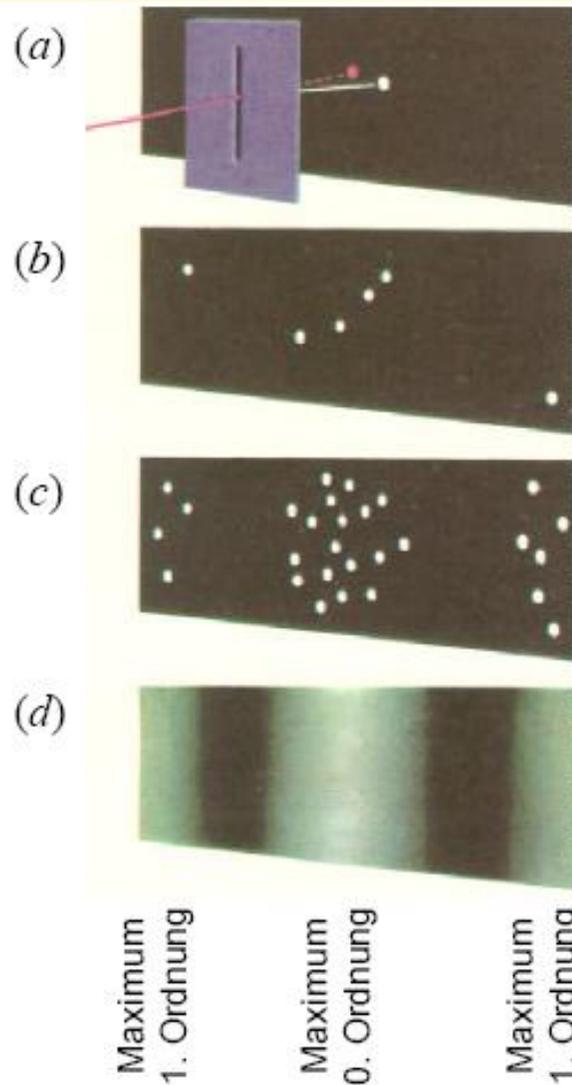
Fig. 1–3. Interferenzexperiment mit Elektronen.

Quelle: Feynman Lectures

Mit einem ähnlichen Experiment konnten Davisson und Germer 1927 erstmals die Interferenz von Elektronen nachweisen.

Teilchen treten auch als Felder (Wellen) auf.

# Teilchen als Wellen



Beugung im Teilchenbild.

- (a) Die Flugbahn des einzelnen Teilchens weicht von der geraden Richtung ab.
- (b) Die Auftreffpunkte mehrerer Teilchen sind scheinbar regellos verteilt.
- (c) Häufung an bestimmten Stellen.
- (d) Gesamtes Erscheinungsbild.

- Flugbahn des einzelnen Teilchens nicht bekannt
- Wahrscheinlichkeitsaussagen

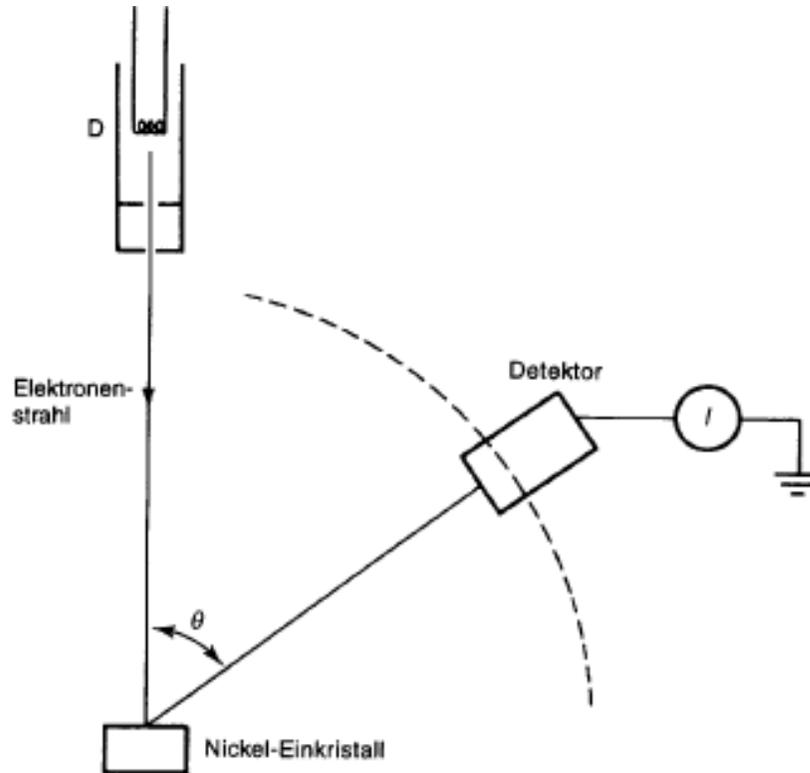
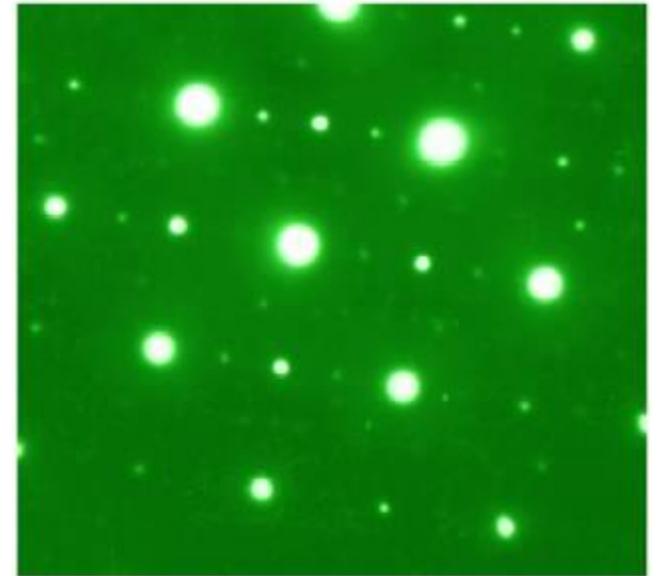


Abb: Interferenz von Elektronen an GaAs



Quelle: H. Leipner, U Halle

Das ist alles im Einklang mit den schon von Louis de Broglie im Jahre 1923 postulierten Materiewellen mit der Wellenlänge

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

„Teilchen treten auch als Felder (Wellen) auf (z.B. Elektronenbeugung/-interferenz)“  
„Felder treten auch als Teilchen auf (z.B. Photoeffekt)“

# Übersicht über die Vorlesung

---

1. Grundlagen der Quantenmechanik
  - 1.1 Einleitung
  - 1.2 Historisches
  - 1.3 Die Schrödinger-Gleichung
  - 1.4 Das freie quantenmechanische Elektron
  - 1.5 Quantenmechanische Erwartungswerte
2. Elektronische Zustände
3. Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente
4. Elektronen in Kristallen
5. Halbleiter
6. Quantenstatistik für Ladungsträger
7. Dotierte Halbleiter
8. Halbleiter im Nichtgleichgewicht
9. Der pn-Übergang

# Der Zustandsbegriff

---

*Zustand* eines Systems: Minimaler Satz von physikalischen Größen, aus dem sich maximale Information ableiten lässt.

- eindeutige Vorhersage über den Zustand zum Zeitpunkt  $t$  aus der Kenntnis des Zustandes zum Zeitpunkt  $t_0$

Beispiel: Impuls und Ort eines klassischen Massepunktes

Mathematisch:

$$\frac{dZ(t)}{dt} = F[Z(t)]$$

- Zeitliche Änderung des Zustandes wird beschrieben durch Differentialgleichung 1. Ordnung (Evolutionsgleichung)

# Vorhersage eines Zustandes aus Anfangszustand

---

SS 2015  
FE 1.28

Lösung der DGL



# Der quantenmechanische Zustand

## 1. Postulat der Quantenmechanik:

Der quantenmechanische Zustand eines Teilchens der Masse  $m$ , das sich in einem Kraftfeld mit dem Potential  $V(x,t)$  befindet, lässt sich als komplexwertige Funktion  $\psi(x,t)$  des Ortes und der Zeit beschreiben. Seine Zeitentwicklung gehorcht der zeitabhängigen **Schrödingergleichung**:

$$j\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} = \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x,t) \right\} \psi(x,t)$$



Erwin Schrödinger  
(1887-1961)

mit  $\hbar = h/2\pi = 1.055 \cdot 10^{-34} \text{Js}$ ;  $j^2 = -1$

$\psi(x,t)$  heißt **Wellenfunktion** des Teilchen

# Die Schrödingergleichung

---

$$j\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{x}^2} + V(\mathbf{x}, t) \right\} \psi(\mathbf{x}, t)$$

## Direkte Folgerungen:

Ist  $\psi(\mathbf{x}, t_0)$  bekannt, so folgt eindeutig  $\psi(\mathbf{x}, t)$  für alle  $t > t_0$   
(Lösung des Anfangswertproblems)

- keine Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten

→ mathematisch eher hässlich und eine allgemeine analytische Lösung ist unmöglich

- sieht ähnlich aus wie eine Diffusionsgleichung, z.B. Wärme:  $\frac{\partial T(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}^2}$

→ aber komplett andere (wellenartige) Lösungen durch das imaginäre  $j$

# Linearität der Schrödingergleichung

---

$$j\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{x}^2} + V(\mathbf{x}, t) \right\} \psi(\mathbf{x}, t)$$

Wenn  $\psi_1(\mathbf{x}, t)$  und  $\psi_2(\mathbf{x}, t)$  Lösung der S-Glg.,  
dann auch  $\psi(\mathbf{x}, t) = \alpha\psi_1(\mathbf{x}, t) + \beta\psi_2(\mathbf{x}, t)$

$$\alpha j\hbar \frac{\partial \psi_1(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \beta j\hbar \frac{\partial \psi_2(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \alpha \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{x}^2} + V(\mathbf{x}, t) \right\} \psi_1(\mathbf{x}, t) + \beta \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{x}^2} + V(\mathbf{x}, t) \right\} \psi_2(\mathbf{x}, t)$$

→ wir können Lösungen überlagern (Superpositionsprinzip)  
gleiches Spiel wie bei elektromagnetischen Feldern und Wellen

...und was bringt uns jetzt die Wellenfunktion ????

## 2. Postulat der Quantenmechanik:

Die Wellenfunktion ist nicht observabel (=keine Meßgröße); ihr Absolutquadrat

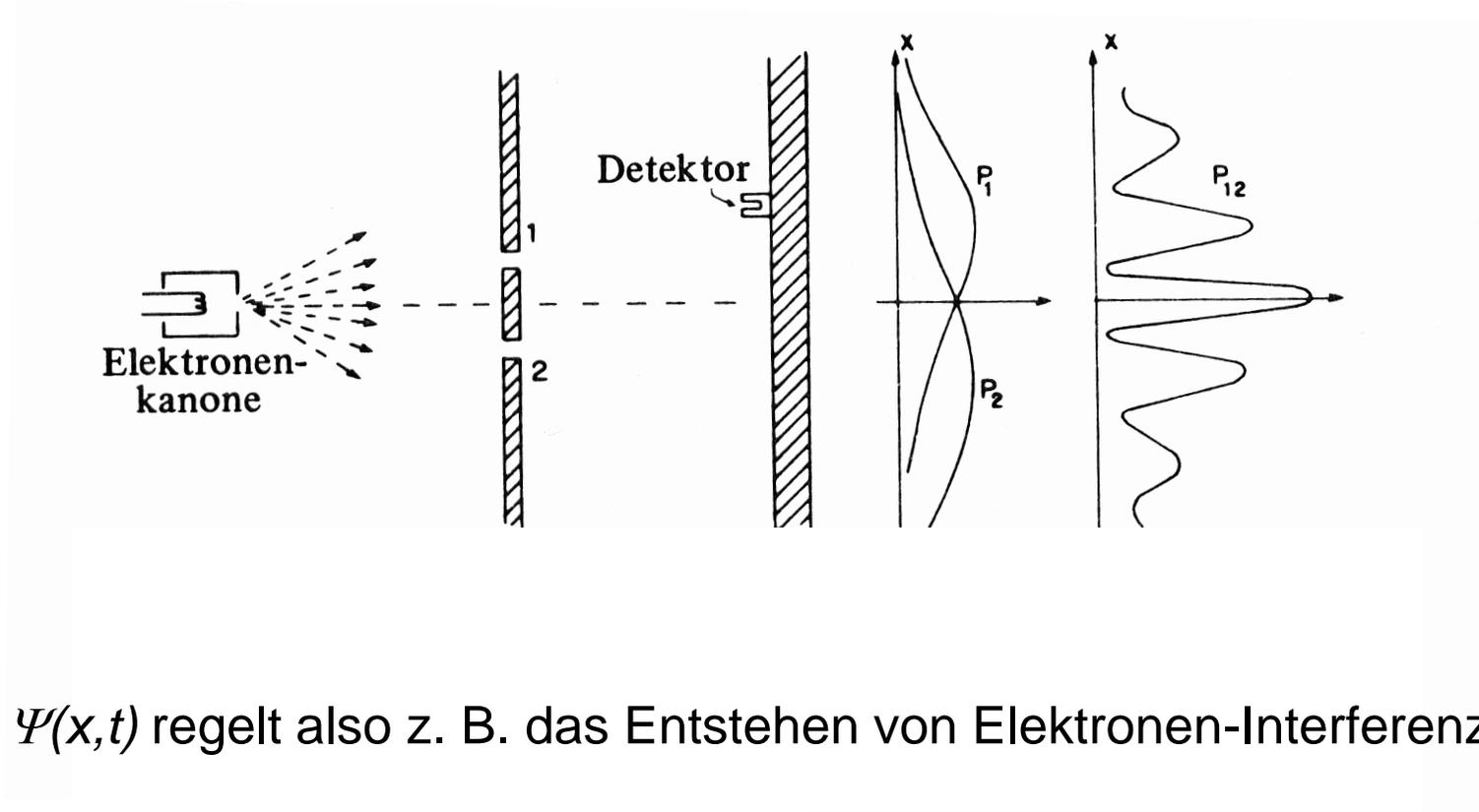
$$\rho(\mathbf{x}, t) = |\psi(\mathbf{x}, t)|^2 = \psi^*(\mathbf{x}, t)\psi(\mathbf{x}, t)$$

ist proportional zur Dichte der Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Teilchens im Raum.

... nehmen wir als Meßgröße den Ort:

# Die Wellenfunktion $\Psi(x,t)$

SS 2015  
FE 1.33



... aha,  $\Psi(x,t)$  regelt also z. B. das Entstehen von Elektronen-Interferenzmustern

$\rho(x,t)$  ist messbar,  $\Psi(x,t)$  selbst aber NICHT !