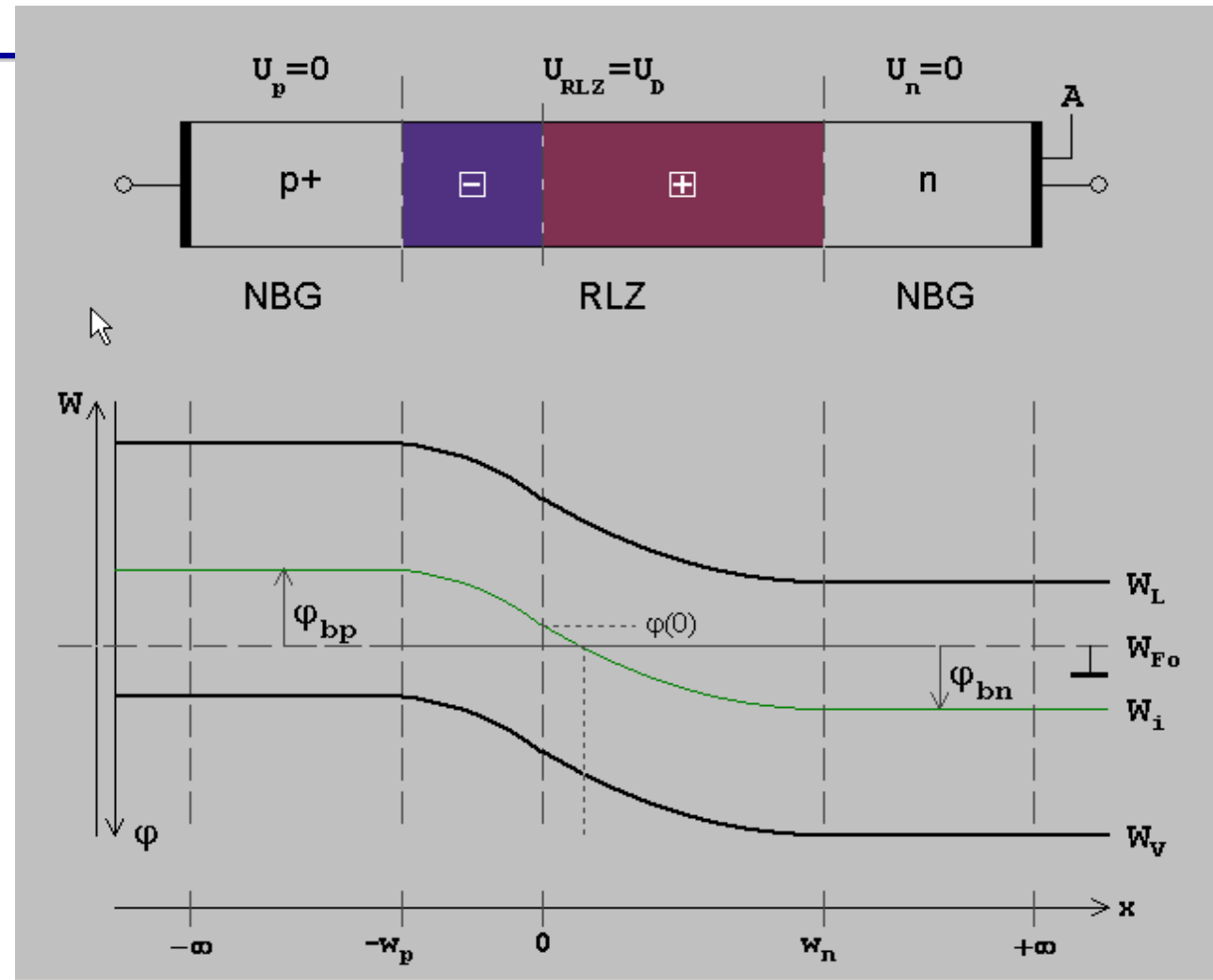


Übersicht über die Vorlesung

1. Grundlagen der Quantenmechanik
2. Elektronische Zustände
3. Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente
4. Elektronen in Kristallen
5. Halbleiter
6. Quantenstatistik für Ladungsträger
7. Dotierte Halbleiter
8. Halbleiter im Nichtgleichgewicht
9. Der pn-Übergang

Festkörperelektronik
SS 2015
12. Foliensatz
26.06.2015

Die pn-Diode



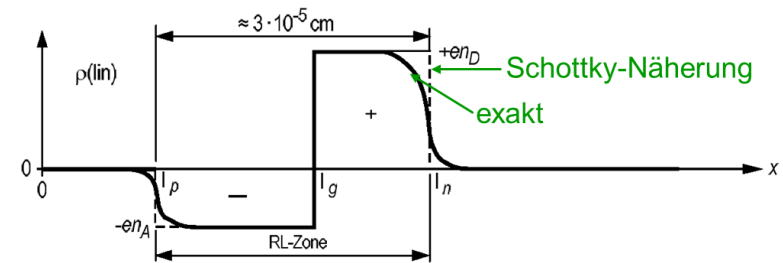
Für eine quantitative Modellierung der pn-Diode fehlt jetzt „nur“ noch der Potentialverlauf und die Größe der Raumladungszone

Schottky-Modell der pn-Diode

- Annahme: Räumlich abrupter Übergang von neutralen zu vollständig ionisierten Störstellen

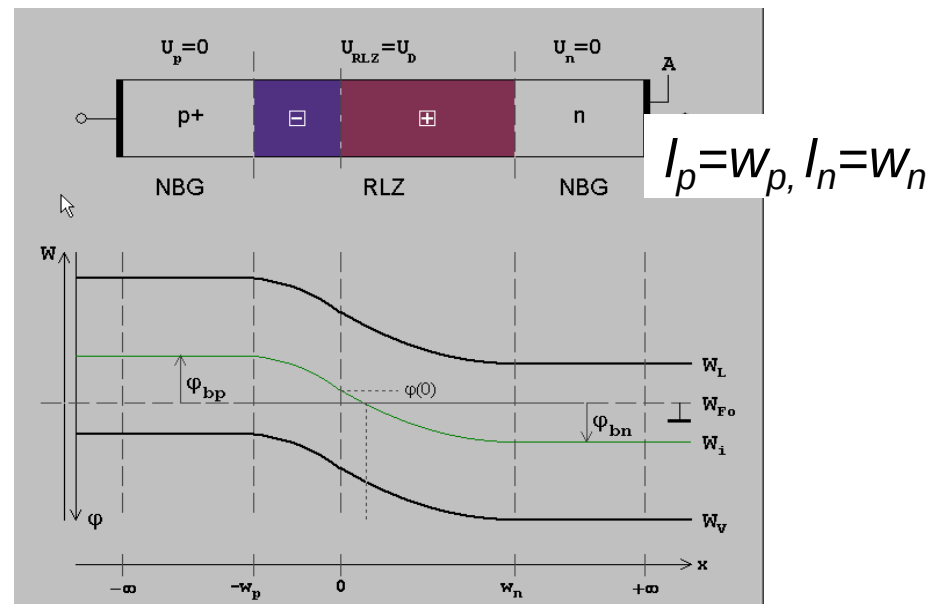
$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & : x \leq -l_p \\ -en_A & : -l_p < x \leq 0 \\ en_D & : 0 < x \leq l_n \\ 0 & : x > l_n \end{cases}$$

$N_{A(D)}$: Dichte der Akzeptor- (Donator-) Atome



Insgesamt Ladungsneutralität:

$$n_A \cdot l_p = n_D l_n$$



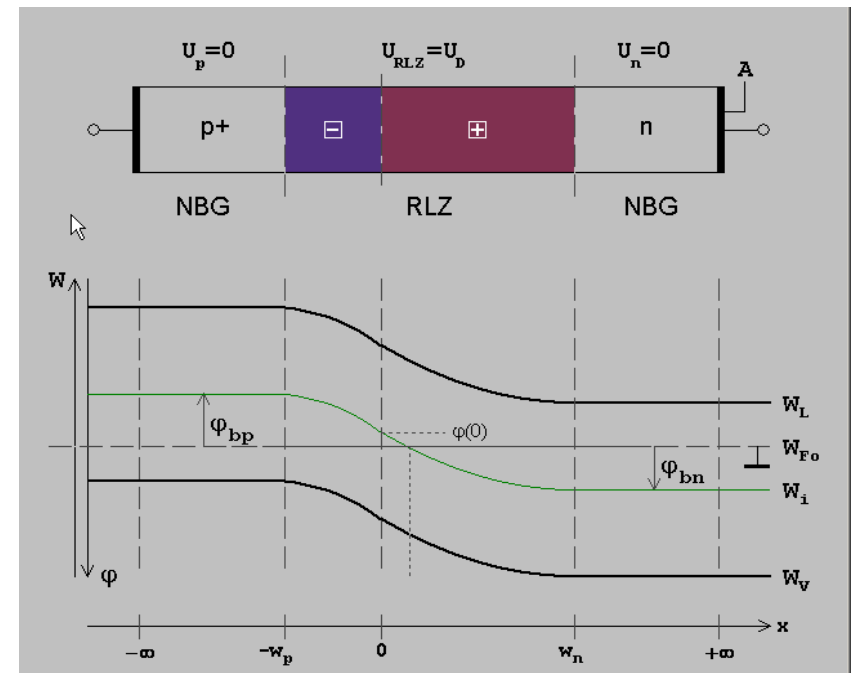
Berechnung des Bandverlaufs

Berechnung des Bandverlaufs durch Integration der Poisson-Glg.:

$$(H5) \quad \Delta\varphi = -\frac{e}{\varepsilon\varepsilon_0} (p - n + n_D^+ - n_A^-); \quad \vec{E} = -\nabla\varphi$$

$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & : x \leq -l_p \\ -en_A & : -l_p < x \leq 0 \\ en_D & : 0 < x \leq l_n \\ 0 & : x > l_n \end{cases}$$

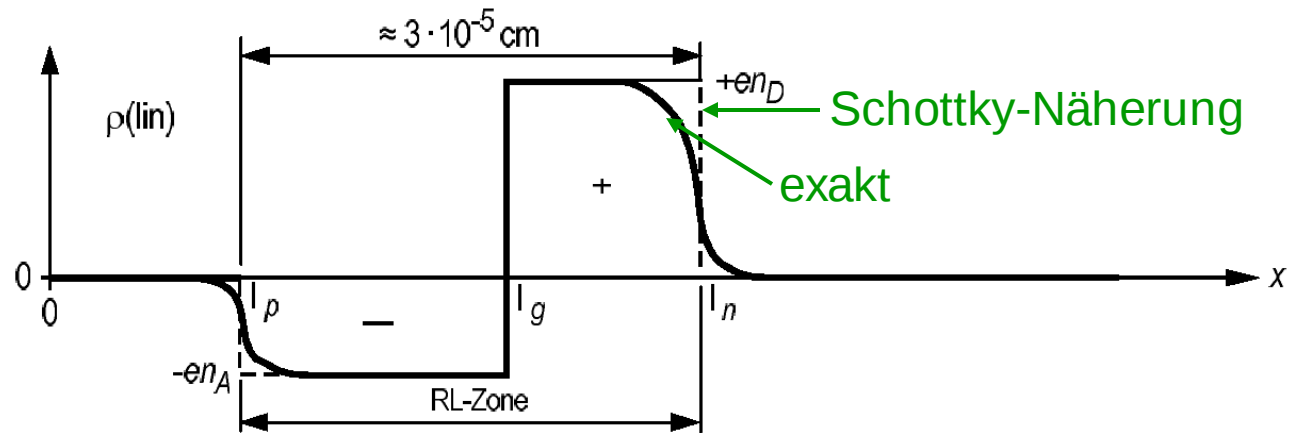
$$\frac{\partial^2 \varphi(x)}{\partial x^2} = -\frac{\partial E(x)}{\partial x} = \frac{-1}{\varepsilon\varepsilon_0} \begin{cases} 0 & : x \leq -l_p \\ -en_A & : -l_p < x \leq 0 \\ en_D & : 0 < x \leq l_n \\ 0 & : x > l_n \end{cases}$$



$$\rho_p = -en_A$$

$$\rho_n = en_D$$

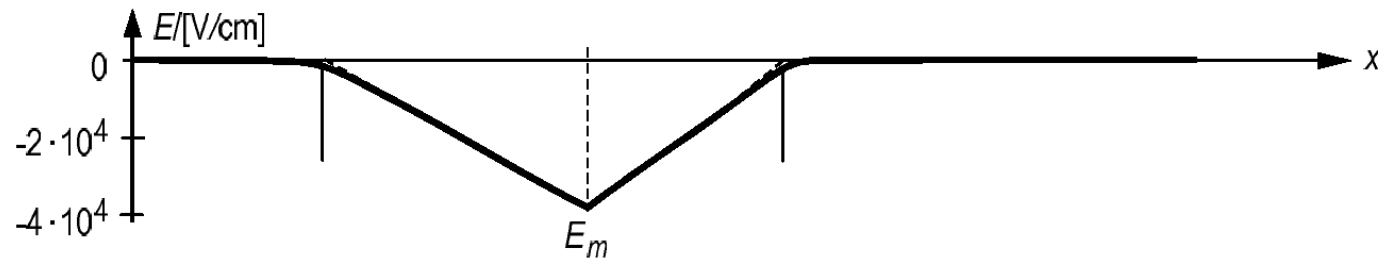
Schottky-Näherung



$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon_r \epsilon_0}$$

$$E(x) = -\frac{en_A}{\epsilon_r \epsilon_0} (x + l_p)$$

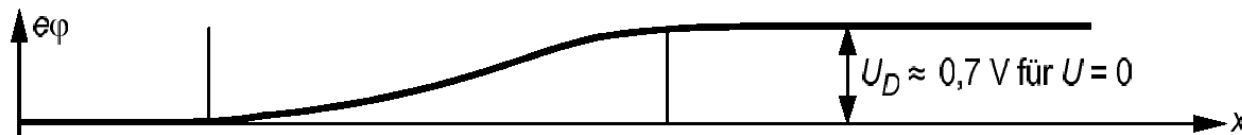
$$E(x) = \frac{en_D}{\epsilon_r \epsilon_0} (x - l_n)$$



$$\varphi(x) = -\int_{x_1}^{x_2} E(x) dx - \varphi_0$$

$$\varphi(x) = \frac{en_A}{2\epsilon\epsilon_0} (x + l_p)^2$$

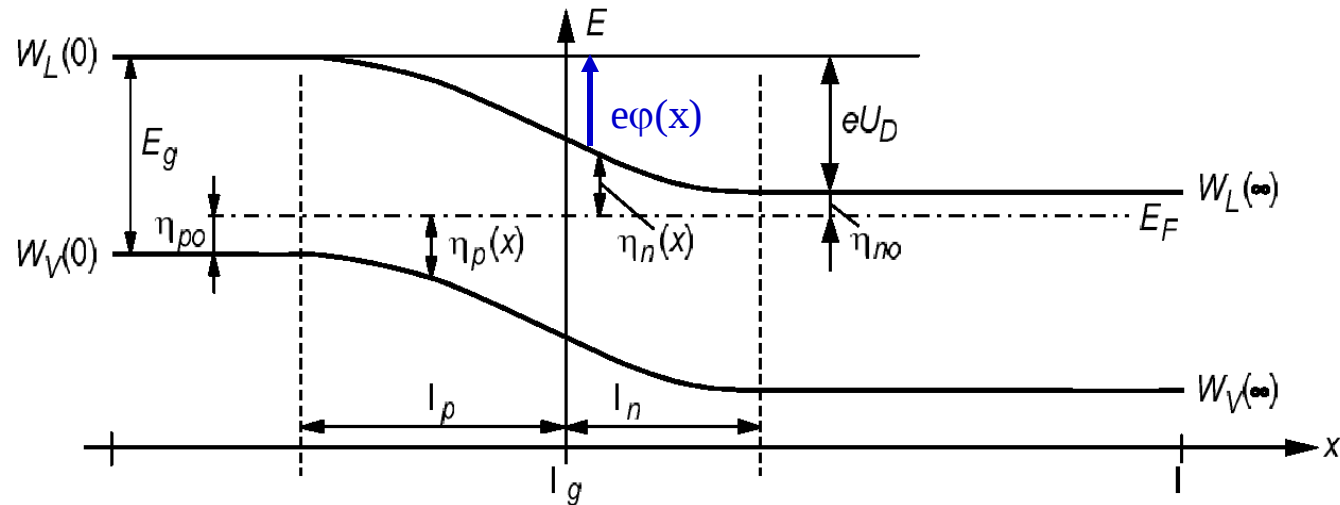
$$\varphi(x) = -\frac{en_D}{2\epsilon\epsilon_0} (x - l_n)^2 + U_D$$



Berechnung des Bandverlaufs

$$W_L(x) = W_L(-\infty) - e\varphi(x)$$

$$W_V(x) = W_V(-\infty) - e\varphi(x)$$



Für eine quantitative Beschreibung der Kennlinie und für das Ersatzschaltbild (insbesondere Kapazität) ist die Kenntnis der Ausdehnung $l_p + l_n$ der Raumladungszone von großer Bedeutung. l_p und l_n sind allerdings bisher nur im Rahmen der Näherung Schottky-Modell als zusätzliche Parameter ins Spiel gekommen, ohne diese auf schon bekannte Halbleiterparameter zurückzuführen.

Die Ausdehnung kann aber nun berechnet werden. Hierzu wird die Ladungsneutralität ausgenutzt, sowie berücksichtigt, dass das elektrische Potential bei $x=0$ stetig sein muss:

Ausdehnung der RLZ

Ladungsneutralität:
$$n_D I_n = n_A I_p \Rightarrow I_p^2 = \frac{n_D^2}{n_A^2} I_n^2 \quad (4)$$

Für den Potentialverlauf im p- bzw. im n-Bereich wurden oben explizite Ausdrücke abgeleitet. Aus der Forderung nach Stetigkeit von $\varphi(x)$ an der Stelle $x=0$ folgt:

$$\frac{en_A}{2\epsilon\epsilon_0} I_p^2 = -\frac{en_D}{2\epsilon\epsilon_0} I_n^2 + U_D$$

Durch Ausnutzen der Neutralitätsbedingung (4) kommt man zu:

$$I_n^2 \left(\frac{en_A}{2\epsilon\epsilon_0} \frac{n_D^2}{n_A^2} + \frac{en_D}{2\epsilon\epsilon_0} \right) = U_D$$

Auflösen nach I_n liefert dann:

$$I_n = \sqrt{\frac{2\epsilon\epsilon_0 U_D}{e} \frac{\frac{n_A}{n_D}}{n_D + n_A}}$$

Ebenso kann dann I_p bestimmt werden:

$$I_p = \sqrt{\frac{2\epsilon\epsilon_0 U_D}{e} \frac{\frac{n_D}{n_A}}{n_D + n_A}}$$

Ausdehnung der RLZ

Die Gesamtausdehnung der Raumladungszone ergibt sich dann als Summe der einzelnen Breiten der RLZs:

Mit ein bisschen
Bruchrechnung kommt man zu:

$$l = l_p + l_n = \dots = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0 U_D}{e}} \sqrt{\frac{1}{n_D} + \frac{1}{n_A}}$$

Generell gilt also, dass die RLZ umso dünner ist, je stärker die Dotierung der Halbleitermaterialien ist.

Die nachfolgende Tabelle gibt einige konkrete Zahlenwerte für gängige Halbleitermaterialien an.

Ausdehnung der Raumladungszone

- Die Gesamtausdehnung der RLZ ist:

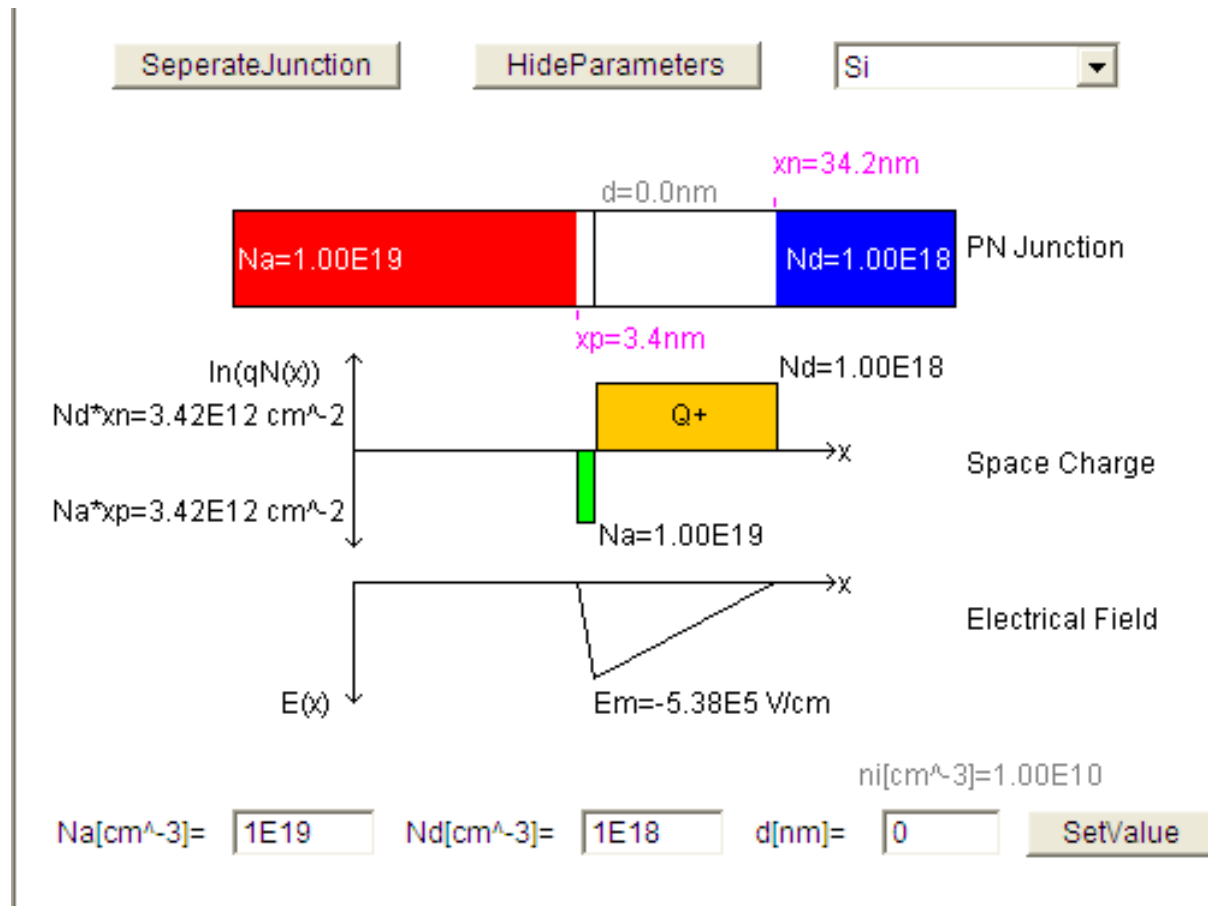
$$l = l_p + l_n = \sqrt{\frac{2\varepsilon_r\varepsilon_0}{e}U_D \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_D} \right)}$$

- Die Ausdehnung teilt sich wie folgt auf den n-HL und den p-HL auf:

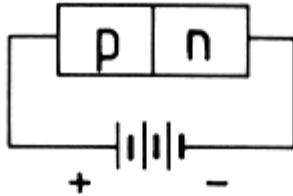
$$l_p = l \frac{n_D}{n_A + n_D} \quad l_n = l \frac{n_A}{n_A + n_D}$$

- Je nach Dotierung betragen die Ausdehnungen wenige Nanometer bis zu Mikrometern.
- Ist ein HL wesentlich schwächer dotiert als der andere, befindet sich die RLZ fast ausschließlich im schwach dotierten HL.

$T = 300 \text{ K}$	Ge	Si	GaAs
ε_r	16	11,9	13,1
n_A/cm^{-3}	10^{15}	10^{15}	10^{15}
n_D/cm^{-3}	10^{15}	10^{15}	10^{15}
U_D/V	0,18	0,56	1,0
$l_p/\mu\text{m}$	0,4	0,6	0,85
$l_n/\mu\text{m}$	0,4	0,6	0,85
n_A/cm^{-3}	10^{15}	10^{15}	10^{15}
n_D/cm^{-3}	10^{18}	10^{18}	10^{18}
U_D/V	0,36	0,73	1,18
$l_p/\mu\text{m}$	0,8	1	1,3
$l_n/\mu\text{m}$	0,0008	0,001	0,0013
n_A/cm^{-3}	10^{18}	10^{18}	10^{18}
n_D/cm^{-3}	10^{18}	10^{18}	10^{18}
U_D/V	0,53	0,9	1,35
$l_p/\mu\text{m}$	0,02	0,02	0,03
$l_n/\mu\text{m}$	0,02	0,02	0,03



Durchlaßrichtung

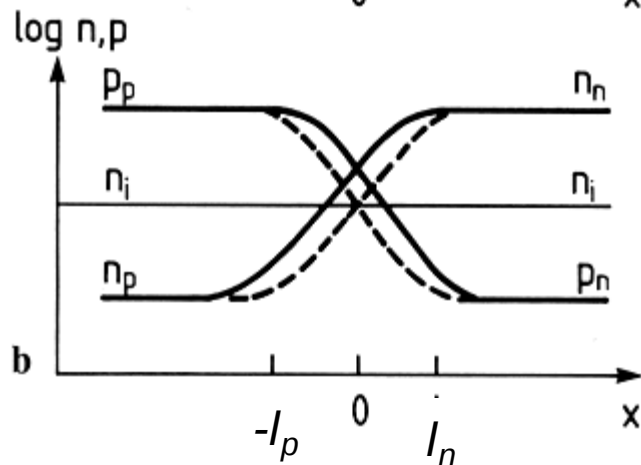
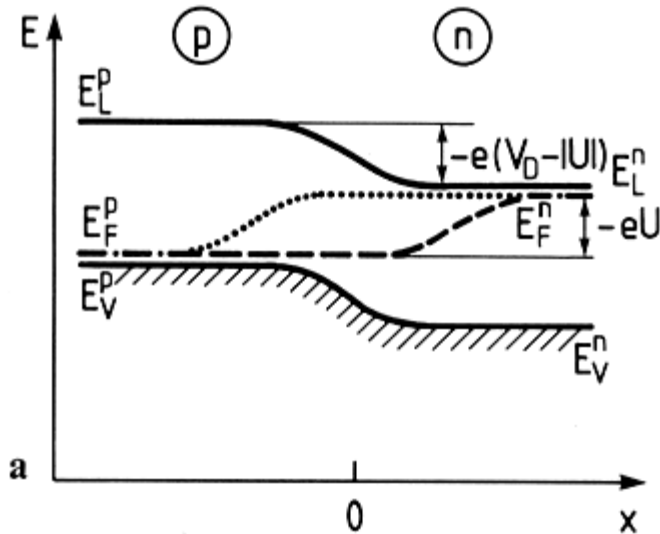


Der pn-Übergang bei Vorspannung

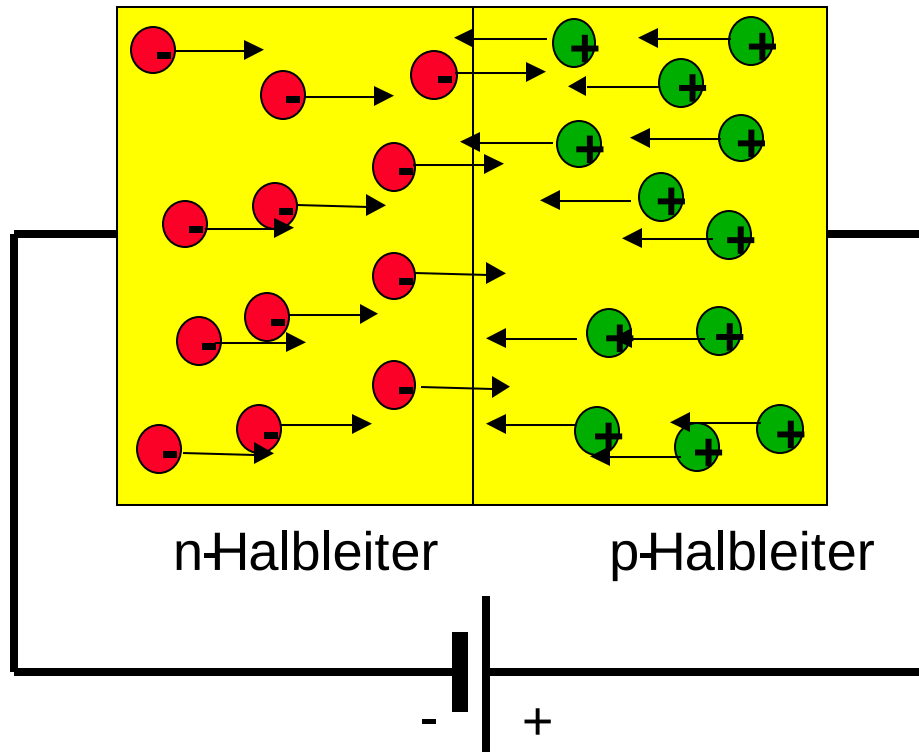
Qualitatives Verhalten:

-Vorwärtsspannung „schiebt“ Ladungsträger in RLZ hinein

-Spannung U führt zur Aufspaltung des Fermi-niveaus in zwei Quasi-Fermi-Niveaus

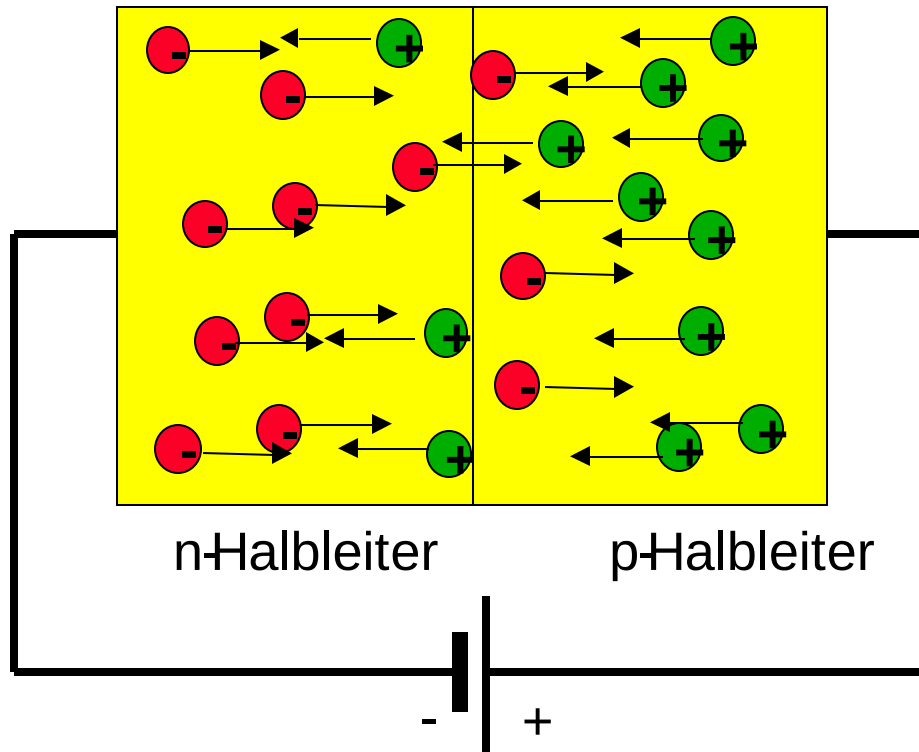


pn-Übergang



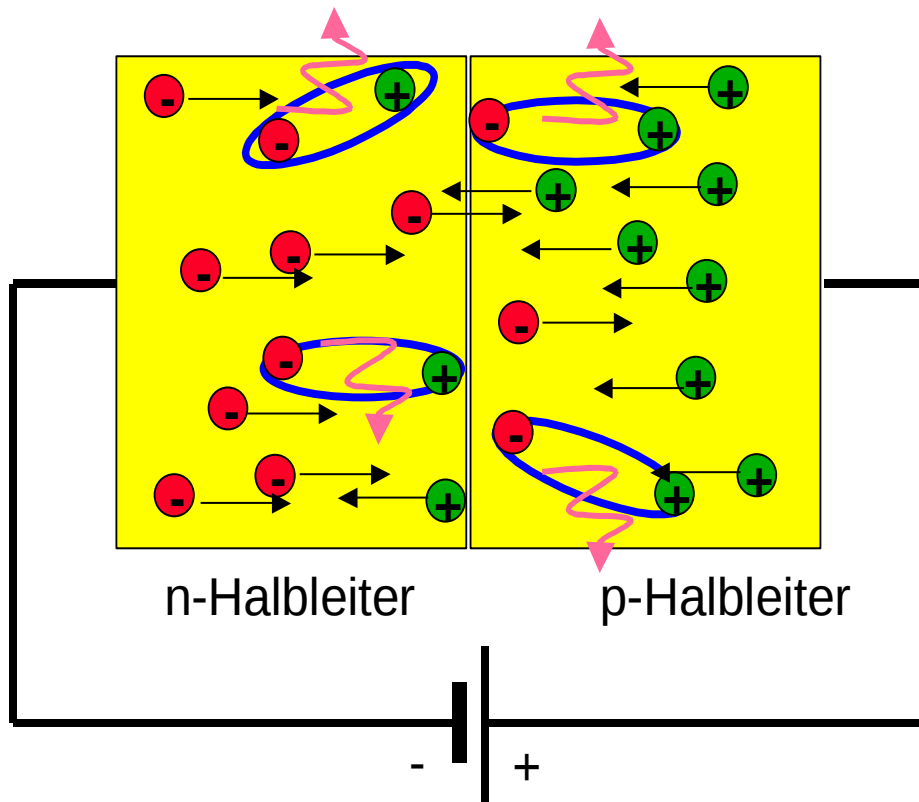
Polung in Vorwärtsrichtung: Elektronen und Löcher bewegen sich aufeinander zu

pn-Übergang



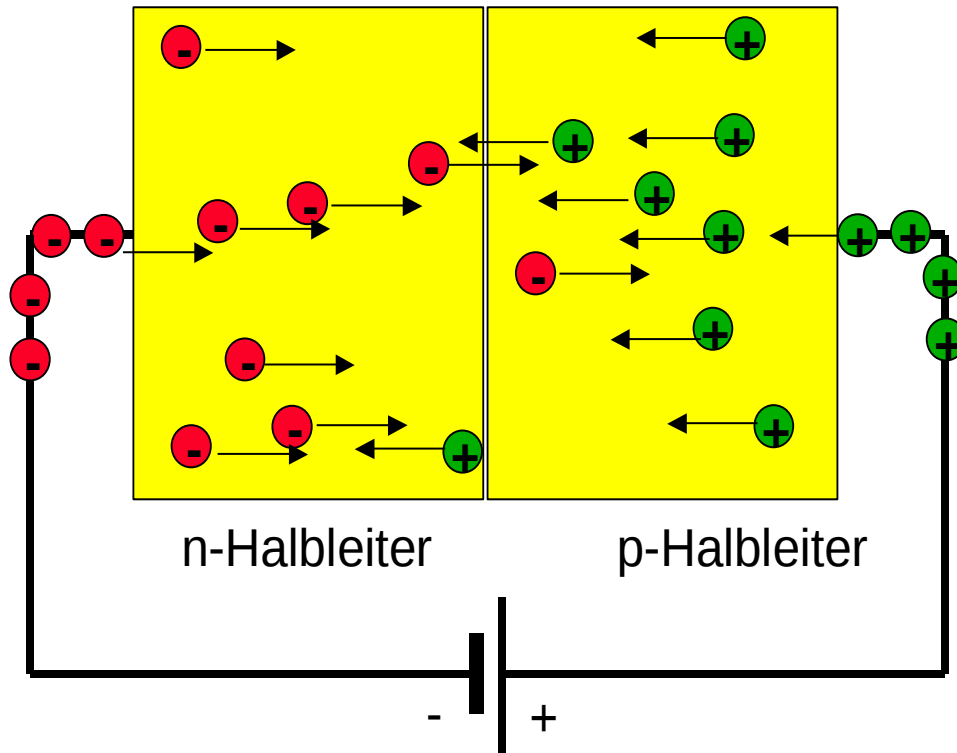
Polung in Vorwärtsrichtung: Elektronen diffundieren in den p-Halbleiter und Löcher in den n-Halbleiter

pn-Übergang



Polung in Vorwärtsrichtung: Elektronen rekombinieren mit Löchern und können z.B. Licht aussenden

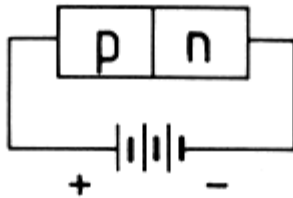
pn-Übergang



Polung in Vorwärtsrichtung: Fehlende Elektronen im n-Halbleiter und fehlende Löcher im p-Halbleiter fließen nach.

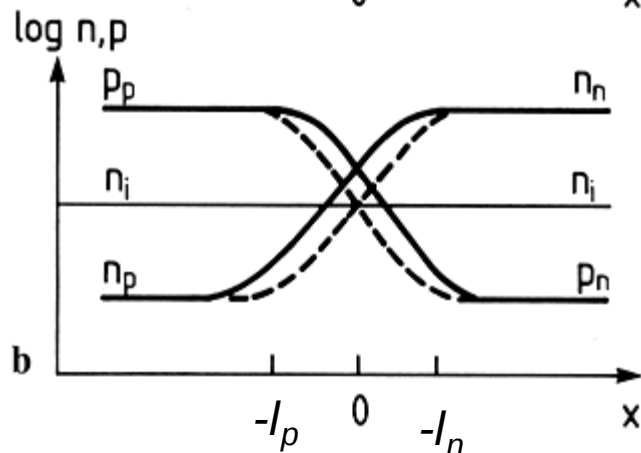
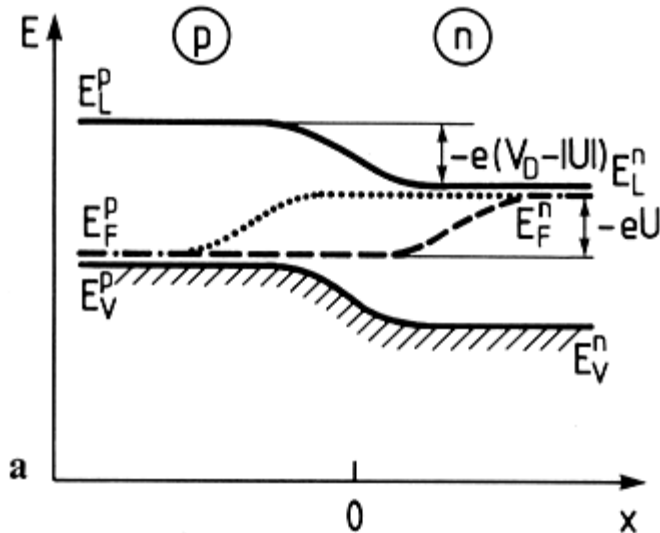
Durchlaßrichtung

Der pn-Übergang bei Vorspannung



Shockley-Modell:

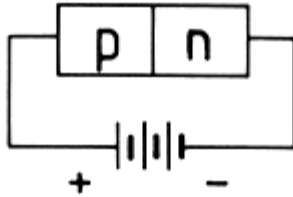
- Rekombination in der RLZ ist vernachlässigbar
- Stromfluß durch Änderung der Minoritätsladungsträgerdichten an den Rändern der RLZ



Feldströme brauchen nicht betrachtet werden, denn gerade außerhalb der RLZ ist das Feld und damit der Feldstrom = Null.

Durchlaßrichtung

Der pn-Übergang bei Vorspannung



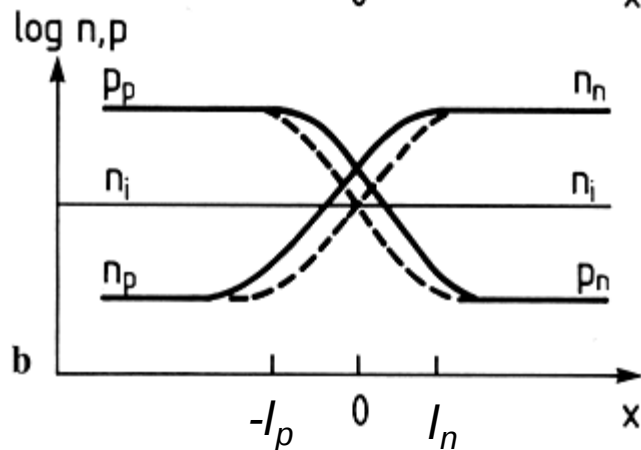
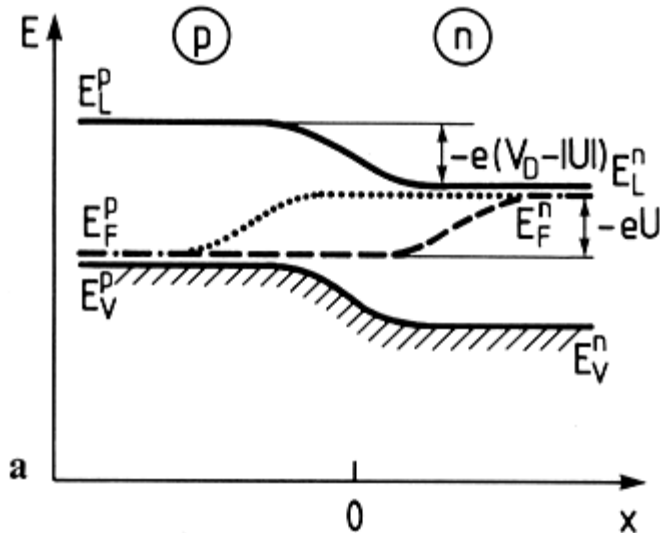
z.B. Löcherdiffusionsstrom am rechten Rand der RLZ:

$$J_{p,D}(x = l_n) = -eD_p \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=l_n}$$

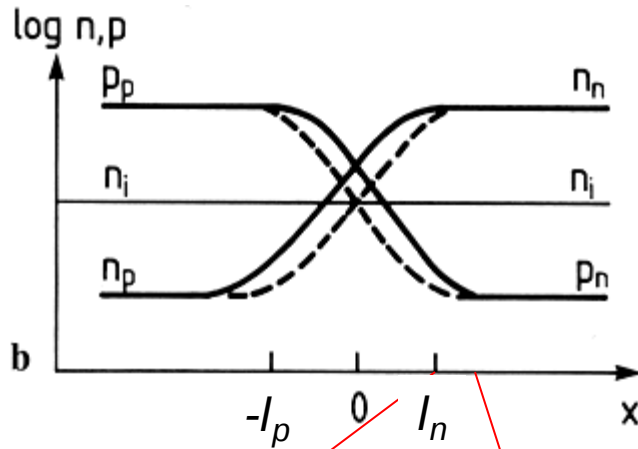
D.h. aus der Kenntnis von $p(x=l_n)$ kann der Diffusionsstrom abgeleitet werden

Für die Ortsabhängigkeit der Lochdichte gilt

$$\begin{aligned} p(l_n) &= N_V \exp\left(-\frac{W_F + e(U_D - U) - W_V(-\infty)}{kT}\right) \\ &= p_n \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) \end{aligned}$$



Der pn-Übergang bei Vorspannung

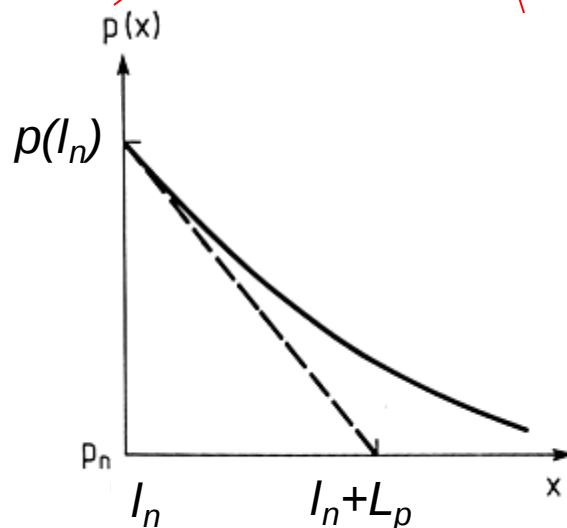


→ durch die geringere Potentialbarriere wird eine Überschussladungsträgerdichte von Minoritätsträgern erzeugt

Diese beträgt:

$$\Delta p(l_n) = p(l_n) - p_n = p_n \left(\exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right)$$

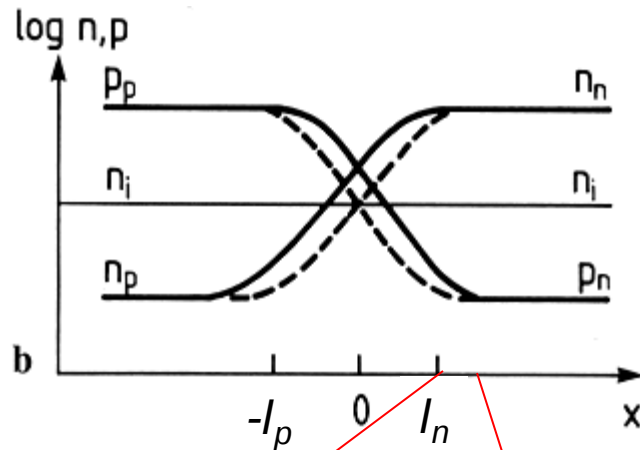
Dies führt zur Ausbildung eines Überschuss-Dichteprofiles gemäß : (Übung)



$$\Delta p(x) = \Delta p(l_n) \exp\left(-\frac{x - l_n}{L_p}\right)$$

$$= \Delta p(l_n) \exp\left(-\frac{x - l_n}{\sqrt{D_p \tau_p}}\right)$$

Der pn-Übergang bei Vorspannung



- dies wiederum erhält einen Diffusionsstrom aufrecht gemäß

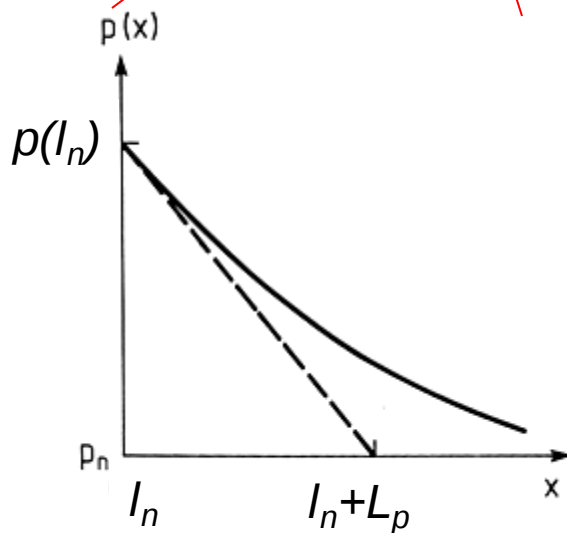
$$J_{p,D}(l_n) = -eD_p \frac{\partial}{\partial x} \left[\Delta p(l_n) \exp\left(-\frac{x-l_n}{L_p}\right) \right]$$

$$= e \frac{D_p}{L_p} p_n \left(\exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right)$$

Eine analoge Betrachtung für die Elektronen ergibt:

$$J_{n,D}(-l_p) = -eD_n \frac{\partial}{\partial x} \left[n(l_p) \exp\left(-\frac{(l_p-x)}{L_n}\right) \right]$$

$$= e \frac{D_n}{L_n} n_p \left(\exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right)$$



Diodenkennlinie

Insgesamt ergibt sich damit die folgende Kennlinie:

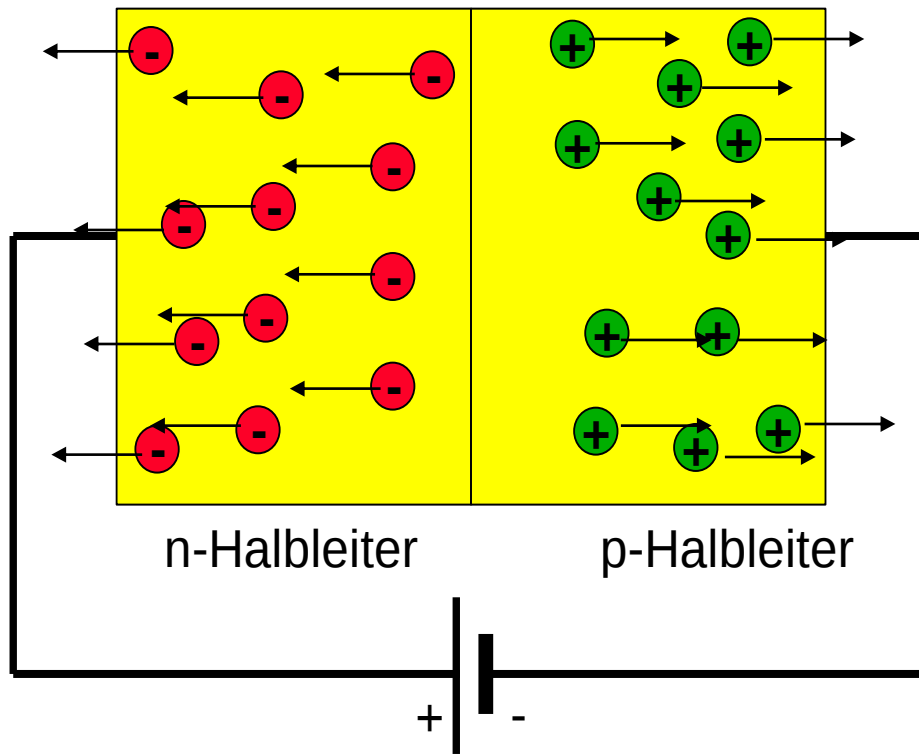
$$J(U) = e \left(\frac{D_n}{L_n} n_p + \frac{D_p}{L_p} p_n \right) \left(\exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right)$$

- exponentieller Anstieg in Vorwärtsrichtung

... und in Sperrrichtung ?

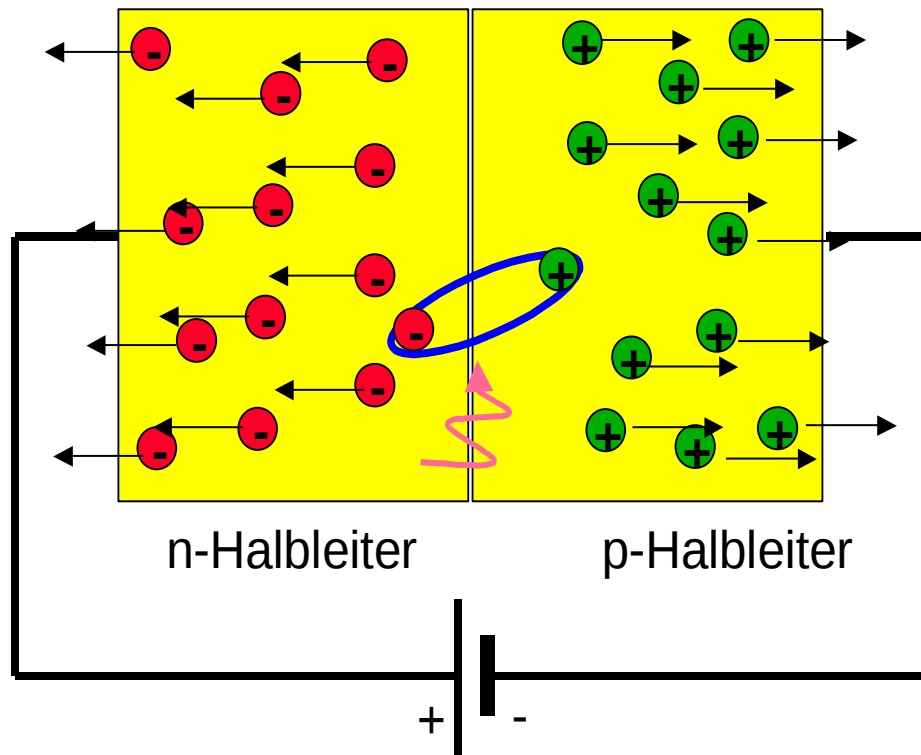
... die Formel bleibt richtig, nur U wird negativ.

pn-Übergang in Sperrrichtung



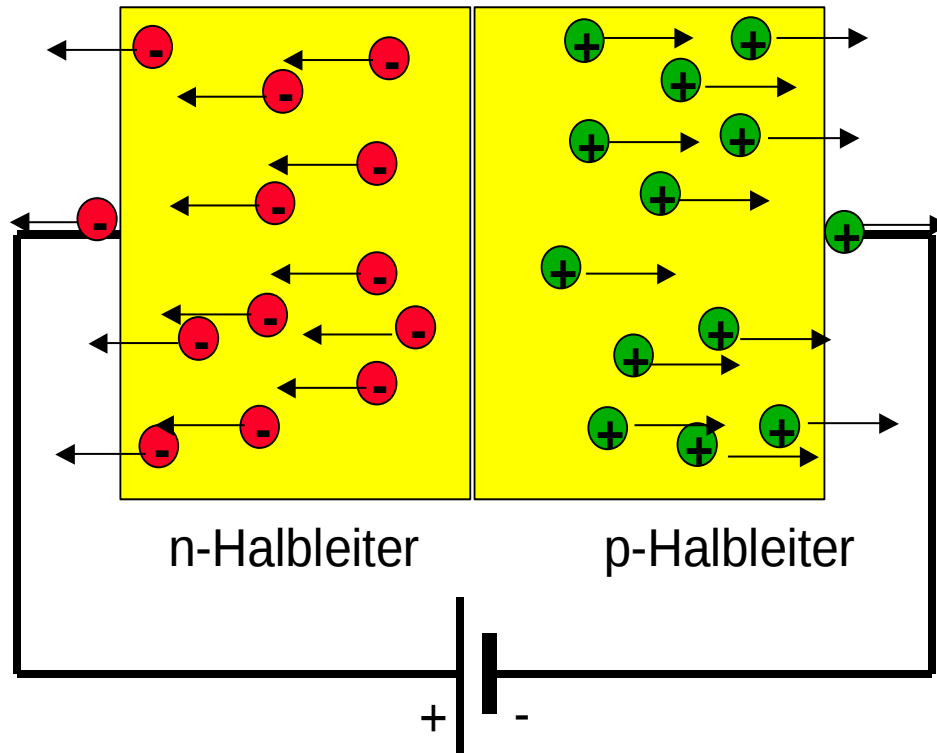
Polung in Sperrrichtung: Elektronen und Löcher bewegen sich voneinander weg.

pn-Übergang in Sperrrichtung



Polung in Sperrrichtung: Bei endlicher Temperatur können wenige Elektronen-Loch-Paare generiert werden, so dass wenige Ladungen von der Grenzfläche her nachfließen können.

pn-Übergang in Sperrrichtung



Polung in Sperrrichtung: Durch die nachfließenden Ladungen kann ein geringer Strom durch die pn-Diode fließen.

Diodenkennlinie

Insgesamt ergibt sich damit:
$$J(U) = e \left(\frac{D_n}{L_n} n_p + \frac{D_p}{L_p} p_n \right) \left(\exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right)$$

- exponentieller Anstieg in Vorwärtsrichtung
- schnelle Sättigung in Rückwärtsrichtung

