

1. **Grundlagen der Quantenmechanik**
2. **Elektronische Zustände**
3. **Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente**
4. **Elektronen in Kristallen**
5. **Halbleiter**
 - 5.1 Quasiklassische Beschreibung von Elektronen im Halbleiter
 - 5.2 Bloch-Oszillationen
 - 5.3 Transport in realen Festkörpern
 - 5.4 Stromtransport in Bändern
6. **Quantenstatistik für Ladungsträger**
7. **Dotierte Halbleiter**
8. **Halbleiter im Nichtgleichgewicht**
9. **Der pn-Übergang**

Optik und
Festkörperelektronik
WS 2020
8. Foliensatz
02.06.2020

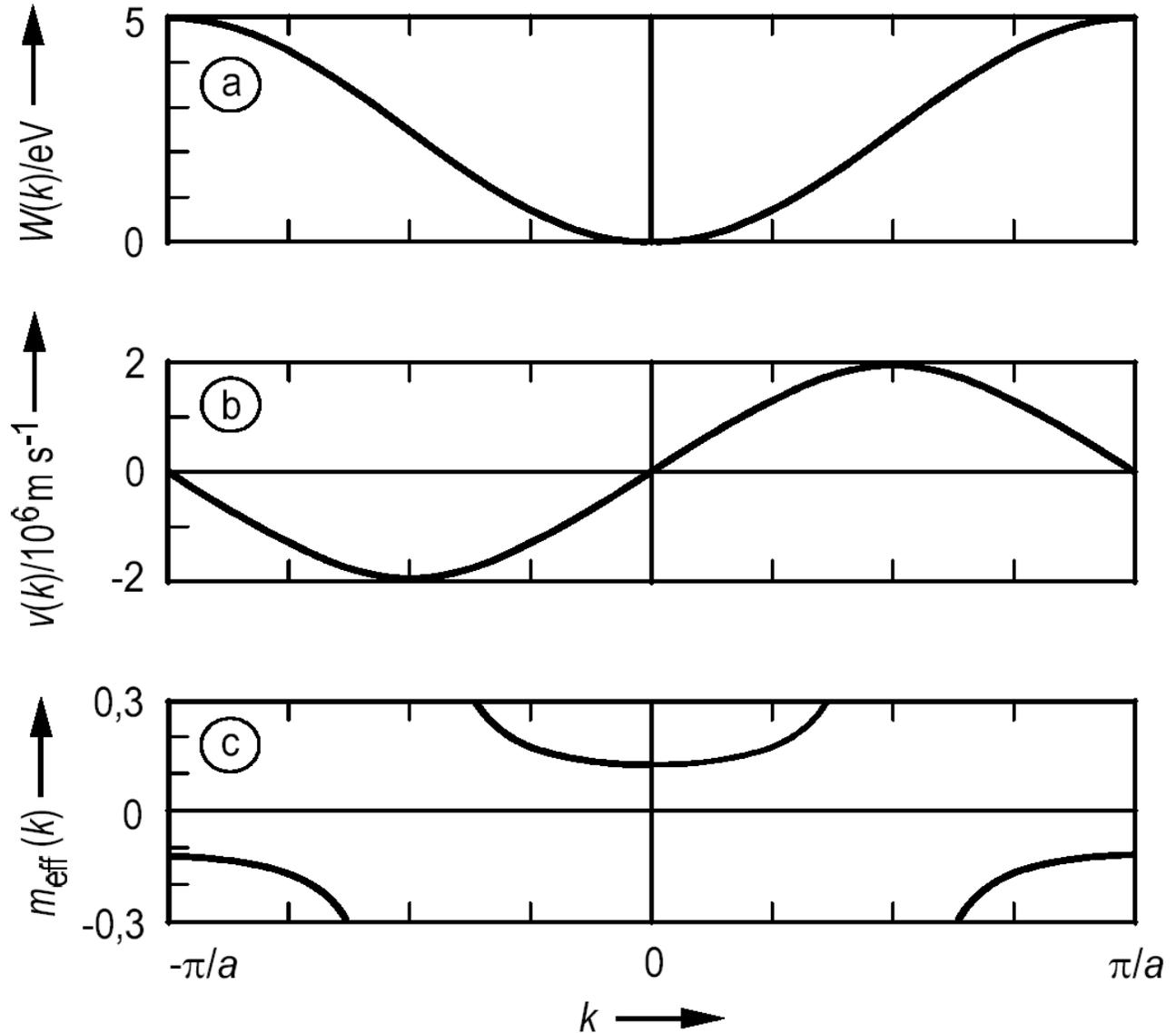
... nämlich den Blochoszillationen

Bsp.: kosinusförmiges
Band

$$W(k) = \frac{\Delta W}{2} (1 - \cos(ka))$$

$$v_g = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial W(k)}{\partial k};$$

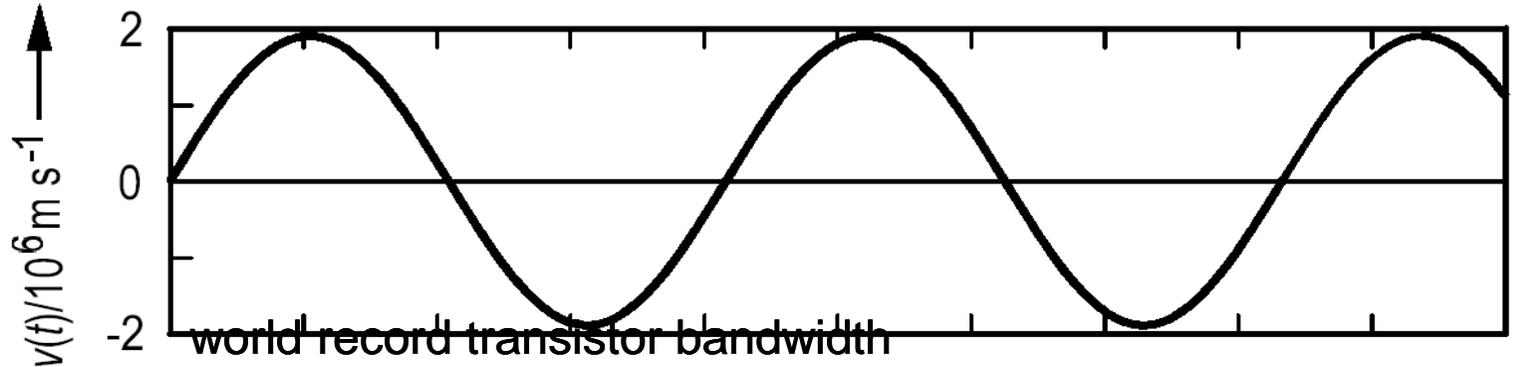
$$m^* = \hbar^2 \left(\frac{\partial^2 W(k)}{\partial k^2} \right)^{-1}$$



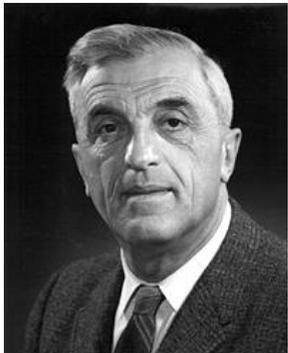
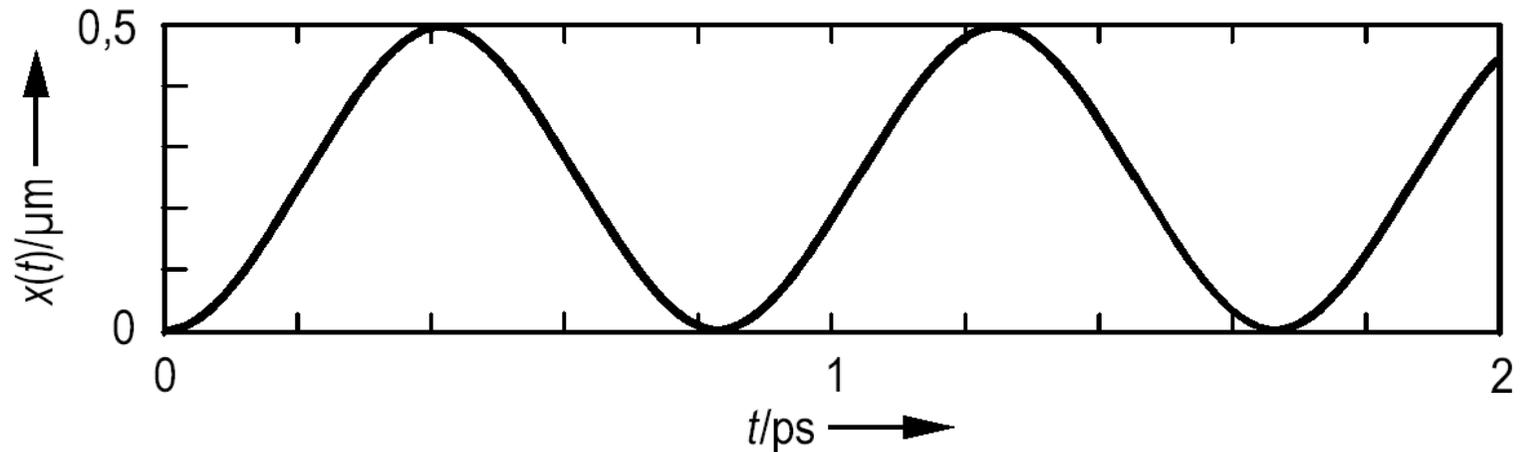
Eine konstante Kraft F
bewirkt das folgende
 $k(t)$:

$$\frac{dk}{dt} = \frac{1}{\hbar} F \quad k(t) = k(0) + \frac{1}{\hbar} Ft$$

und für
 $v_g(t)$:



..und in $x(t)$



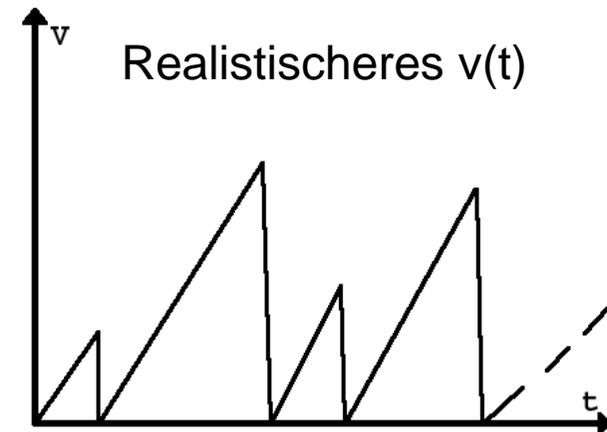
Felix Bloch
1905-1983

- Nach diesem Modell erwarten wir bei einem konstanten Feld eine oszillierende Bewegung der Elektronen (Bloch-Oszillationen).

1. **Grundlagen der Quantenmechanik**
2. **Elektronische Zustände**
3. **Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente**
4. **Elektronen in Kristallen**
5. **Halbleiter**
 - 5.1 Quasiklassische Beschreibung von Elektronen im Halbleiter
 - 5.2 Bloch-Oszillationen
 - 5.3 Transport in realen Festkörpern
 - 5.4 Stromtransport in Bändern
6. **Quantenstatistik für Ladungsträger**
7. **Dotierte Halbleiter**
8. **Halbleiter im Nichtgleichgewicht**
9. **Der pn-Übergang**

In einem realen Kristall wird die Bewegung des Elektrons unterbrochen durch z.B.

- Stöße mit Gitterschwingungen (Wechselwirkung mit Phononen)
- Streuung an Defekten
- Elektron-Elektron-Streuung
- Die Zeit τ für diese Störungen ist typischerweise viel kürzer als die Periode der Bloch-Oszillation.



Bloch-Oszillationen können nur in speziell hergestellten künstlichen Kristallen beobachtet werden ... aber sind interessant für die

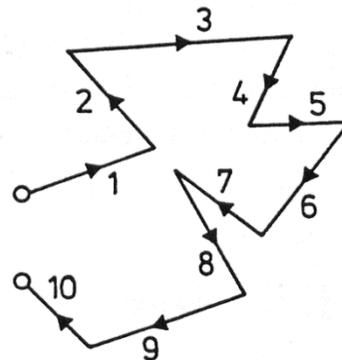
THz-Technik.

Strom im Halbleiter:

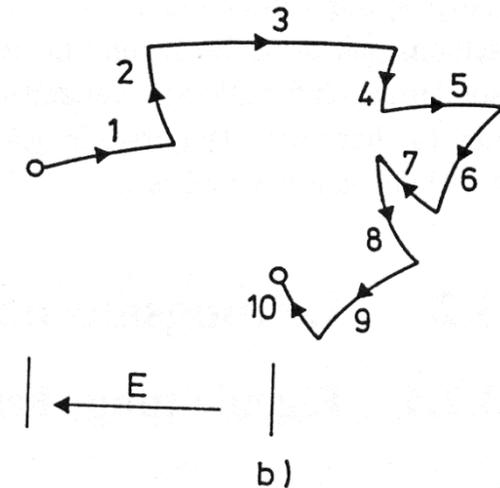
Abfolge von Phasen der Beschleunigung und abrupten Stößen

Elektronen werden durch den Halbleiter getrieben

↓
„Drift“ströme

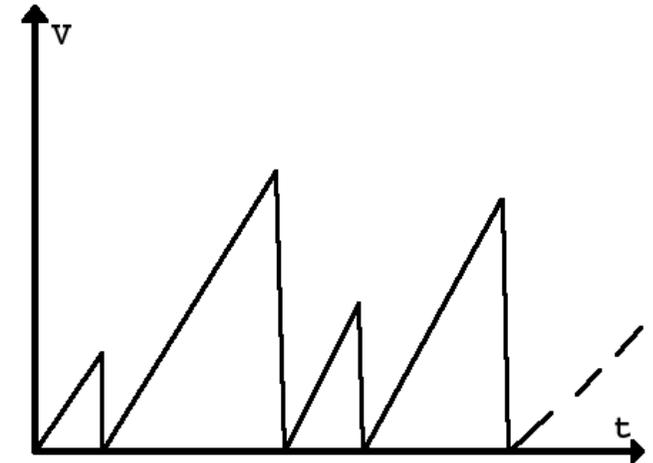


**Elektronenbahn
ohne E-Feld**



**Elektronenbahn
mit E-Feld**

Elektronen werden im Mittel nach der Zeit τ durch Stoß mit Atomrumpf abrupt abgebremst.



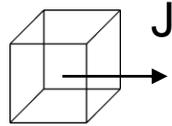
Damit ergibt sich (nicht ganz sauber) als mittlere Geschwindigkeit:

$$\bar{v} = \frac{F}{m} \tau = \frac{qE\tau}{m^*} = \frac{-eE\tau}{m^*} \equiv -\mu E$$

Damit ergibt sich eine zentrale Größe der Halbleiterelektronik, die Beweglichkeit μ :

$$\mu = \frac{e\tau}{m^*}$$

Sie ist ein Maß dafür, wie schnell sich ein Elektron im Halbleiter unter Einwirkung des elektrischen Feldes bewirkt



Stromdichte durch ein Volumenelement:

$$J = q \cdot n \cdot \bar{v}$$

Ladung pro
Teilchen ($1e$)
(Einheit: C=As)

Dichte der Ladungen
(Einheit: m^{-3} bzw cm^{-3})

mittlere Geschwindigkeit
Einheit: m/s

Die Stromdichte ist direkt proportional zur Beweglichkeit:

$$J = qn\bar{v} = qn\mu E$$

-hohe Beweglichkeiten



-hohe Stromdichten



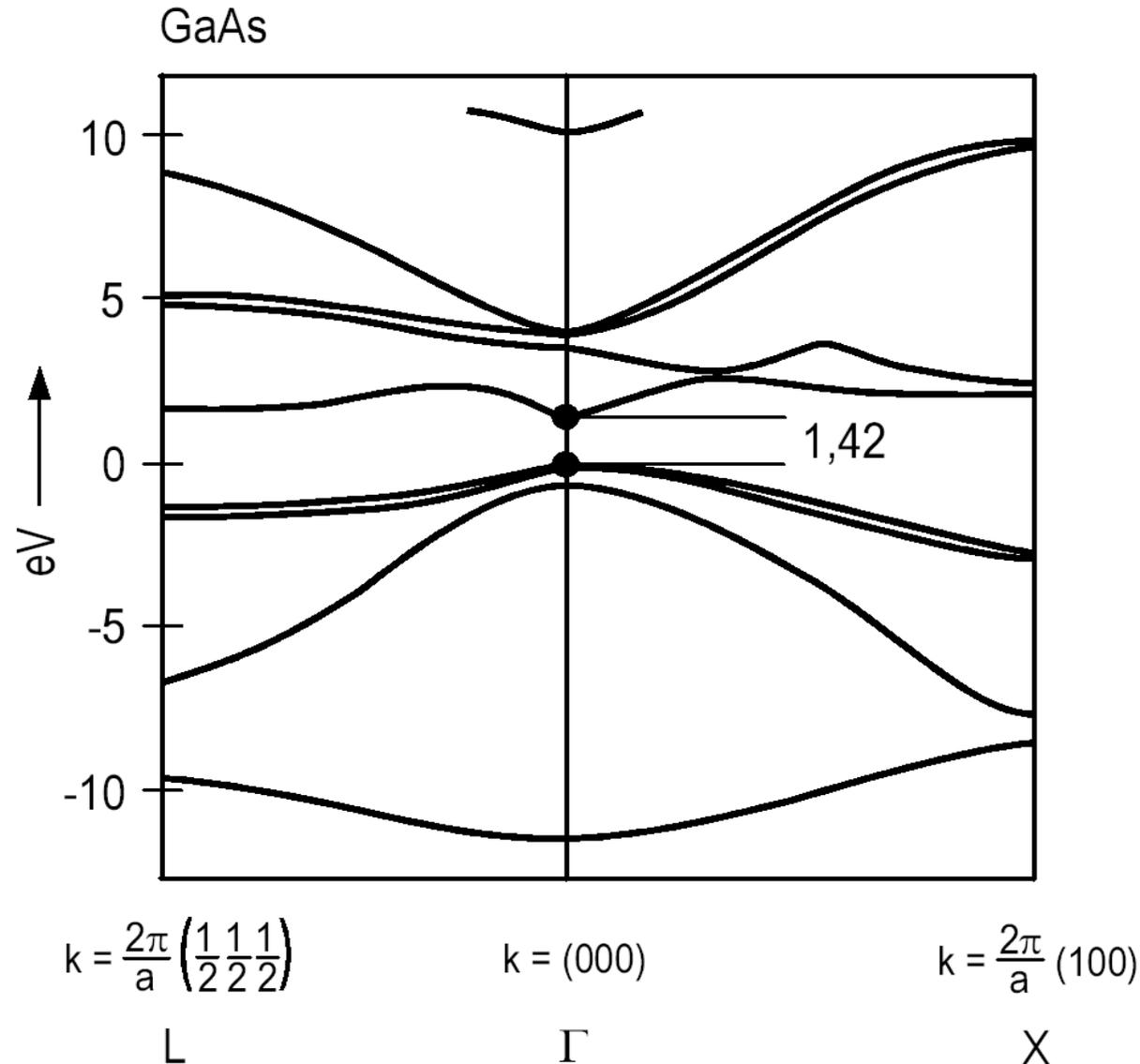
-geringe Schaltzeiten

Die effektive Masse der Ladungsträger ist eine Funktion des k-Wertes und des Bandes.

$$m_{\text{eff}} = \hbar^2 \left(\frac{\partial^2 W(k)}{\partial k^2} \right)^{-1}$$

Die Zeitkonstante τ ist ebenfalls nicht konstant.

Deshalb ist die Beweglichkeit nicht für alle Elektronenzustände gleich.



Die Träger relaxieren durch Stöße zu den niedrig gelegenen Zuständen im Band.

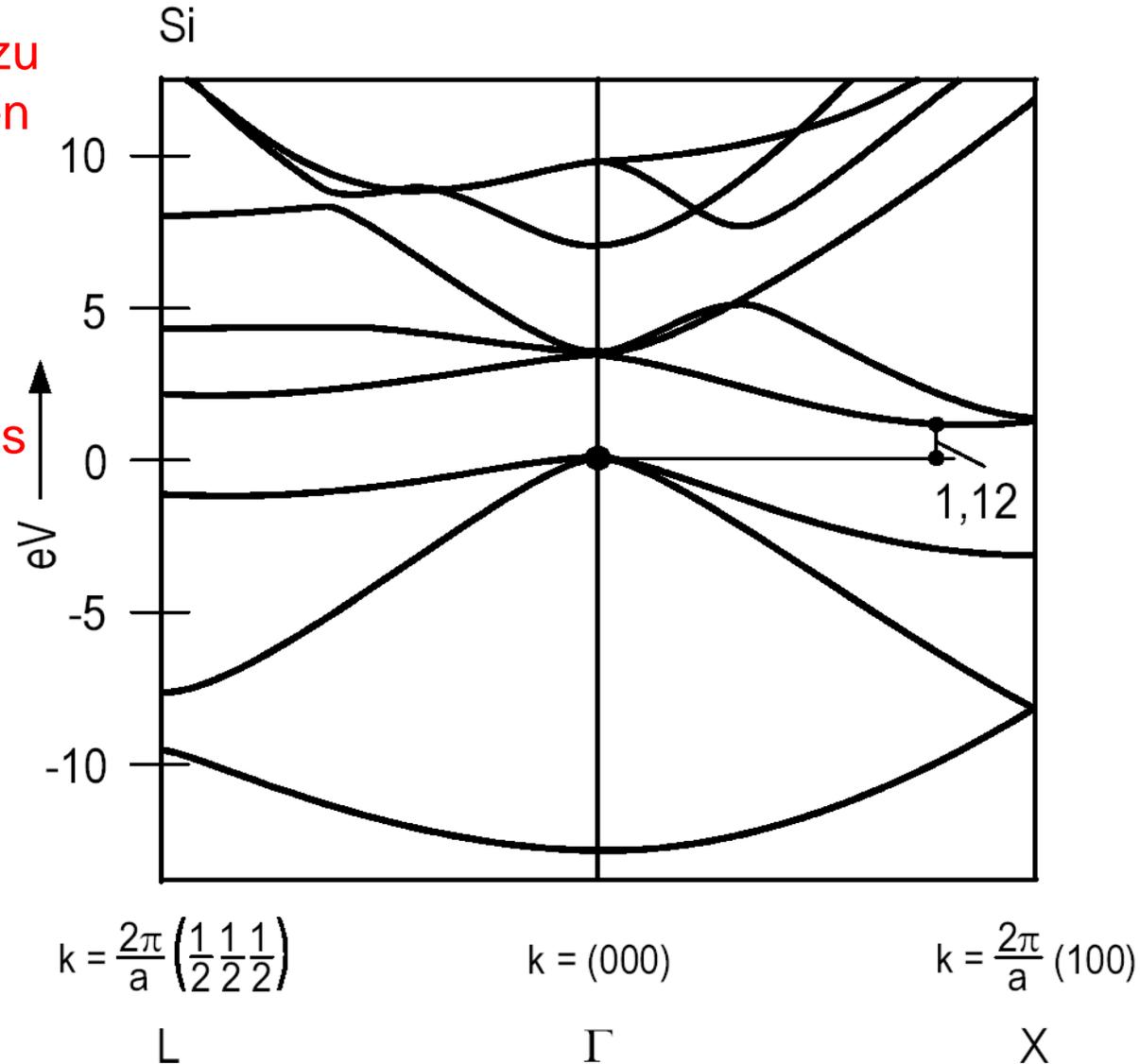
Deshalb heißt τ auch Intradbandimpulsrelaxationszeit.

Die Elektronenbeweglichkeit im Leitungsband ist bei Si kleiner als bei GaAs.

Dies sieht man an der geringeren Bandkrümmung im Minimum.

$$\frac{1}{m_{\text{eff}}} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 W(k)}{\partial k^2}$$

$$\mu = \frac{e\tau}{m_{\text{eff}}}$$



Für Hochfrequenzbauelemente (optische Nachrichtentechnik, Mobilfunk) sind die Si-Elektronen u. U. nicht schnell genug.

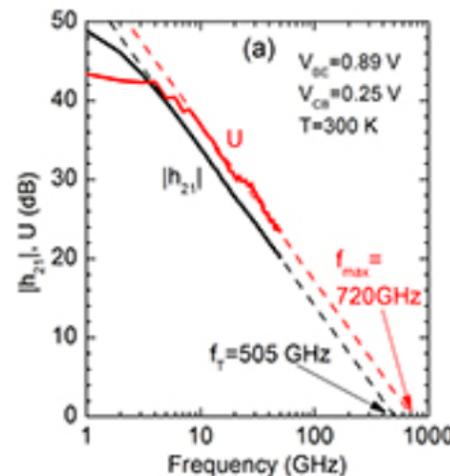
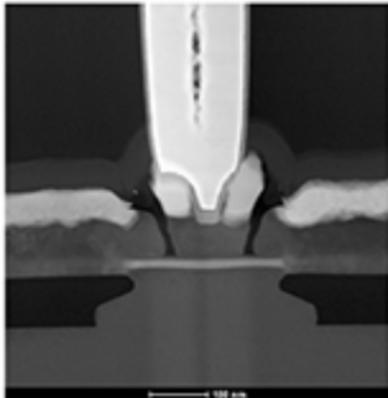


Erforschung und Einsatz von anderen Halbleitermaterialien



z.B. GaAs, InP, SiGe, ...

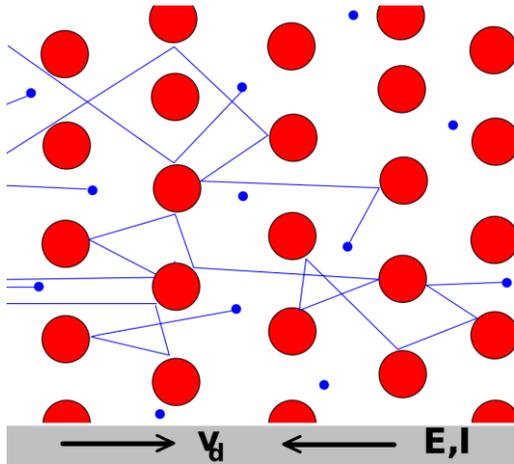
Fastest Si-based transistor in the world



07.12.2016

IHP presents the fastest silicon-based transistor in the world. Contribution at the renowned semiconductors conference IEDM in San Francisco.

The cross section on the left shows a silicon-germanium heterobipolar transistor (SiGe HBT) of the latest generation, recorded by a transmission electron microscope (TEM). The measurement curves on the right are used to determine the transit frequency, f_t , and the maximum oscillation frequency, f_{max} . © IHP



Das Drude-Modell wurde bereits im Jahr 1900 veröffentlicht. Der Transport von Elektronen wird abgebremst durch den Stoß mit den Atomrümpfen. Dies wird mit einer Stoßzeit beschrieben.

Die Bewegungsgleichung hierfür lautet:

$$m\dot{v} + \frac{m}{\tau}v_D = -eE$$

mit

- m der Elektronenmasse
- v der Elektronengeschwindigkeit
- v_D der **Driftgeschwindigkeit** (e-Geschwindigkeit abzüglich der thermischen Geschwindigkeit) und
- τ der Stoßzeit
- e der **Elementarladung**.

Für den stationären Zustand ($\dot{v} = 0$) gilt:

$$\Rightarrow v_D = -\frac{e \cdot \tau}{m} E$$

Mit der **Ladungsträgerdichte** n ergibt sich die **Stromdichte** j damit zu:

$$j = -e \cdot n \cdot v_D = \frac{e^2 \cdot \tau \cdot n}{m} E$$

Die Leitfähigkeit σ ist daher:

$$\sigma = \frac{j}{E} = \frac{e^2 \cdot \tau \cdot n}{m}$$

Diese Gleichung wird auch als **Drude-Formel** oder **Drude-Leitfähigkeit** bezeichnet.

Vergleich:

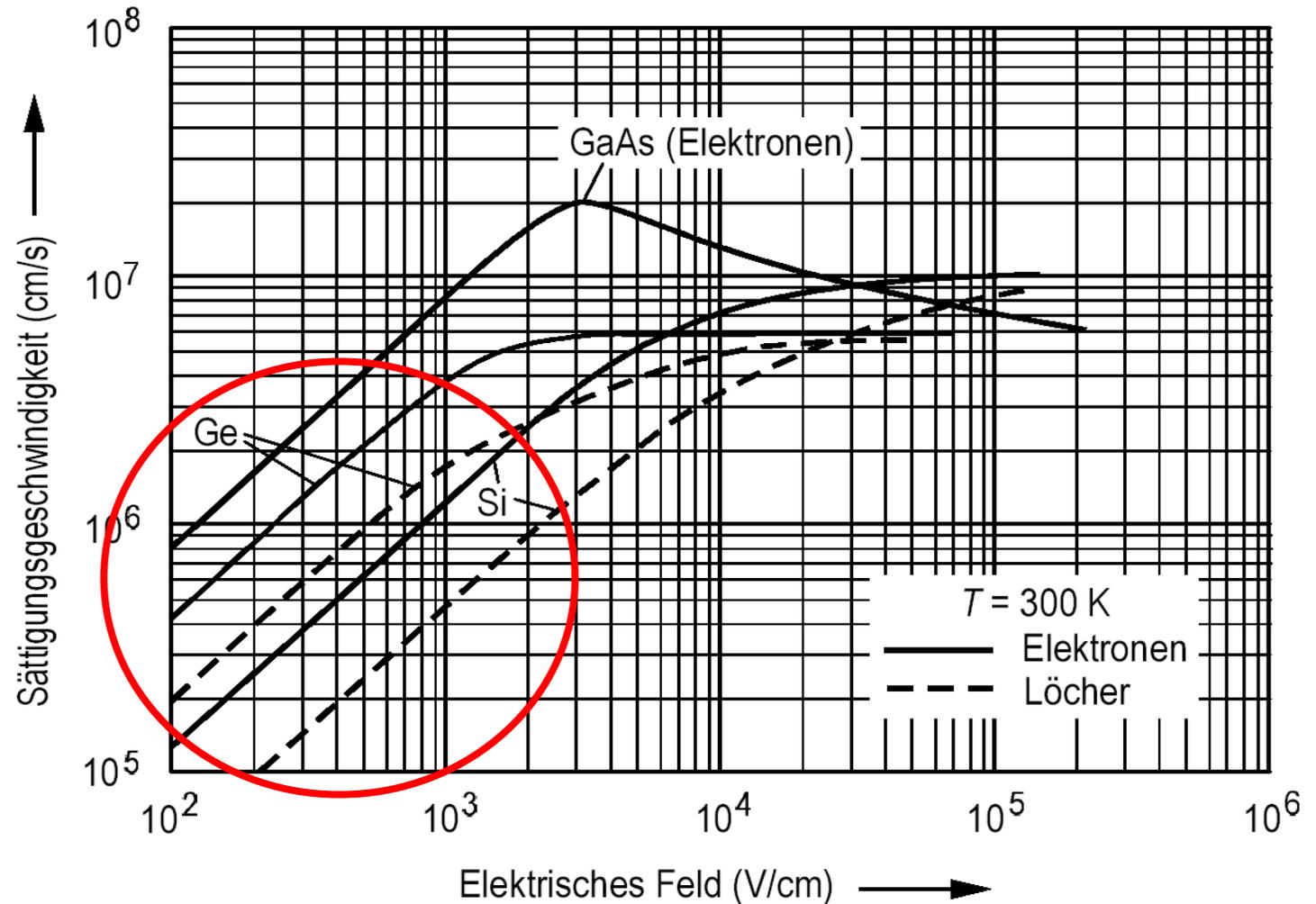
$$\mu = \frac{e\tau}{m_{eff}}$$

Die Beweglichkeit ist nicht naturgegeben und auch nur näherungsweise konstant !

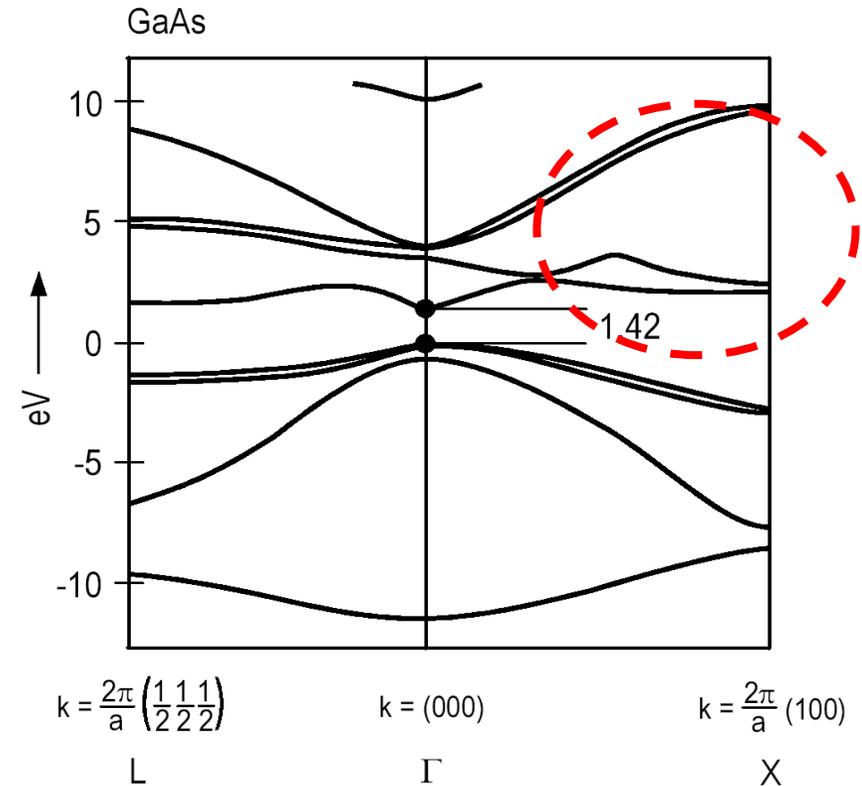
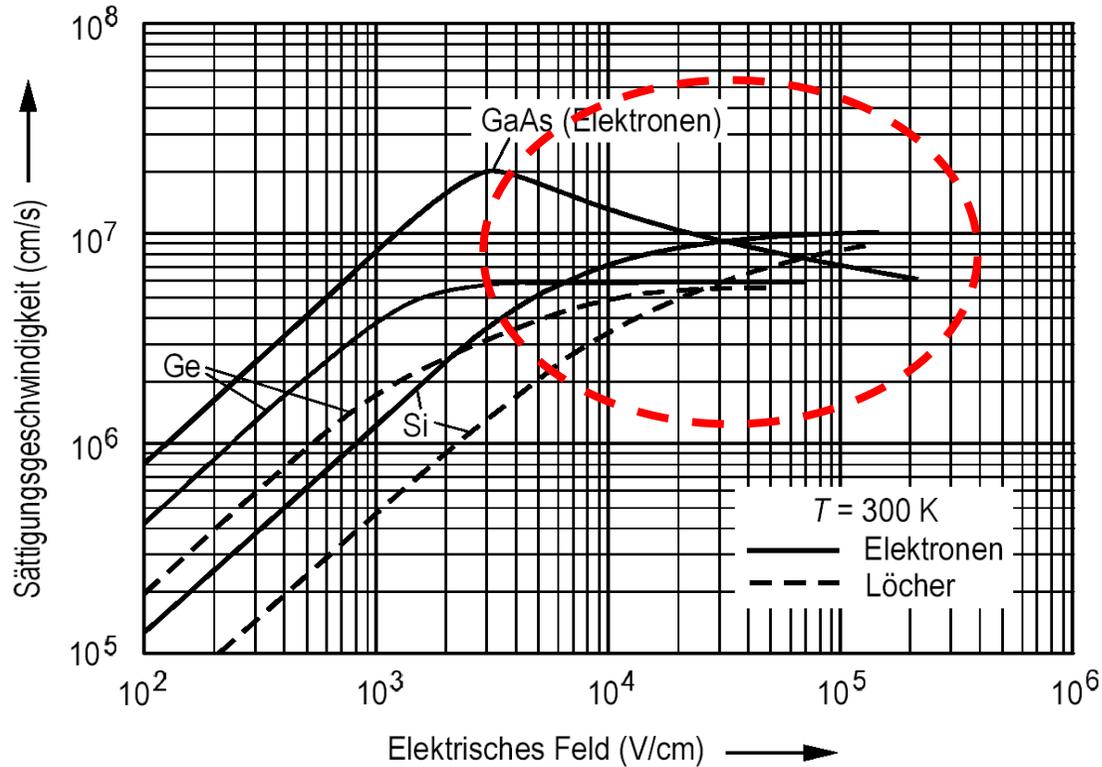
Sie wird bestimmt durch:

- Reinheit des Halbleiters (wenige Streuprozesse)
- Wahl des Materials
- den k-Zustand (Energie) des Elektrons

$$\bar{v} = \mu E$$
$$\mu = \frac{e\tau}{m_{eff}}$$



Für kleine Feldstärken ist die Beweglichkeit der Ladungsträger und die effektive Masse ungefähr konstant. In diesem Bereich ist die Parabelnäherung (konstante Masse) zur Bandstruktur anwendbar.



Elektronen hoher Energie haben z.B. eine geringere Beweglichkeit

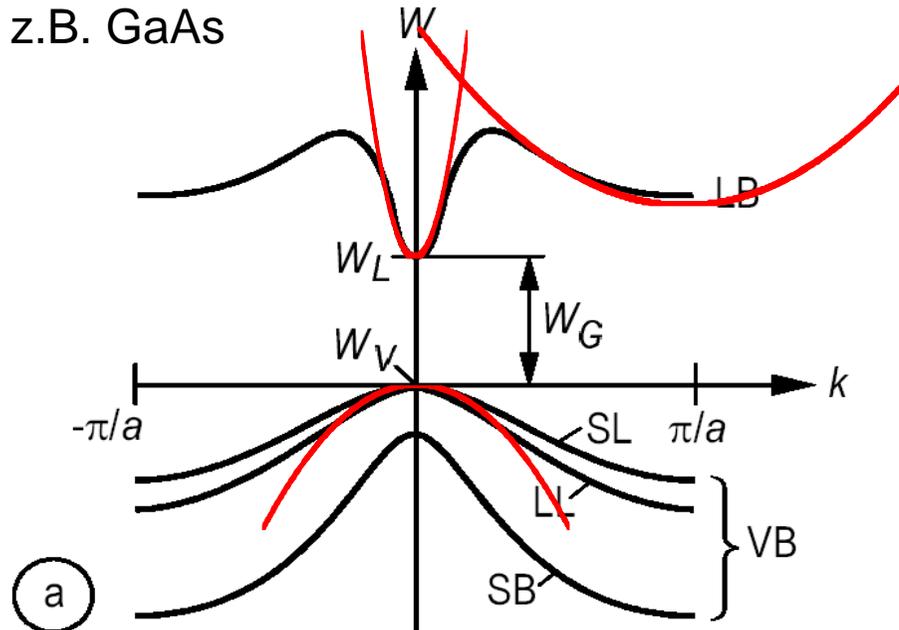
1. **Grundlagen der Quantenmechanik**
2. **Elektronische Zustände**
3. **Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente**
4. **Elektronen in Kristallen**
5. **Halbleiter**
 - 5.1 Quasiklassische Beschreibung von Elektronen im Halbleiter
 - 5.2 Bloch-Oszillationen
 - 5.3 Transport in realen Festkörpern
 - 5.4 Stromtransport in Bändern
6. **Quantenstatistik für Ladungsträger**
7. **Dotierte Halbleiter**
8. **Halbleiter im Nichtgleichgewicht**
9. **Der pn-Übergang**

Da die Bandstruktur in diesen Bereichen symmetrisch ist, können wir sie durch eine Parabel annähern.

Die Elektronen verhalten sich wie freie Elektronen mit einer konstanten effektiven Masse.

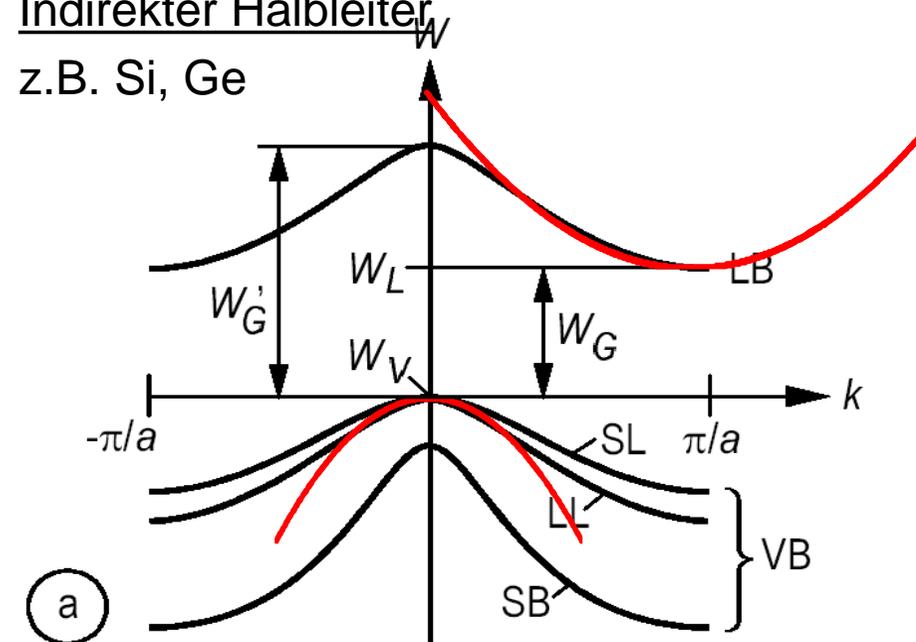
Direkter Halbleiter mit „Seitental“

z.B. GaAs

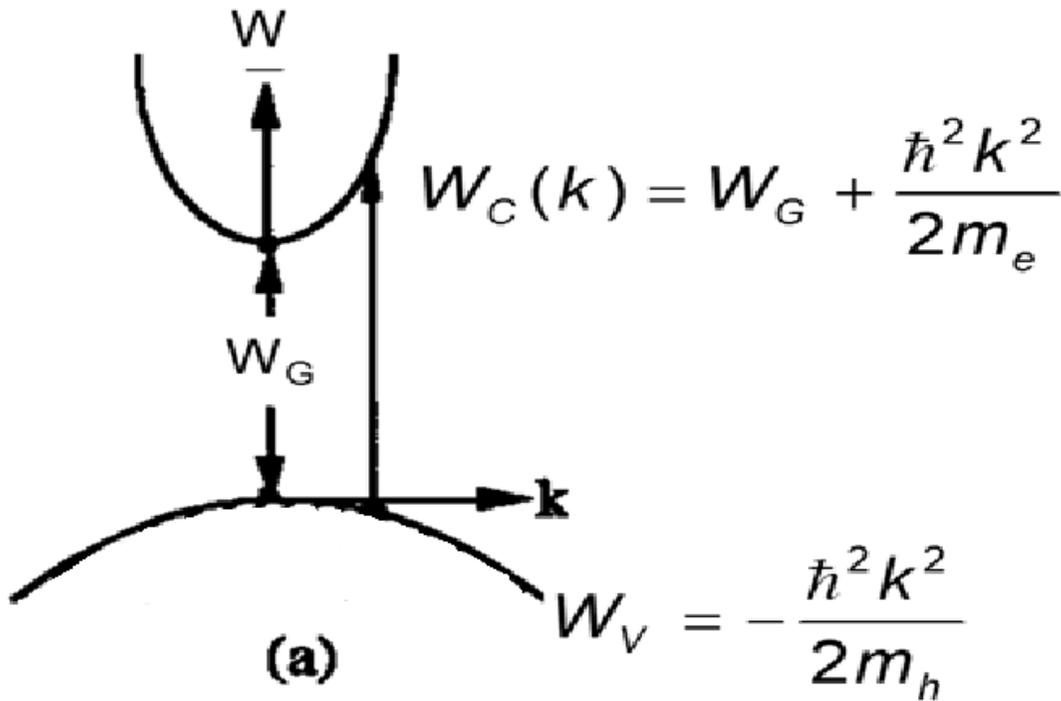


Indirekter Halbleiter

z.B. Si, Ge



m_h : Effektive Elektron(Loch)masse

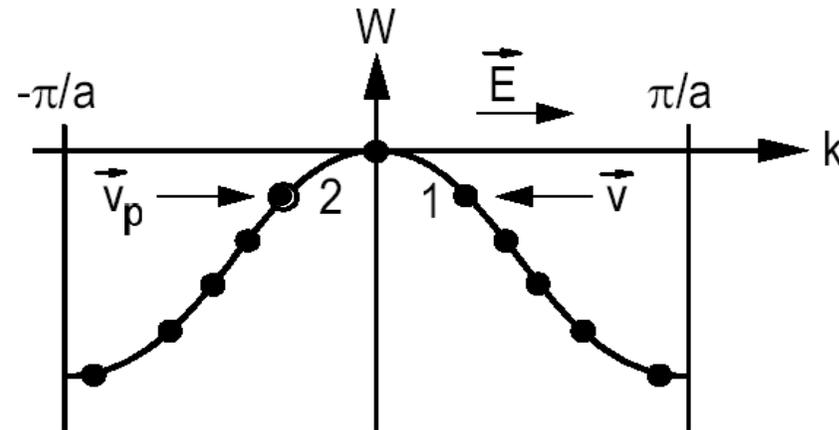


$$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m_{e,h}}$$

$$\frac{1}{m_{e,h}} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 W_n(\vec{k})}{\partial k^2}$$

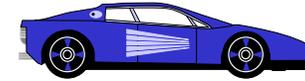
Parabelnäherung: Löcherbewegung

- Strombeiträge einzelner Elektronen in einem vollbesetzten Band kompensieren sich paarweise:



- Strom wird nur getragen von teilweise gefüllten Bändern

Wir wollen Autos von Karlsruhe nach Frankfurt bringen.

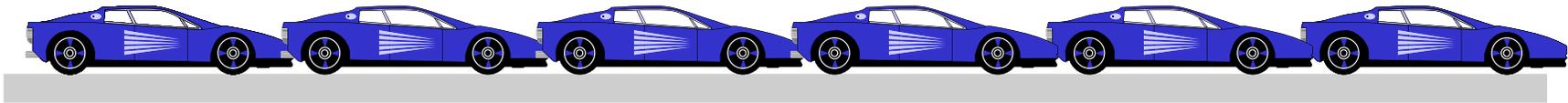


Ist die Autobahn ganz leer, so werden keine Autos transportiert.

- Aber wenn alles voll ist, geht auch nichts mehrStau auf der A5...

Elektronen sind Fermionen und können sich stauen !



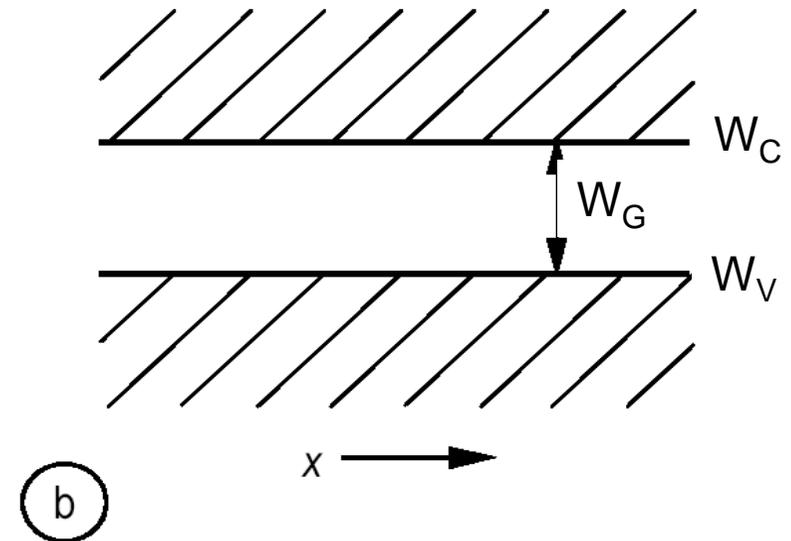
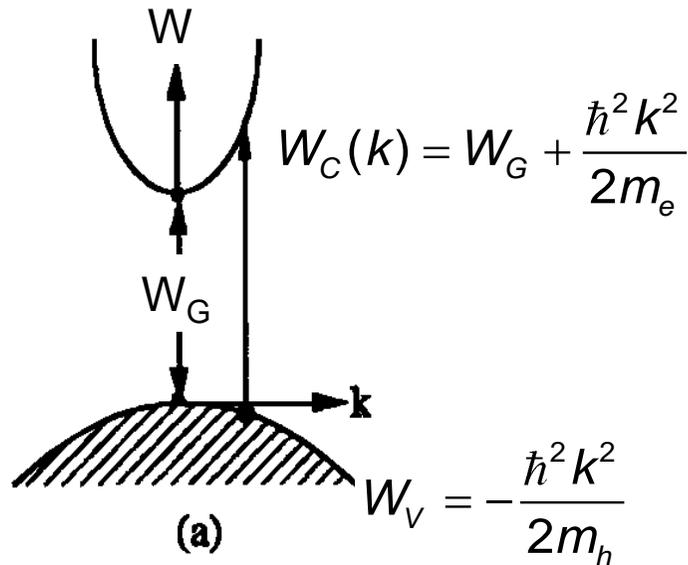


Vollgefüllte Bänder tragen nicht zum Stromfluss bei !

Für die meisten Berechnungen in Halbleiterbauelementen sind nur wenige Bänder wichtig:

- ⇒ die (fast) gefüllten Bänder mit der höchsten Energie
- ⇒ die (fast) leeren Bänder mit der niedrigsten Energie

Die Bandstruktur wird dann in einem vereinfachten Bändermodell dargestellt:



Für die meisten Berechnungen in Halbleiterbauelementen sind nur wenige Bänder wichtig:

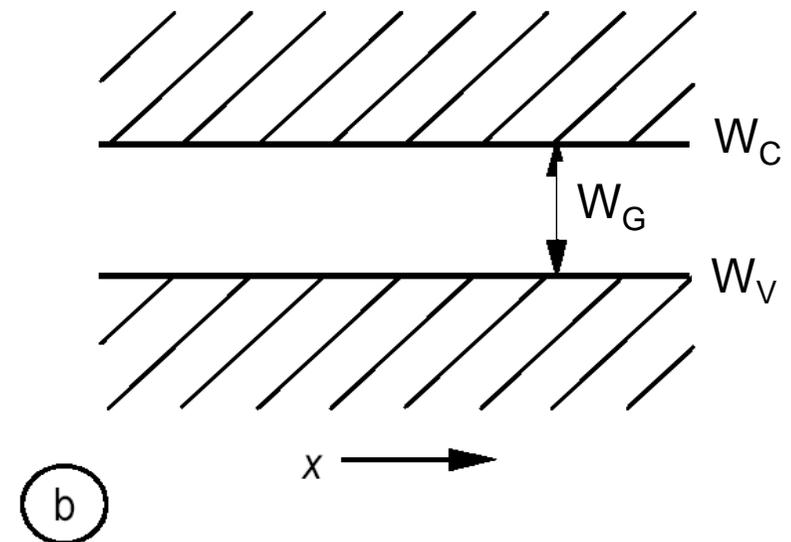
- ⇒ die (fast) gefüllten Bänder mit der höchsten Energie
- ⇒ die (fast) leeren Bänder mit der niedrigsten Energie

Die Bandstruktur wird dann in einem vereinfachten Bändermodell dargestellt:

W_C : Minimum des Leitungsbands
(Conduction band)

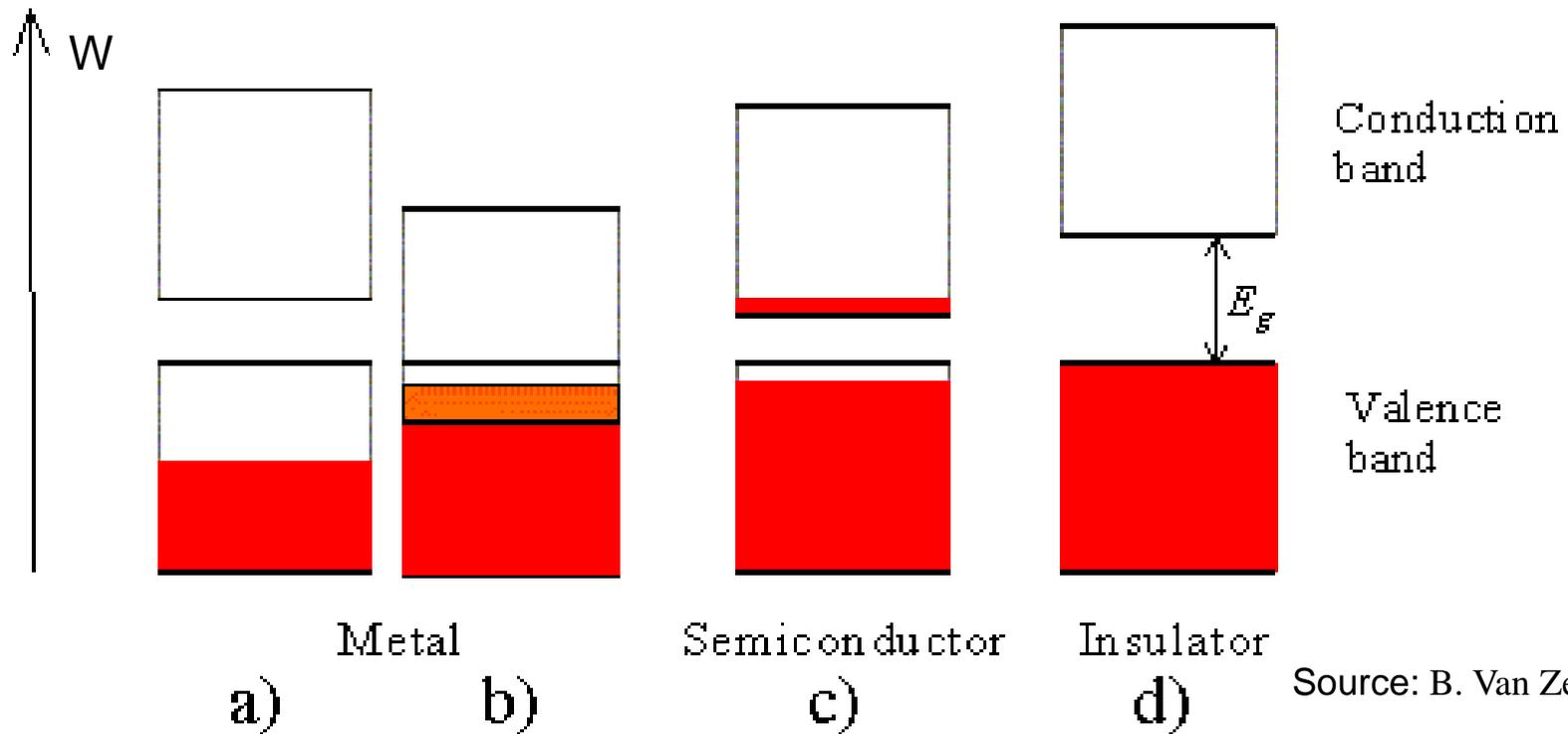
W_V : Maximum des Valenzbandes
(Valence band)

W_G : Energielücke
(Energy gap)



Besetzung der Bänder mit Elektronen

Die Verteilung von Elektronen auf die Bänder sieht bei Metallen, Halbleitern und Isolatoren bei Raumtemperatur folgendermaßen aus:



Anstatt die vielen unbeweglichen (im Stau stehenden) Elektronen im Valenzband zu betrachten, ist es einfacher die wenigen beweglichen **Defektelektronen (Löcher)** zu analysieren.

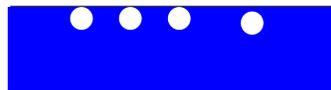
Fehlende Elektronen im fast vollständig besetzten Valenzband sind beweglich (Analogie: Wasserblasen)

Löcher können als einzelne Teilchen mit einer positiven Ladung und im Vorzeichen geänderter effektiver Masse (positiv wenn Elektronenmasse negativ !) angesehen werden

- Beispiel GaAs:



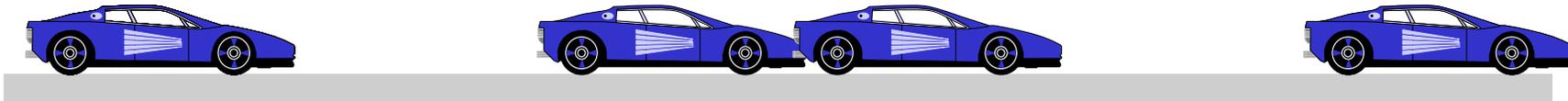
negativ geladene Elektronen
im Leitungsband: $m^* = 0.067 m_0$



positiv geladene Löcher
im Valenzband: $m^* \approx +0.5 m_0$

Analogie doppelstöckige Autobahn

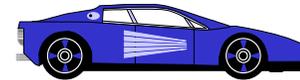
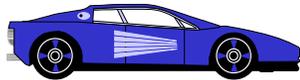
OFE 8.26
SS 2020



Stromfluss in teilweise gefüllte Bändern

Analogie doppelstöckige Autobahn

OFE 8.27
SS 2020



Stromfluß in teilweise gefüllte Bändern.

Quantitativ wird die Leitfähigkeit σ berechnet durch:

$$\sigma = e(\mu_n n + \mu_p p)$$

The diagram illustrates the components of the conductivity equation $\sigma = e(\mu_n n + \mu_p p)$. Arrows point from the following text labels to the corresponding variables in the equation:

- Ladung des Elektrons (points to e)
- Beweglichkeit der Ladungsträger im Leitungsband (points to μ_n)
- Anzahl der Ladungsträger im Leitungsband (points to n)
- Beweglichkeit der Ladungsträger im Valenzband (points to μ_p)
- Anzahl der Defektelektronen im Valenzband (points to p)

Wie kommen die Elektronen bei Halbleitern eigentlich ins Leitungsband und wie viele gibt es dort?