

1. Grundlagen der Quantenmechanik
2. Elektronische Zustände
3. Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente
4. Elektronen in Kristallen
5. Halbleiter
6. Quantenstatistik für Ladungsträger
 - 6.1 Die Zustandsdichte
 - 6.2 Besetzungswahrscheinlichkeiten
 - 6.3 Ladungsträgerdichten (fortgesetzt)
7. Dotierte Halbleiter
8. Halbleiter im Nichtgleichgewicht
9. Der pn-Übergang

Optik & Festkörperelektronik
SS 2020
10. Foliensatz
04.06.2020

$$n = N_L \exp\left(-\frac{W_L}{k_B T}\right) \exp\left(\frac{W_F}{k_B T}\right) = p = N_V \exp\left(\frac{W_V}{k_B T}\right) \exp\left(-\frac{W_F}{k_B T}\right)$$

Auflösen nach der exp-Funktion:

$$\Rightarrow \exp\left(\frac{2W_F}{k_B T}\right) = \frac{N_V}{N_L} \exp\left(\frac{W_V + W_L}{k_B T}\right)$$

Auflösen nach W_F :

$$\Rightarrow W_F = \frac{W_L + W_V}{2} + \frac{k_B T}{2} \ln\left(\frac{N_V}{N_L}\right)$$

Mit $\left(\frac{N_V}{N_L}\right) = \left(\frac{m_h^*}{m_e^*}\right)^{\frac{3}{2}}$ folgt:

$$W_F = \frac{W_L + W_V}{2} + \frac{3}{4} k_B T \ln\left(\frac{m_h^*}{m_e^*}\right)$$

bei $m_h^* = m_e^*$ liegt das Fermi-niveau T-unabhängig in der Mitte der Bandlücke

→ bei $m_h^* \neq m_e^*$ T-abhängige Verschiebung

Berechnung der Leitfähigkeit

- Quantitativ wird die Leitfähigkeit σ berechnet durch:

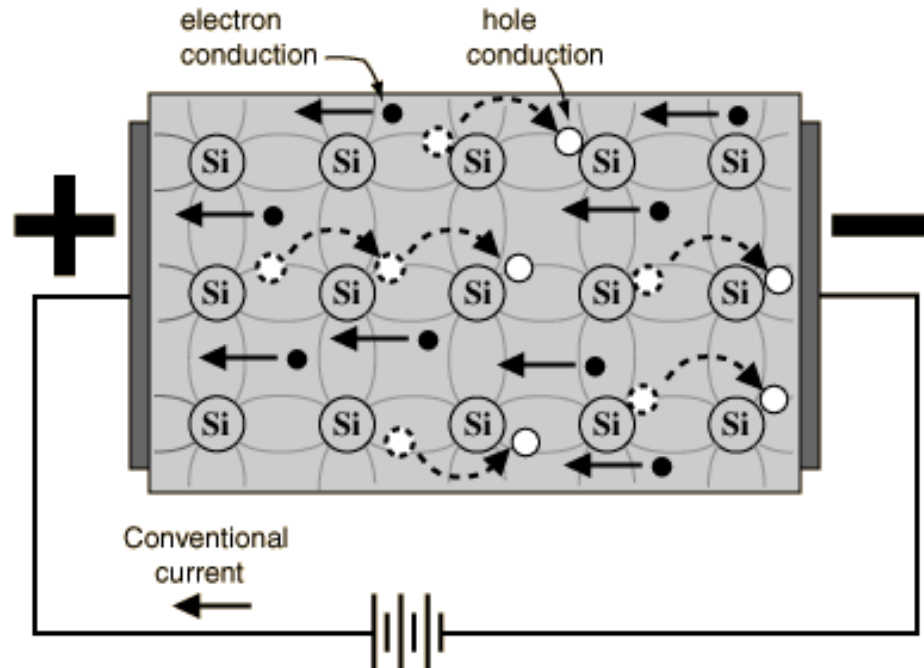
$$\sigma = e(\mu_n n + \mu_p p)$$

Ladung des Elektrons $\rightarrow e$
 Beweglichkeit der Ladungsträger im Leitungsband $\rightarrow \mu_n$
 Anzahl der Ladungsträger im Leitungsband $\rightarrow n$
 Beweglichkeit der Ladungsträger im Valenzband $\rightarrow \mu_p$
 Anzahl der Ladungsträger im Valenzband $\rightarrow p$

- Wir können jetzt die Leitfähigkeit von homogenen Eigenhalbleitern im thermischen Gleichgewicht berechnen!!

- Der Strom ist eine Kombination aus Elektronen- und Löcherstrom.

$$J = \sigma E$$

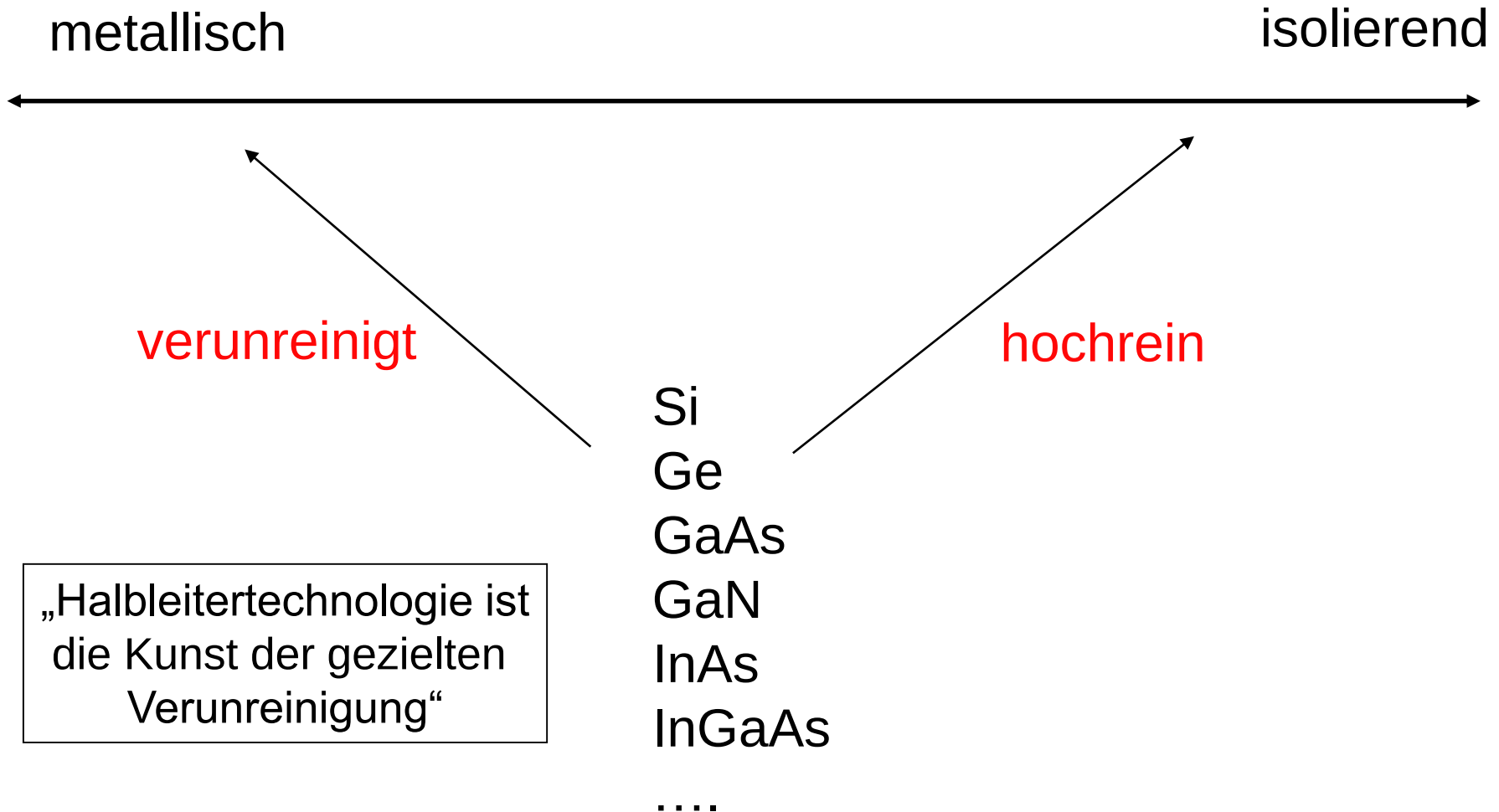


1. Grundlagen der Quantenmechanik
2. Elektronische Zustände
3. Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente
4. Elektronen in Kristallen
5. Halbleiter
6. Quantenstatistik für Ladungsträger
7. **Dotierte Halbleiter**
 - 7.1 Wozu Dotierung?
 - 7.2 Grundlagen der Dotierung
 - 7.3 Quantitatives
 - 7.4 Entartete Halbleiter
 - 7.5 Temperaturabhängige Eigenschaften dotierter Halbleiter
8. Halbleiter im Nichtgleichgewicht
9. Der pn-Übergang

- Bisher haben wir Halbleiter diskutiert, die keine Verunreinigungen haben wie z.B. einen reinen Si- oder GaAs-Kristall. Halbleiter in denen Verunreinigungen keine Rolle spielen, nennt man Eigenhalbleiter.
- Ist der Halbleiter durch Fremdatome verunreinigt, so können diese Fremdatome zusätzliche Ladungsträger beisteuern.
- Damit die Eigenleitung der dominante Effekt für den Stromtransport ist, muss die Dichte der Fremdatome geringer als n_i sein.
 - d.h. auf $3 \cdot 10^{12}$ Si-Atome darf weniger als ein Fremdatom kommen! (Si hat $8/(5,43 \cdot 10^{-8} \text{ cm})^3 = 5 \cdot 10^{22} \text{ Atome/cm}^3$, $5 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3} / 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3} = 3 \cdot 10^{12}$)
 - Reinheitsgrade von 10^{10} - 10^{12} Fremdatomen/cm³ sind heute erreichbar.

Einstellen der Leitfähigkeit in HL

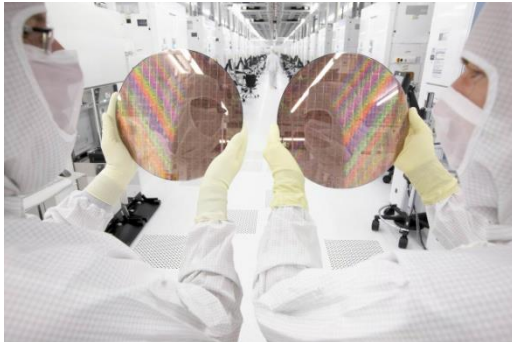
OFE10.6
SS 2020



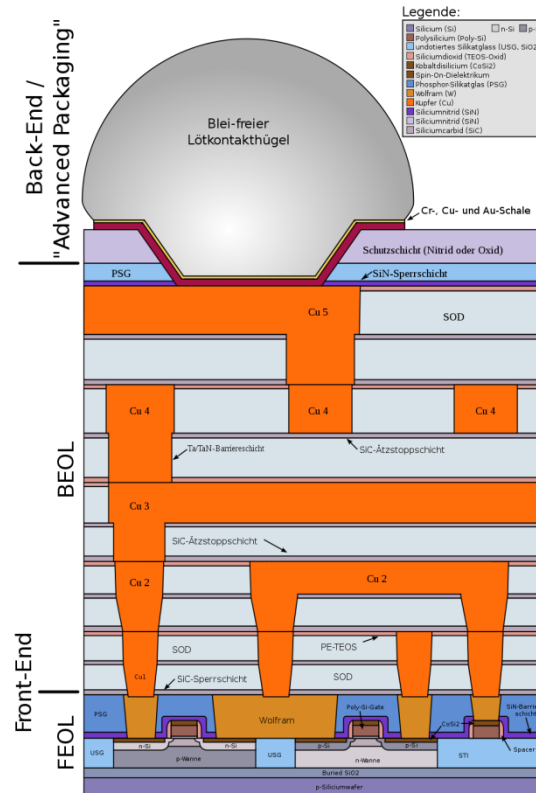
Ungewollte Verunreinigungen vermeiden!

- Die Herstellung von Halbleiterbauelemente ist sehr anfällig gegenüber Verunreinigungen.
- Sowohl bei der Herstellung von Wafern als auch bei der Verarbeitung zu Chips ist es notwendig, die Konzentration von Fremdatomen und Staub äußerst gering zu halten.

Reinraum



Source: Globalfoundries



Schnitt durch CMOS-Chip
(www.wikipedia.de)



- Gezielte Zugabe von Fremdatomen (Substitutionsstörstellen) kann aber sehr nützlich sein, da die Leitfähigkeit gezielt verändert werden kann durch die zusätzlichen Ladungsträger. Dieser Vorgang wird „Dotieren“ genannt.
- Halbleiter bei denen die Anzahl der Ladungsträger durch Fremdatome dominiert wird, nennt man „Fremdhalbleiter“ oder „dotierte“ Halbleiter.
- Fremdatome können entweder Elektronen oder Löcher beitragen:

1. Grundlagen der Quantenmechanik
2. Elektronische Zustände
3. Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente
4. Elektronen in Kristallen
5. Halbleiter
6. Quantenstatistik für Ladungsträger
7. Dotierte Halbleiter

7.1 Wozu Dotierung?

7.2 Grundlagen der Dotierung

7.3 Quantitatives

7.4 Entartete Halbleiter

7.5 Temperaturabhängige Eigenschaften dotierter Halbleiter

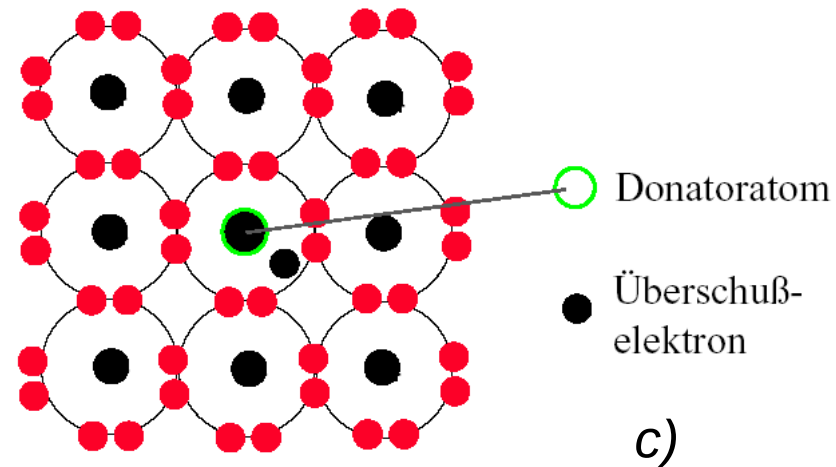
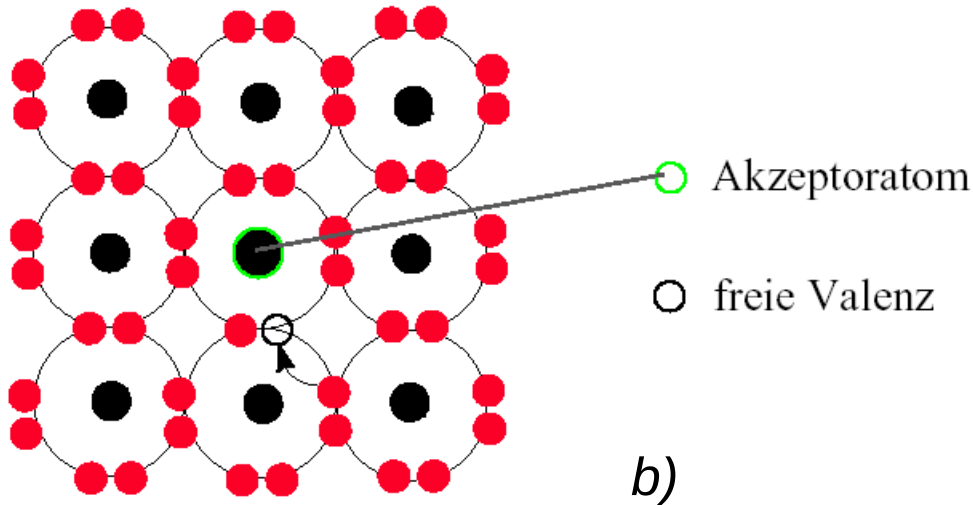
8. Halbleiter im Nichtgleichgewicht
9. Der pn-Übergang

Dotierung

a)

II	III	IV	V	VI
Be	B	C	N	O
Mg	Al	Si	P	S
Zn	Ga	Ge	As	Se
Cd	In	Sn	Sb	Te
Hg	Tl	Pb	Bi	Po

a) Ausschnitt aus dem Periodensystem der Elemente. b) Schema zur p-Dotierung. c) Schema zur n-Dotierung.



Energieniveaus bei Dotierung

OFE10.11
SS 2020

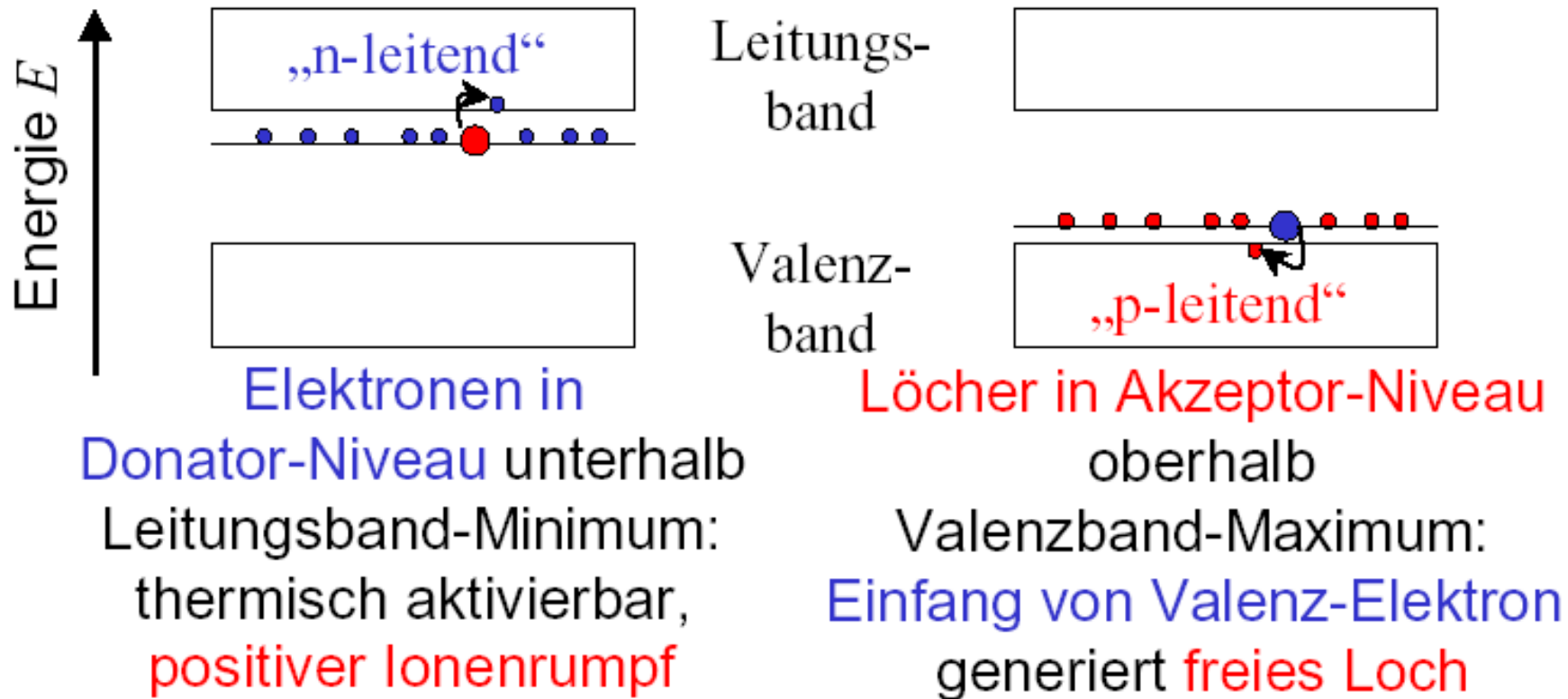
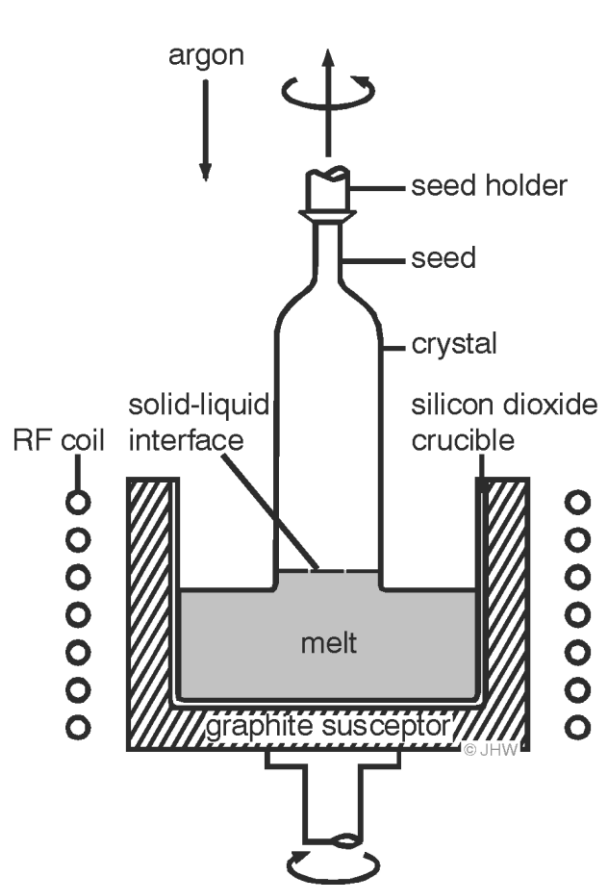
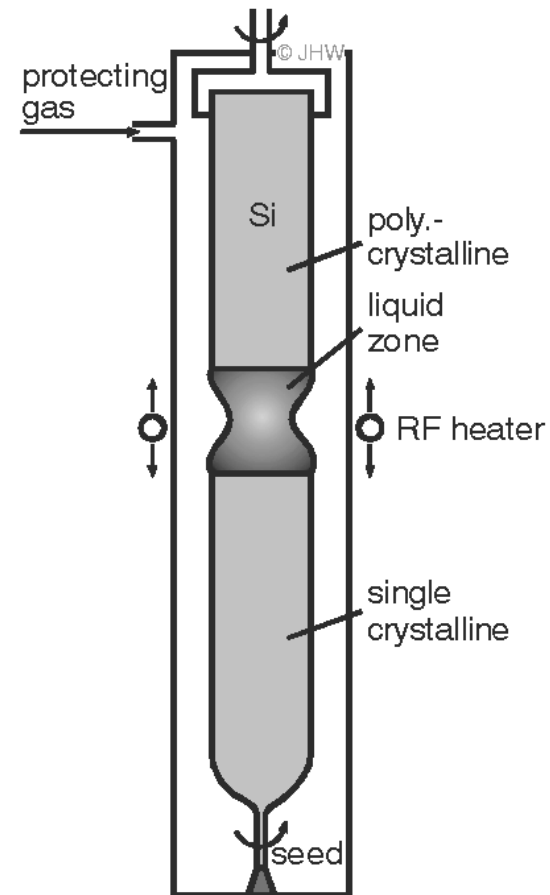


Abb. Energieniveaus bei Dotierung

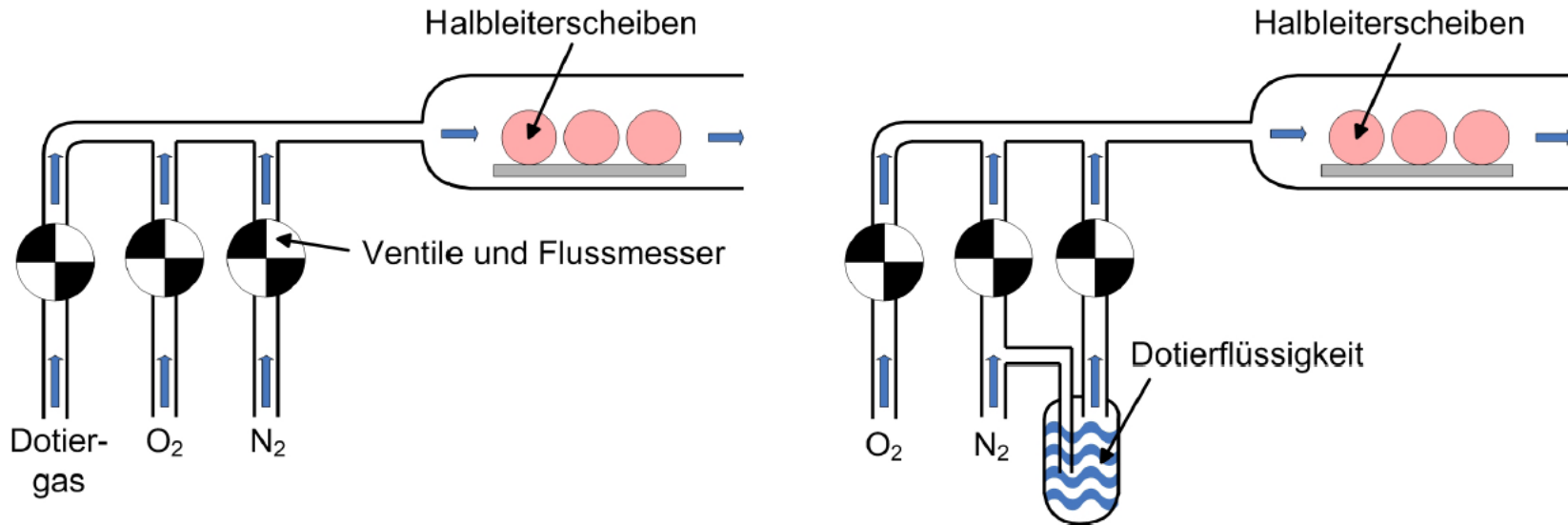
Herstellung dotierter Si-Kristalle



Czochralski-Verfahren:
Zugabe von hochdotierten Si-
Stücken in die Schmelze



Zonenziehverfahren:
Dotierung durch Anwesenheit von
Dotiergas



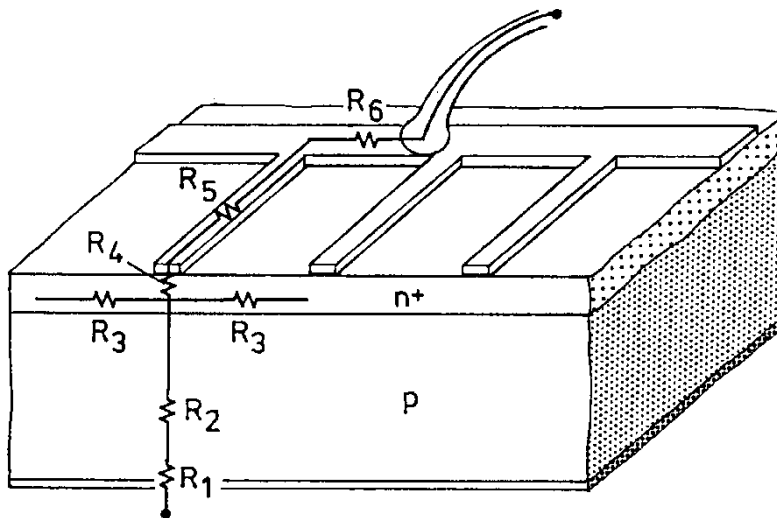
Phosphin (PH) bzw. Phosphoroxychlorid (POCl₃) wird an die heiße Si-Oberfläche gebracht

Reaktion zu P₂O₅ → dient als Diffusionsquelle an der Oberfläche

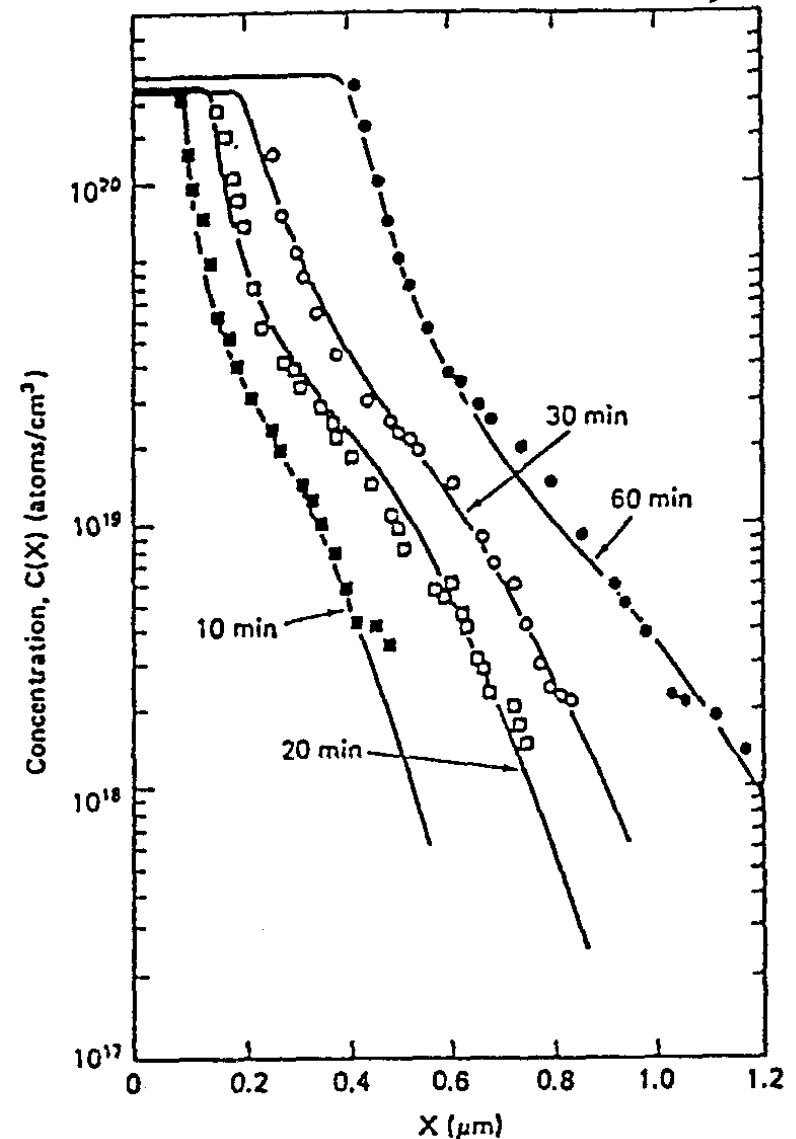
Diffusion eines n-Kontaktes in p-dotierte Wafer

Eindiffusion bei hohen Temperaturen

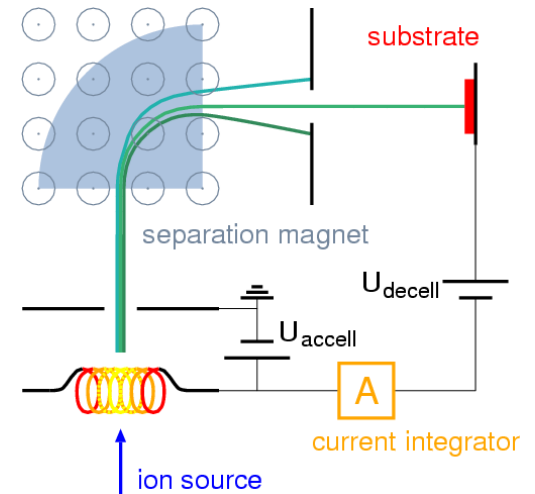
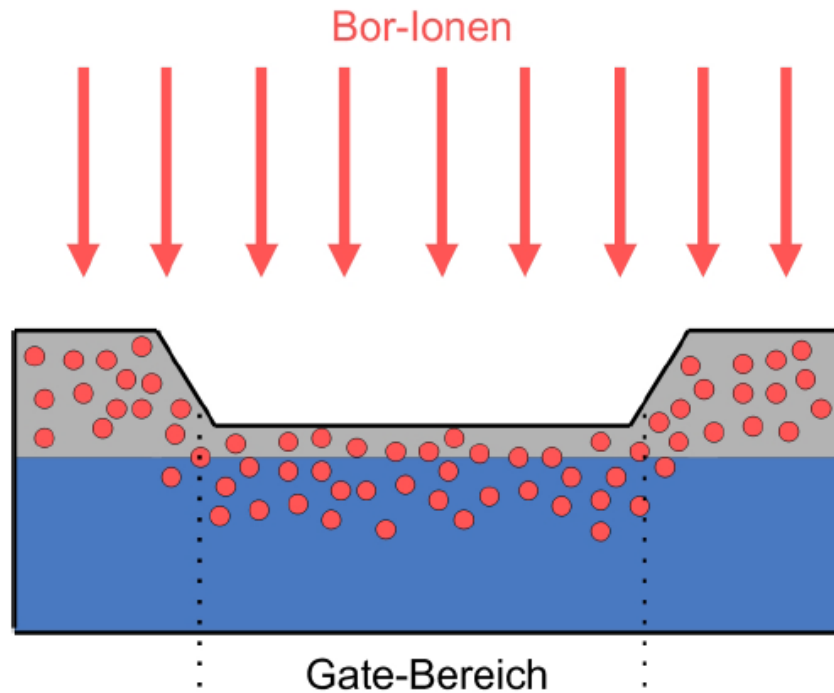
Einbau auf Si-Gitterplatz als Donator



Quelle: Sonnenenergie:
Photovoltaik (Goetzberger/Voß/Knobloch)



Ionen-Implantation



Schematischer Aufbau
bei der Ionenimplantation
(Quelle: www.wikipedia.de)

Dotierung durch Ionenimplantation – die beschleunigten Dotierionen dringen, je nach ihrer Geschwindigkeit, in den Halbleiterkristall ein. Durch Masken können Bereiche abgeschirmt werden, die nicht dotiert werden sollen.

Ionisierung der Störstellen

-Störstellen alleine reichen nicht aus

-die Störstellen müssen die Ladungsträger auch an die Bandzustände abgeben

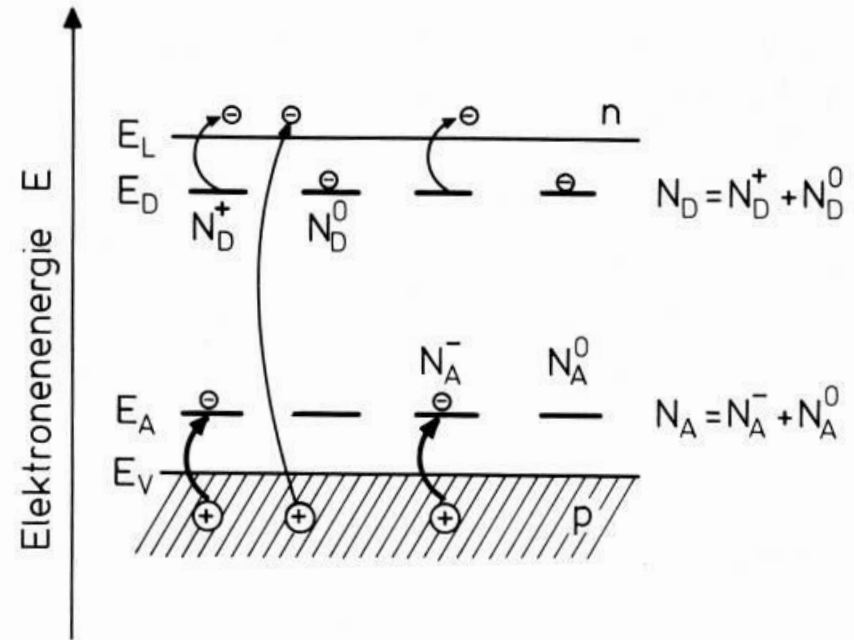


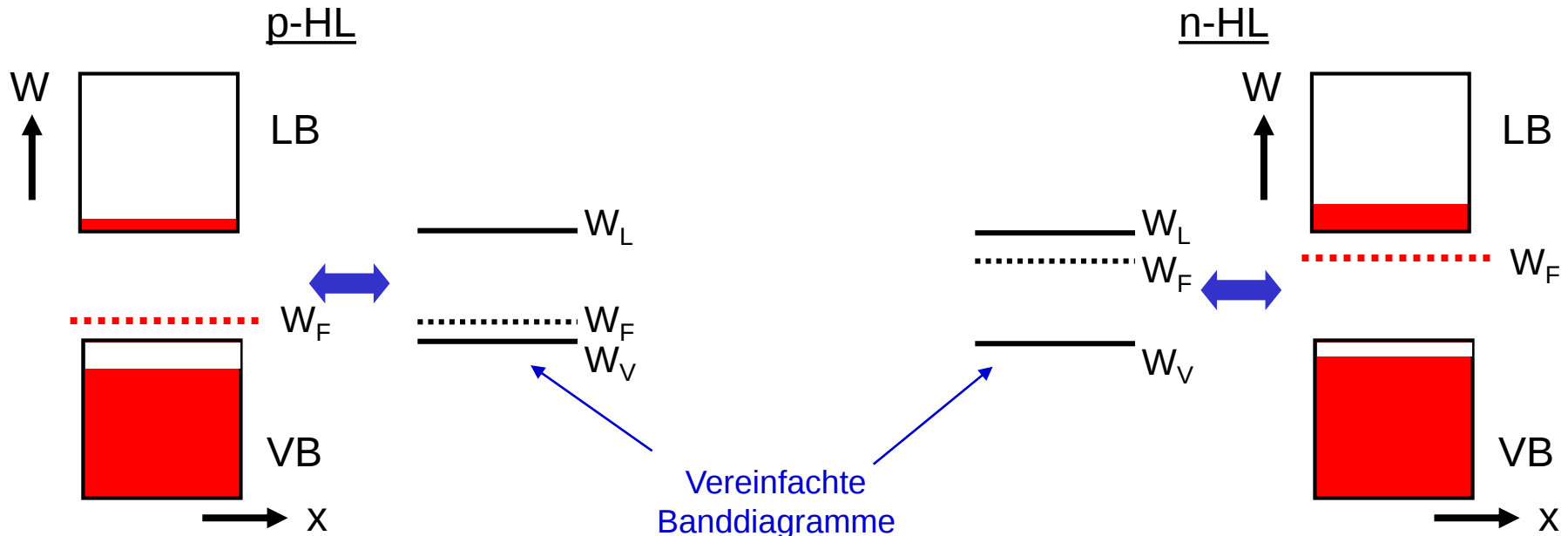
Abb. 12.9. Erklärung der in n - und p -Halbleitern üblichen Bezeichnungen für Ladungsträger- und Störstellenkonzentrationen: n und p sind die Konzentrationen von „freien“ Elektronen und Löchern. Die Gesamtkonzentration N_D und N_A von Donatoren und Akzeptoren setzt sich zusammen aus den Dichten von neutralen N_D^0 bzw. N_A^0 und ionisierten Donatoren N_D^+ bzw. Akzeptoren N_A^- . Elektronen im Leitungsband (n) und Löcher im Valenzband (p) rühren entweder von Band-Band-Anregungen oder aus Störstellen her

p- und n-Halbleiter

- Störstellen nahe an den Bandkanten sind bei Raumtemperatur ionisiert und liefern zusätzliche Ladungsträger, die die Leitfähigkeit des Halbleiters verändern (Leitfähigkeitsdotierung).
- Donatoren nahe der LB-Kante liefern zusätzliche Elektronen und man spricht von einem n-Halbleiter (Überschusshalbleiter).
 - $n > p$, Stromfluss hauptsächlich durch Elektronen.
 - n sind **Majoritätsträger**, p sind **Minoritätsträger**.
- Akzeptoren nahe der VB-Kante liefern zusätzliche Löcher und man spricht von einem p-Halbleiter
 - $p > n$, Stromfluss hauptsächlich durch Löcher.
 - p sind Majoritätsträger, n sind Minoritätsträger.
- Störstellen, die Energieniveaus für Elektronen viele kT von der Bandkante entfernt liefern, verändern die Leitfähigkeit nicht.

Banddiagramm von dotiertem HL

- Aufgrund der zusätzlichen Ladungsträger ist das Fermi-Niveau (W_F) nicht mehr in der Bandmitte!
 - Im n-HL haben wir einen Elektronen-Überschuss im LB. Dadurch ist die 50%-Wahrscheinlichkeit, dass ein Zustand besetzt ist, nach oben verschoben.
 - Im p-HL haben wir einen Löcher-Überschuss im VB. Dadurch ist die 50%-Wahrscheinlichkeit, dass ein Zustand besetzt ist, nach unten verschoben.
- Wie können wir die Ladungsträgerdichten in dotierten Halbleitern berechnen?

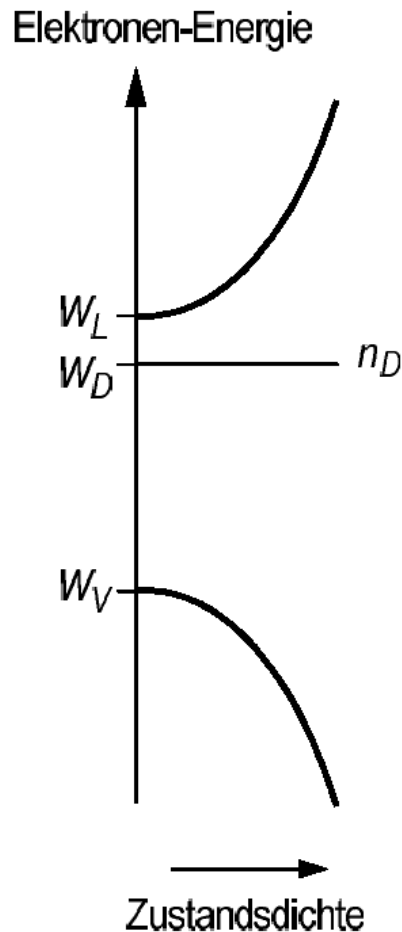


Zustandsdichte für dotierte Halbleiter

- Die Störstellen liefern zusätzliche erlaubte Energiezustände.
- Die Zustandsdichte dieser Energiezustände ist durch die Dichte der Donatoren n_D bzw. der Akzeptoren n_A bestimmt.

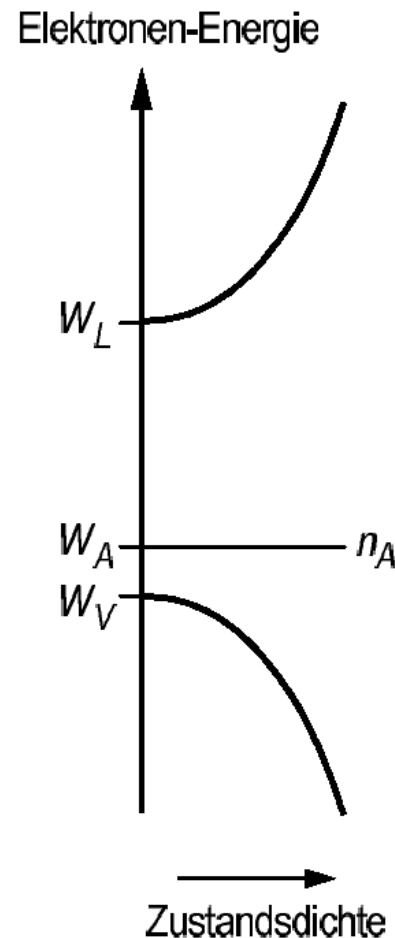
Donatoren:

n_D zusätzliche Zustände bei Energie W_D .



Akzeptoren:

n_A zusätzliche Zustände bei Energie W_A .



1. **Grundlagen der Quantenmechanik**
2. **Elektronische Zustände**
3. **Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente**
4. **Elektronen in Kristallen**
5. **Halbleiter**
6. **Quantenstatistik für Ladungsträger**
7. **Dotierte Halbleiter**
 - 7.1 Wozu Dotierung?
 - 7.2 Grundlagen der Dotierung
 - 7.3 Quantitatives
 - 7.4 Entartete Halbleiter
 - 7.5 Temperaturabhängige Eigenschaften dotierter Halbleiter
8. **Halbleiter im Nichtgleichgewicht**
9. **Der pn-Übergang**

- Die Störstellenbilanz für Donatoren ist:

$$n_D = n_D^{\times} + n_D^{+} \qquad n_D^{+} = n_D [1 - f_D(W_D)]$$

- n_D : Anzahl der Donatoren
- n_D^{+} : Anzahl der ionisierten Donatoren (haben Elektron abgegeben)
- $n_D^{\times}$: Anzahl der neutralen Donatoren (haben kein Elektron abgegeben)
- $f_D(W_D)$: Wahrscheinlichkeit, dass Donator mit Elektron besetzt

- Die Störstellenbilanz für Akzeptoren ist:

$$n_A = n_A^{\times} + n_A^{-} \qquad n_A^{-} = n_A f_A(W_A)$$

- n_A : Anzahl der Akzeptoren
- n_A^{-} : Anzahl der ionisierten Akzeptoren (haben Elektron angenommen)
- $n_A^{\times}$: Anzahl der neutralen Akzeptoren (haben kein Elektron angenommen)
- $f_A(W_A)$: Wahrscheinlichkeit, dass Akzeptor mit Elektron besetzt

- Wie berechnet man die Wahrscheinlichkeiten $f_D(W_D)$ und $f_A(W_A)$?

Donator

$$\begin{aligned} n &= 0, & g &= 1 \\ n &= 1, & g &= 2 \end{aligned}$$

Die Quantenstatistik
verkompliziert sich etwas
aufgrund der anderen Zählweise
und der
zu berücksichtigenden Entartung.

Akzeptor

$$\begin{aligned} n &= 0, & g &= 2 \\ n &= 1, & g &= 1 \end{aligned}$$

$$f_{B,D,A}(W) = \frac{1}{1 + 1/g \exp\left(\frac{W - W_F}{kT}\right)} \quad g = \begin{cases} 1 & \text{Bandzustände} \\ 2 & \text{Donatoren} \\ 1/2 & \text{Akzeptoren} \end{cases}$$

- Die Verteilungen unterscheiden sich für Bandzustände, Akzeptoren und Donatoren aufgrund der verschiedenen Spilmöglichkeiten.
- Die Diskrepanz ergibt sich daraus, dass bei Akzeptoren und Donatoren nicht die Anzahl der Zustände, sondern die Anzahl der Atome gezählt wird.

- Mit Hilfe der Fermi-Verteilung können wir nun die Anzahl der aktivierten (ionisierten) Störstellen berechnen:

$$n_D^+ = n_D [1 - f_D(W_D)] = \frac{n_D}{1 + 2 \exp \left(\frac{W_F - W_D}{kT} \right)}$$

$$n_A^- = n_A f_A(W_A) = \frac{n_A}{1 + 2 \exp \left(\frac{W_A - W_F}{kT} \right)}$$

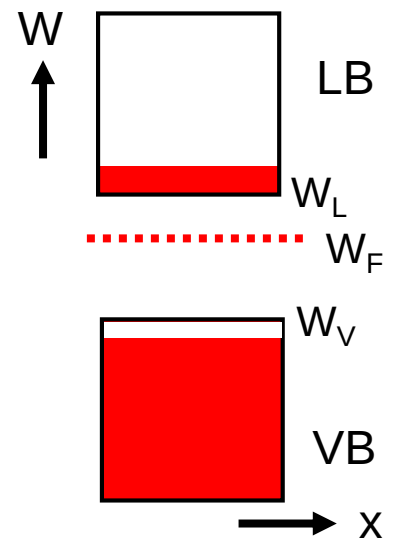
- Nur aktivierte Störstellen liefern zusätzliche Ladungsträger für den Stromtransport!
- Um die Anzahl der Ladungsträger berechnen zu können, müssen wir die Fermi-Energie W_F bestimmen.

Lage des Fermi-Niveaus im dotierten HL

- Im homogenen Halbleiter gilt Ladungsneutralität: $n + n_A^- = p + n_D^+$
- Durch Einsetzen der Fermi-Verteilungen können wir daraus das Fermi-Niveau im dotierten Halbleiter berechnen.
- Beispiel: Si (300 K), n-dotiert mit Bi mit $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$
 - $n_A^- = 0$
 - Annahme: nicht-entartet, Boltzmann-Näherung
 - Wir erhalten:

$$N_L \exp\left(-\frac{W_L - W_F}{kT}\right) = N_V \exp\left(-\frac{W_F - W_V}{kT}\right)$$

$$+ n_D \frac{1}{1 + 2 \exp\left(\frac{W_F - W_D}{kT}\right)}$$



- W_F ist die einzige Unbekannte. Lösung kann numerisch (z.B. Maple oder Matlab) oder graphisch erfolgen.

OFE10.25
SS 2020

Donor Impurity

$N_d [1/\text{cm}^3] = 1.00\text{E}4$

$n = 5.94\text{E}9/\text{cm}^3$

blue area = $\log(n)$

E_c

E_i

$E_f = E_v + 5.2\text{E}-1$

E_v

red area = $\log(p)$

$p = 1.68\text{E}10/\text{cm}^3$

$E_g = 1.12 \text{ eV}$

Acceptor Impurity

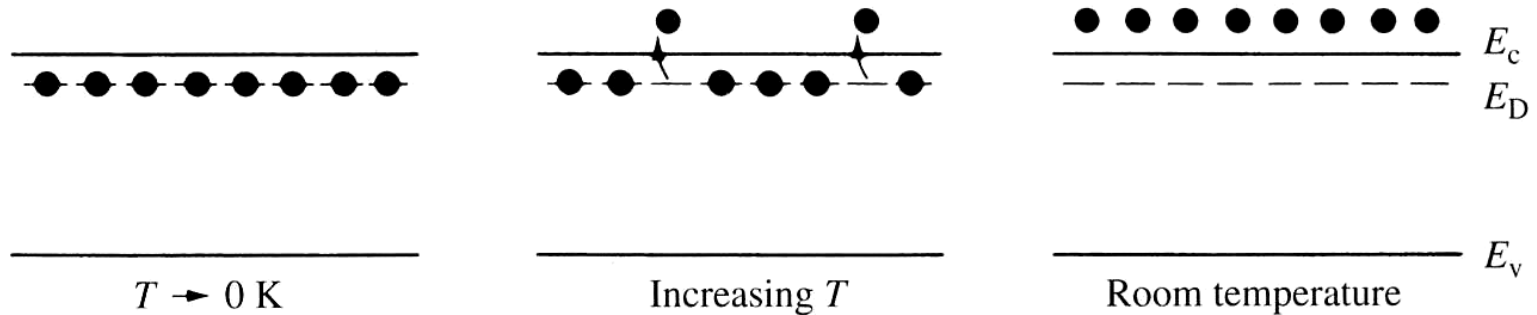
$N_a [1/\text{cm}^3] = 1.09\text{E}10$

<http://www.acsu.buffalo.edu/~wie/applet/fermi/fermi.html>

- 1. Grundlagen der Quantenmechanik**
- 2. Elektronische Zustände**
- 3. Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente**
- 4. Elektronen in Kristallen**
- 5. Halbleiter**
- 6. Quantenstatistik für Ladungsträger**
- 7. Dotierte Halbleiter**
 - 7.1 Wozu Dotierung?
 - 7.2 Grundlagen der Dotierung
 - 7.3 Quantitatives
 - 7.4 Entartete Halbleiter
 - 7.5 Temperaturabhängige Eigenschaften dotierter Halbleiter
- 8. Halbleiter im Nichtgleichgewicht**
- 9. Der pn-Übergang**

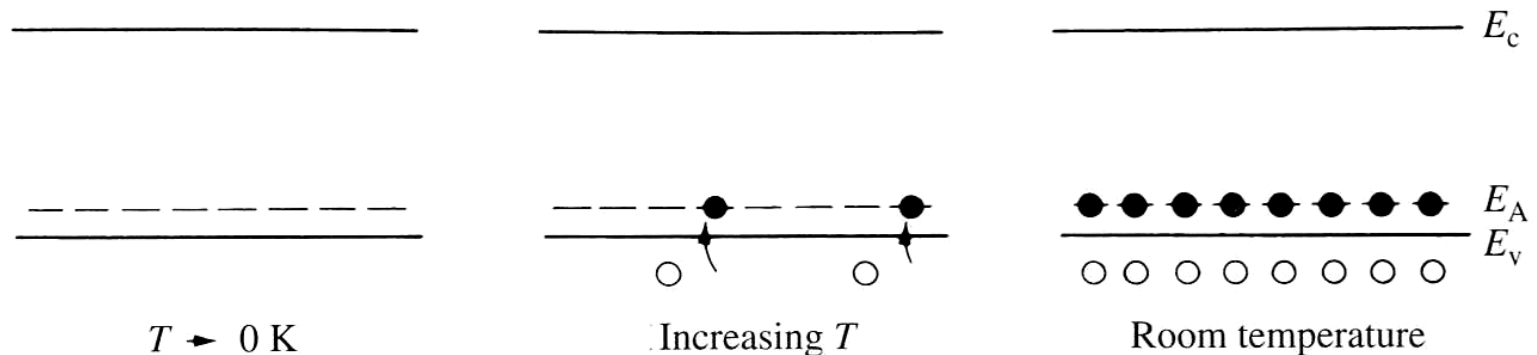
- Die Anzahl der ionisierten Störstellen ist temperaturabhängig.
Dadurch ist auch die Leitfähigkeit temperaturabhängig.

n-HL



(a)

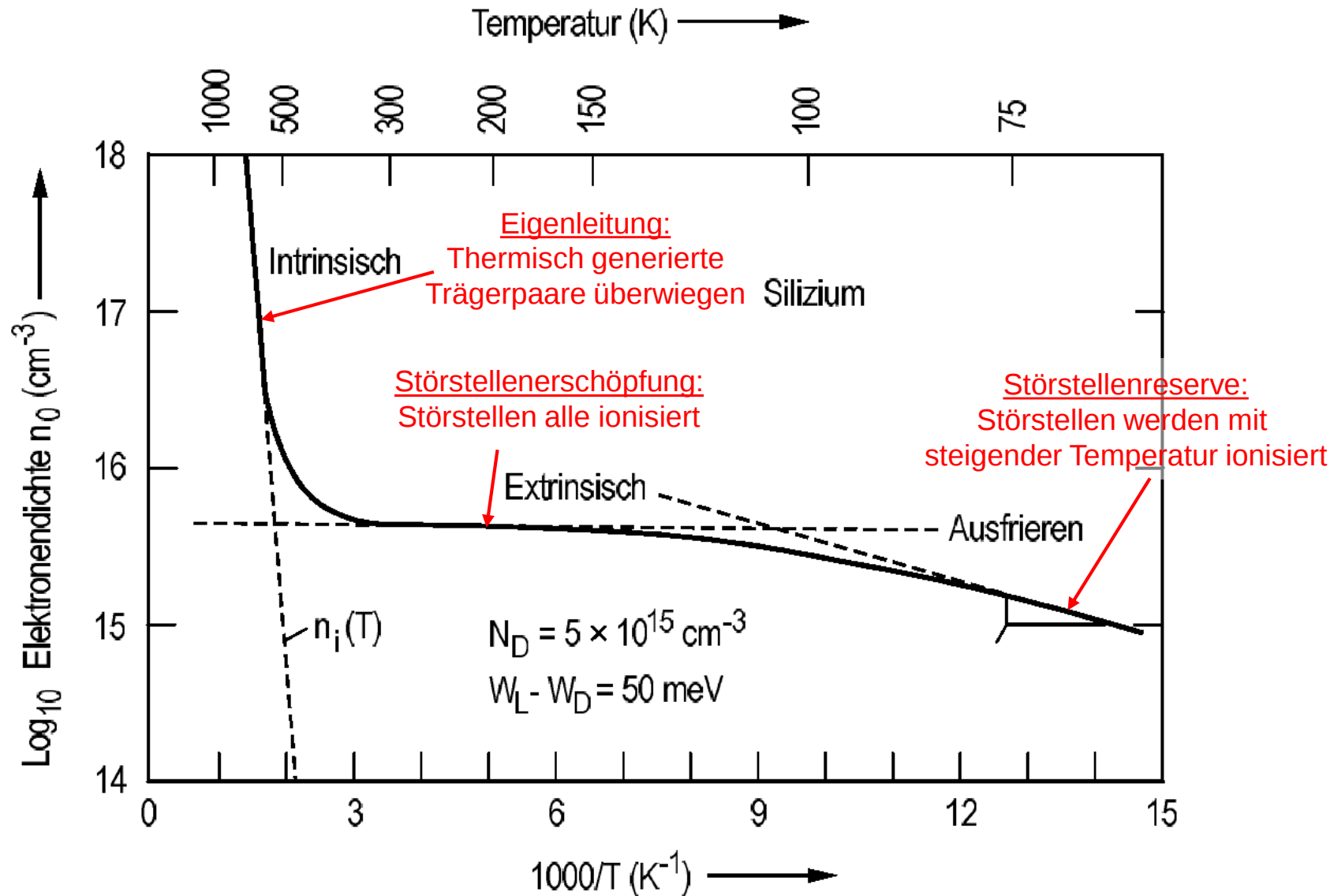
p-HL



Trägerdichte als $f(\text{Temperatur})$

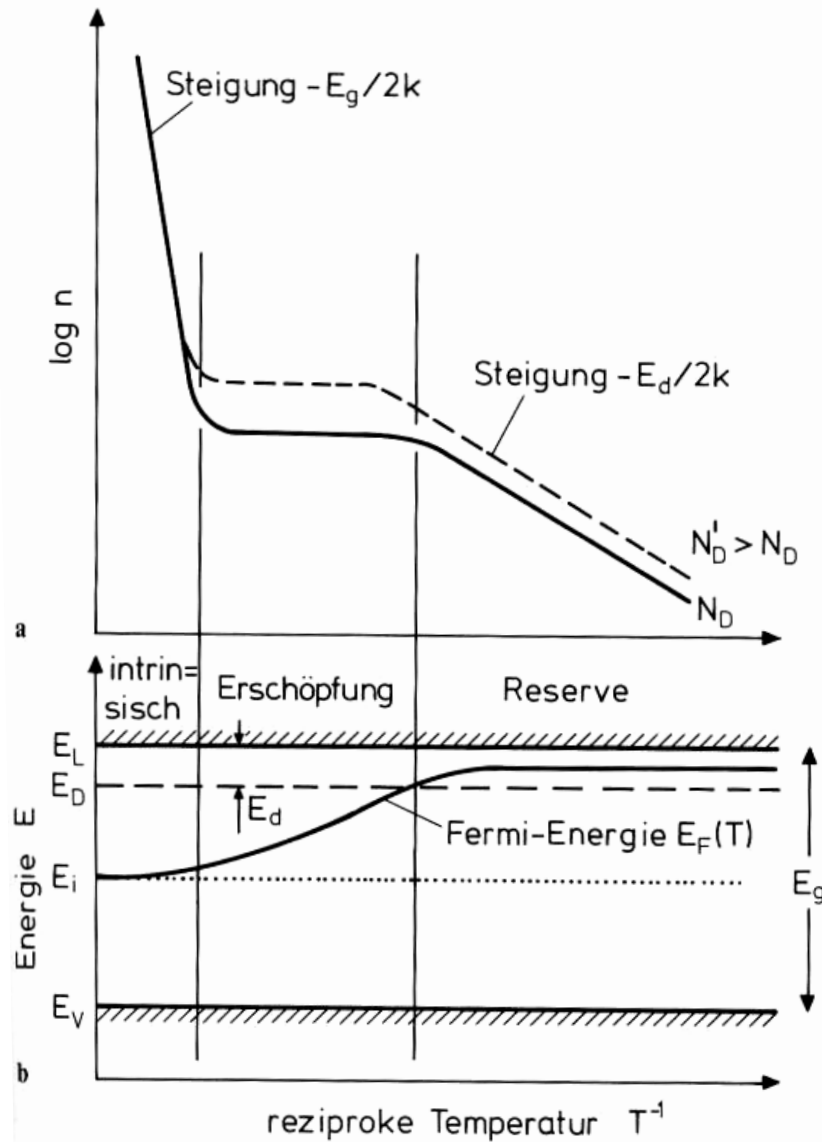
OFE10.28
SS 2020

- Majoritätsträgerdichte im n-Halbleiter als Funktion der Temperatur:



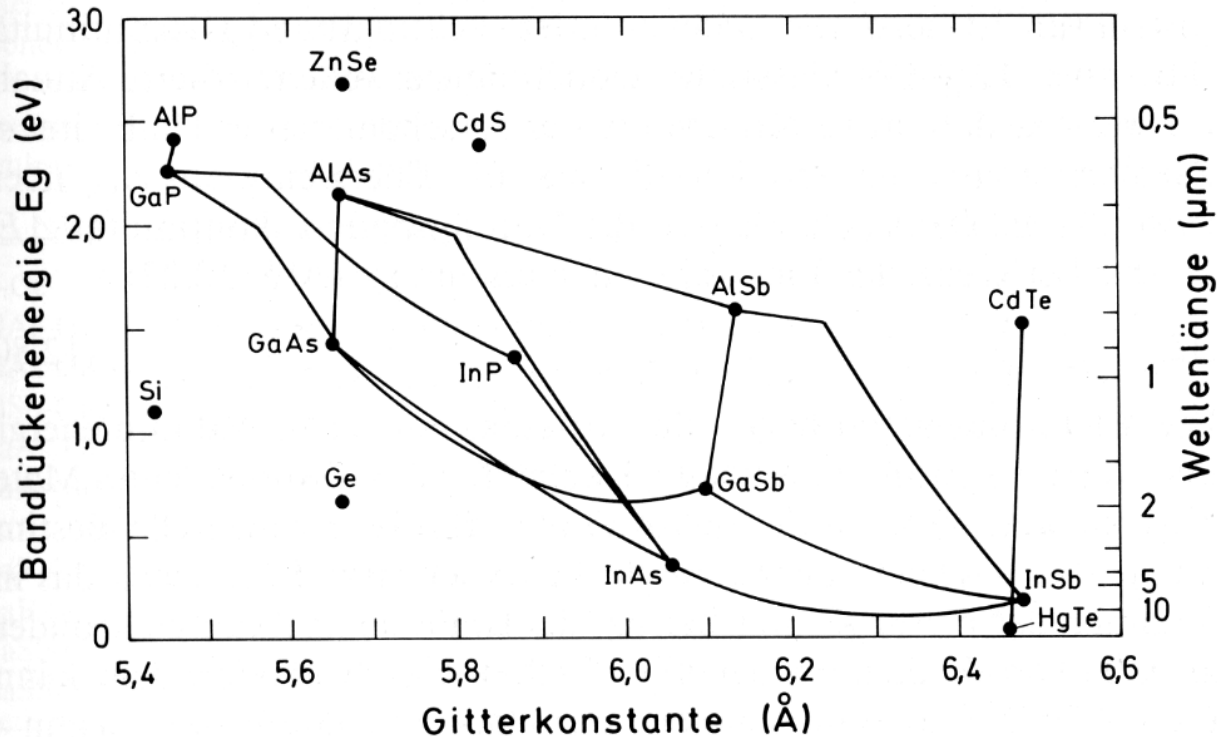
Lage des Fermi-niveaus

Quelle: Ibach/Lüth, Festkörperphysik



Noch ein paar Bemerkungen zur Temperaturabhängigkeit des Halbleiters ...

Temperaturerhöhung



Je größer die Gitterkonstante, desto kleiner die Bandlücke.

Abb. 12.21. Bandlücke E_g wichtiger Element- und binärer Verbindungshalbleiter, aufgetragen gegen die Gitterkonstante bei 300 K. Auf der rechten Abszisse ist die der Bandlückenenergie entsprechende Lichtwellenlänge λ angegeben. Die Verbindungslinien zeigen die Verhältnisse bei ternären Verbindungen an, die sich aus Mischung der entsprechenden binären Komponenten ergeben

Temperaturerhöhung führt zur thermischen Ausdehnung

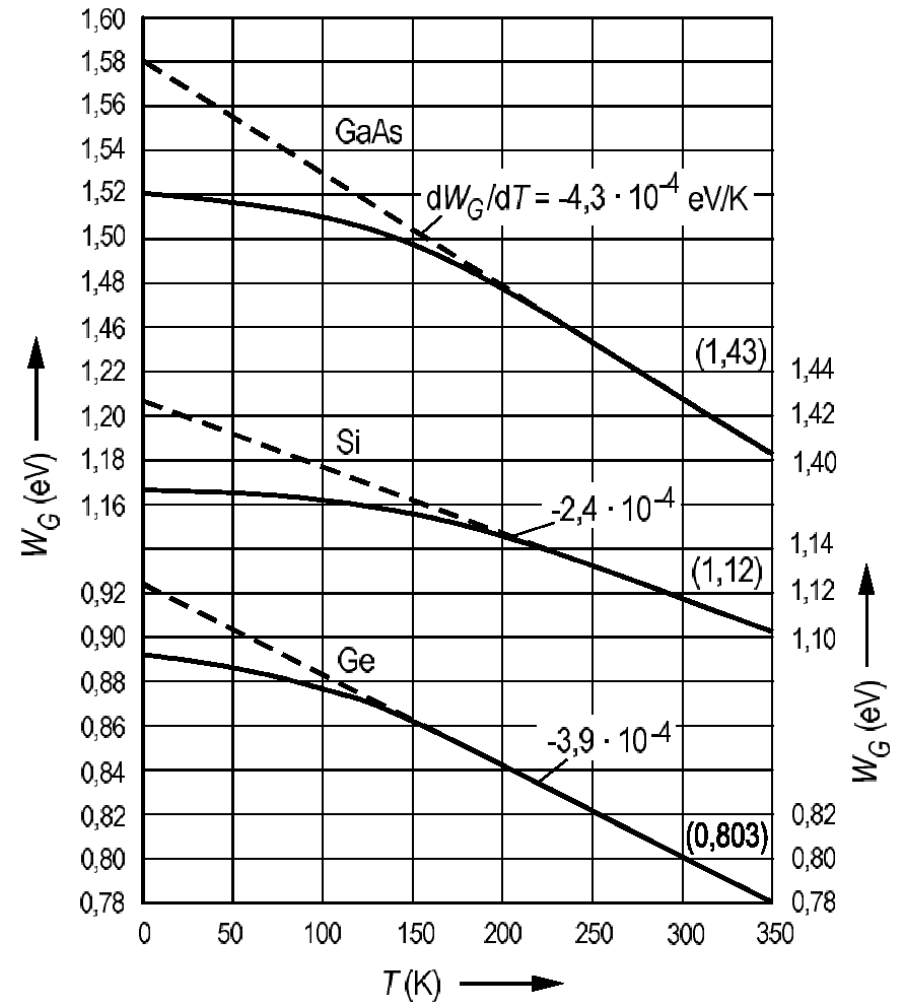
↓
Erhöhung der Gitterkonstante

↓
Verringerung der Bandlücke

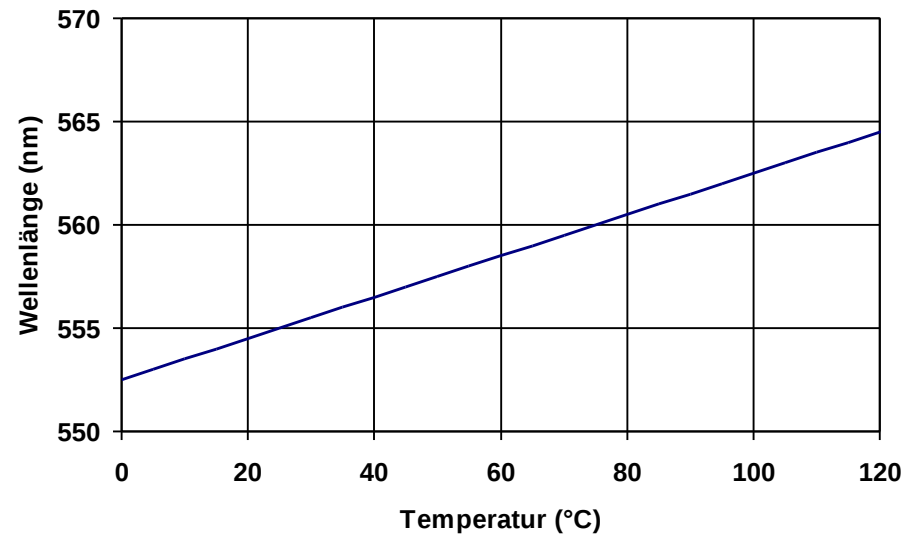
Bandabstand als f(Temperatur)

OFE10.32
SS 2020

Bandabstand verringert
sich mit steigender
Temperatur



Quelle: F.X. Kärtner



-ist ein Problem für die Farbstabilität
bei LEDs

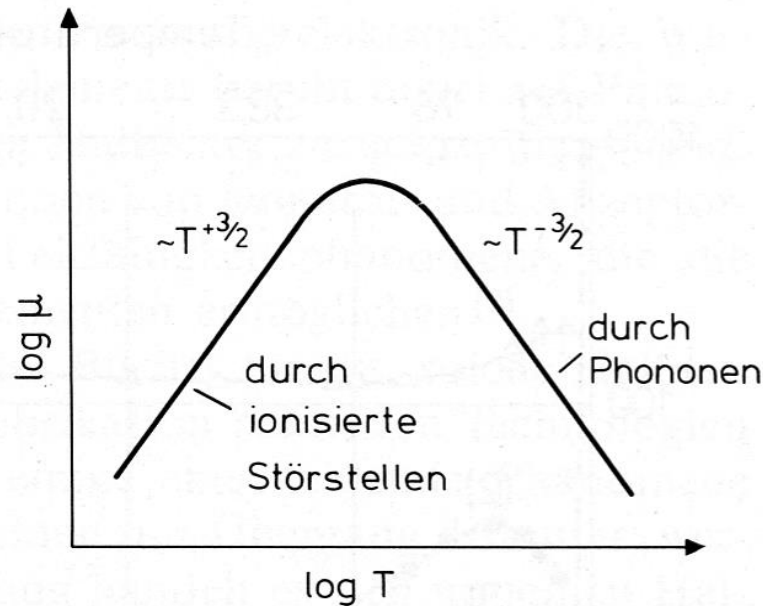


Abb. 12.12. Schematische Abhängigkeit der Beweglichkeit μ in einem Halbleiter von der Temperatur bei Streuung an Phononen und an geladenen Störstellen

Beweglichkeit wird bestimmt durch die Zeit zwischen zwei Stößen:

Stoß mit ionisierten Störstellen:

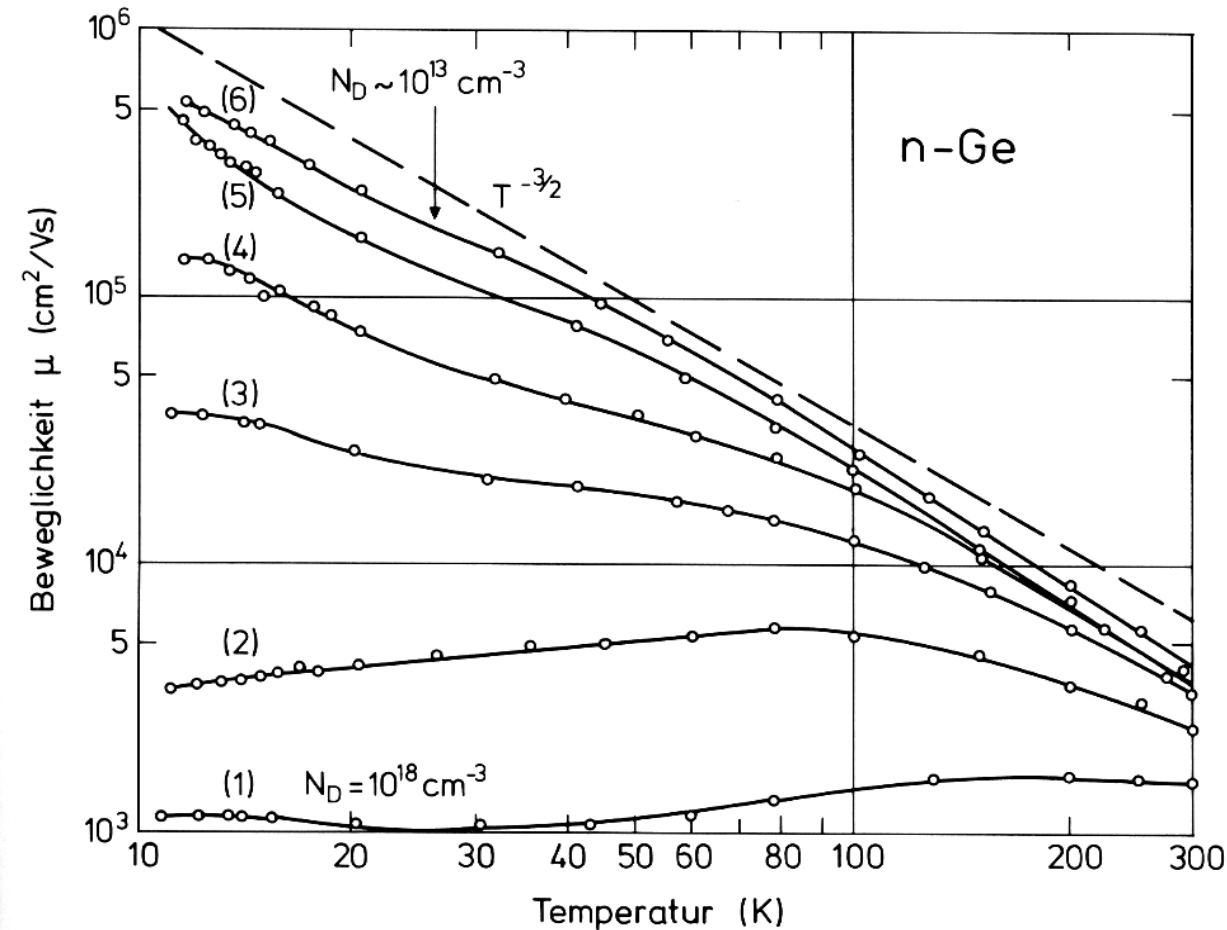
$$\frac{1}{\tau_{St}} \propto N_{St} T^{-\frac{3}{2}}$$

Stoß mit Phononen:

$$\frac{1}{\tau_{Ph}} \propto T^{\frac{3}{2}}$$

$$\mu \propto \left(\frac{1}{\tau_{St}} + \frac{1}{\tau_{Ph}} \right)^{-1}$$

Experiment: Beweglichkeit in Ge



-geringere Beweglichkeit bei hoher Dotierung

Abb. 12.13. Experimentell ermittelte Abhängigkeit der Beweglichkeit μ freier Elektronen von der Temperatur. Für die Proben (1) bis (6) variiert die Donatorkonzentration N_D zwischen 10^{18} und 10^{13} cm^{-3} . Es handelt sich um die Proben, die auch für die Messungen in Abb. 12.11 verwendet wurden. (Nach Conwell [12.3])

Experiment: T-abhängige Leitfähigkeit in Ge

OFE10.36
SS 2020

-für hohe Temperaturen
gegenläufiger Effekt
von Ladungsträgerdichte und
Beweglichkeit

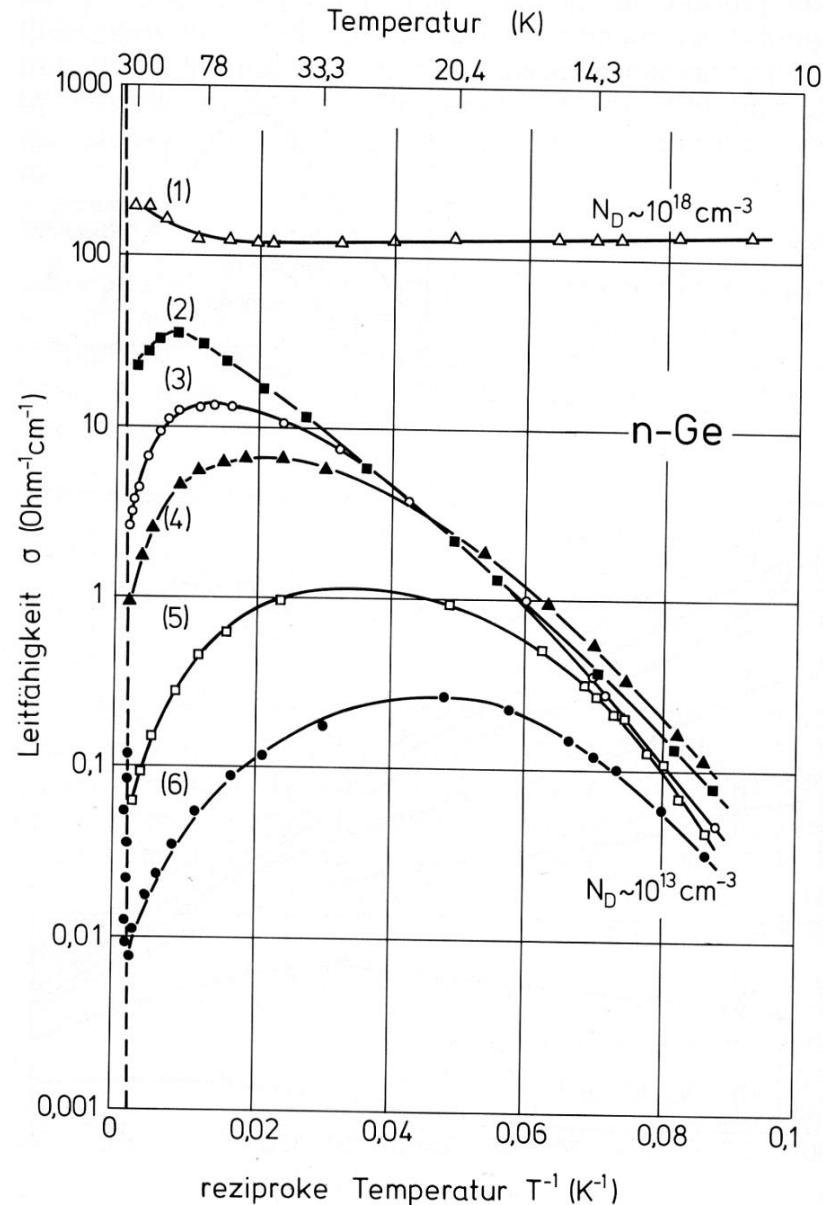


Abb. 12.14. Experimentell ermittelte Leitfähigkeit σ von n -Germanium in Abhängigkeit von der Temperatur. Für die Proben (1) bis (6), die auch für die Messungen in den Abb. 12.11 u. 12.13 verwendet wurden, variiert die Donatorkonzentration N_D zwischen 10^{18} und 10^{13} cm^{-3} . (Nach Conwell [12.3])