

Übersicht über die Vorlesung

1. **Grundlagen der Quantenmechanik**
2. **Elektronische Zustände**
3. **Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente**
4. **Elektronen in Kristallen**
5. **Halbleiter**
6. **Quantenstatistik für Ladungsträger**
7. **Dotierte Halbleiter**

8. Halbleiter im Nichtgleichgewicht

8.1 Der Driftstrom

8.2 Der Diffusionsstrom

8.3 Generation und Rekombination

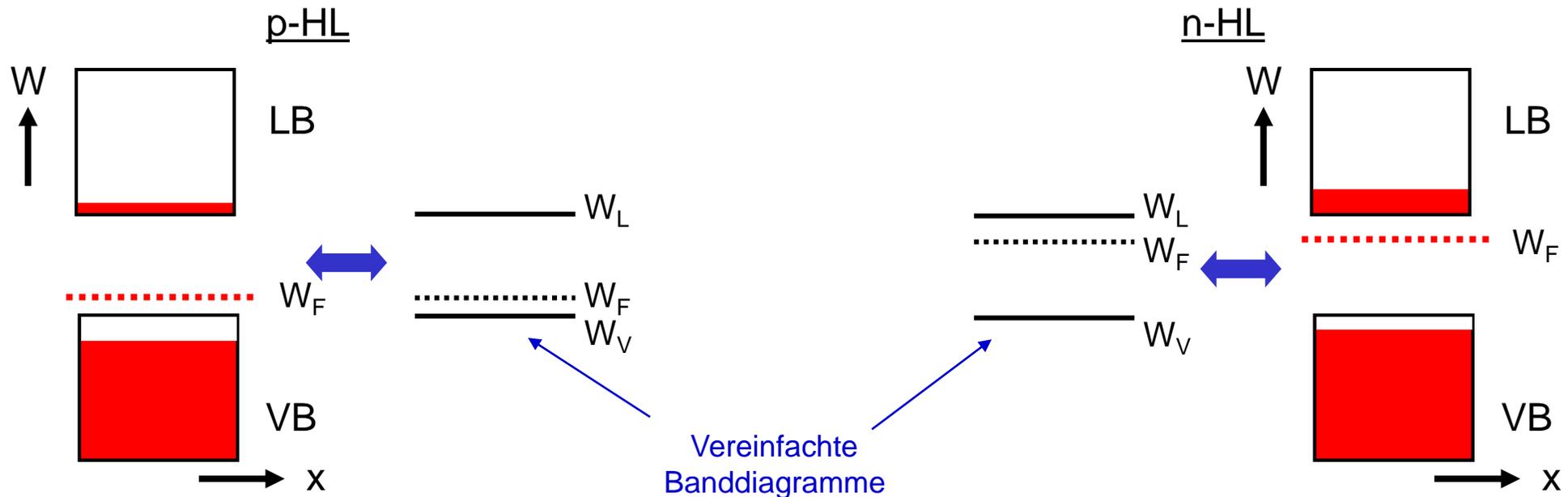
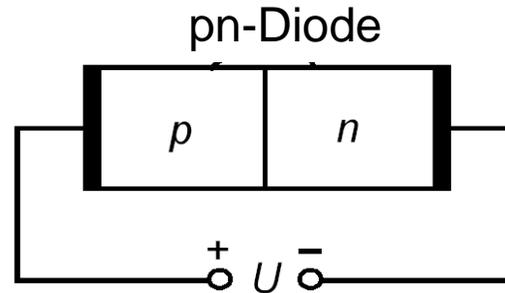
8.4 Halbleitergrundgleichungen

9. Der pn-Übergang

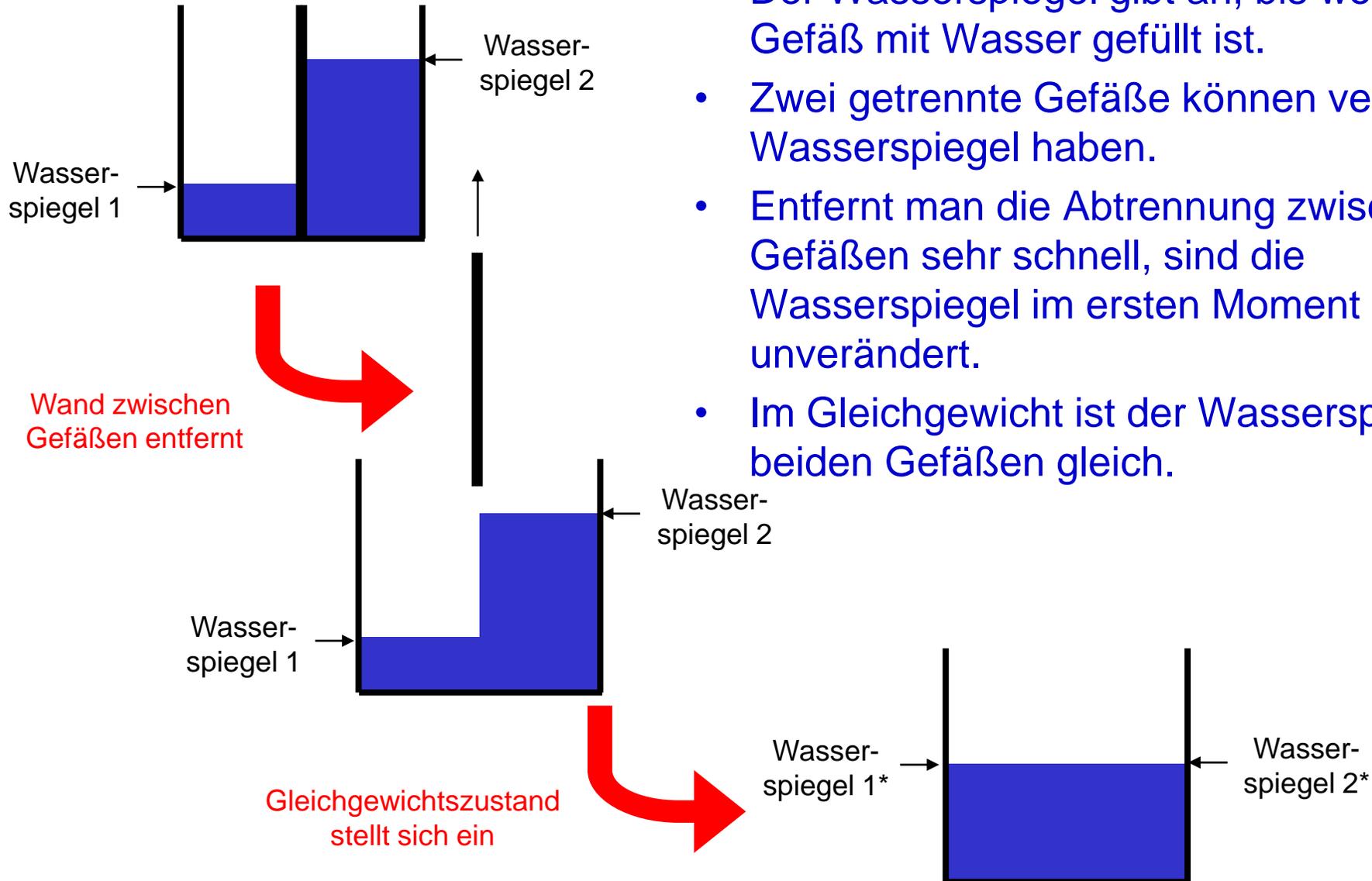
Optik &
Festkörperelektronik
SS 2020
11. Foliensatz
18.06.2020

Zusammenbringen von p-HL und n-HL

- Was passiert, wenn wir einen p-HL und einen n-HL zu einer **pn-Diode** zusammenbringen?



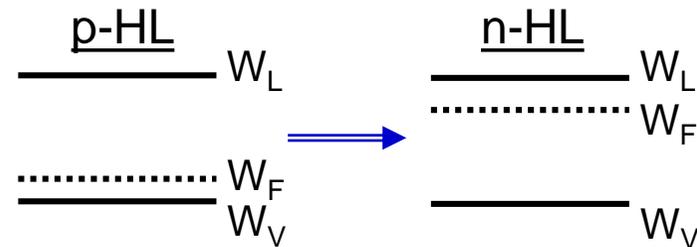
Fermi-Energie: Wasserpegel-Analogie



- Der Wasserspiegel gibt an, bis wohin ein Gefäß mit Wasser gefüllt ist.
- Zwei getrennte Gefäße können verschiedene Wasserspiegel haben.
- Entfernt man die Abtrennung zwischen den Gefäßen sehr schnell, sind die Wasserspiegel im ersten Moment unverändert.
- Im Gleichgewicht ist der Wasserspiegel in beiden Gefäßen gleich.

Fermi-Energie

- Die Fermi-Energie gibt an, bei welcher Energie ein erlaubter Bandzustand mit 50% Wahrscheinlichkeit besetzt ist.
- Zwei getrennte Halbleiter können verschiedene Fermi-Energien haben.

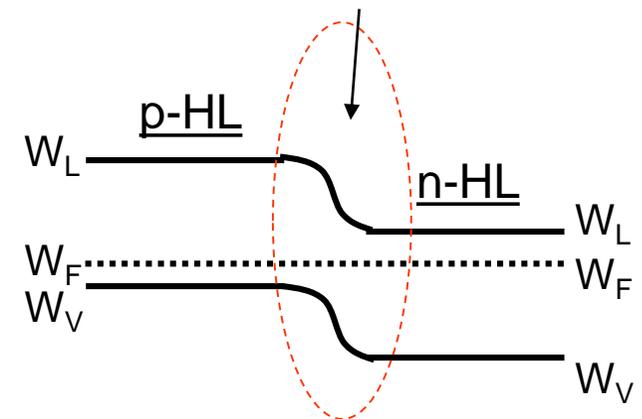


Halbleiter werden
zusammen gebracht



Gleichgewichtszustand
stellt sich ein

in diesem Bereich muss dann
eine Potentialdifferenz sein



- Bringt man die beiden Halbleiter zusammen, sind die Fermi-Energien im ersten Moment unverändert.
- Im thermischen Gleichgewicht ist die Fermi-Energie in beiden Halbleitern gleich!!

Halbleiter im Nichtgleichgewicht

- „Schalten“ (z.B. mit Spannung, mit Licht,...) heisst immer Erzeugung eines Nichtgleichgewichtszustandes
- Bauelemente sind meist nicht homogene Halbleiter, sondern bestehen aus Bereichen mit verschiedenen Halbleitertypen sowie Metallen und Isolatoren
 - **räumliche Abhängigkeit ist relevant**
- Dynamik des Halbleiters bestimmt Schaltverhalten
 - **zeitliche Abhängigkeit ist relevant**

Quantitative Beschreibung von
 $n(x,y,z,t)$ und $p(x,y,z,t)$?

Halbleiter im Nichtgleichgewicht

- eine Änderung der *Dichte* $n(x,y,z)$ kann erfolgen durch
 - **Ströme (Drift- und Diffusion)**
 - durch Vernichtung (**Rekombination**)
 - durch Erzeugung von Ladungsträgern (**Generation**)

Übersicht über die Vorlesung

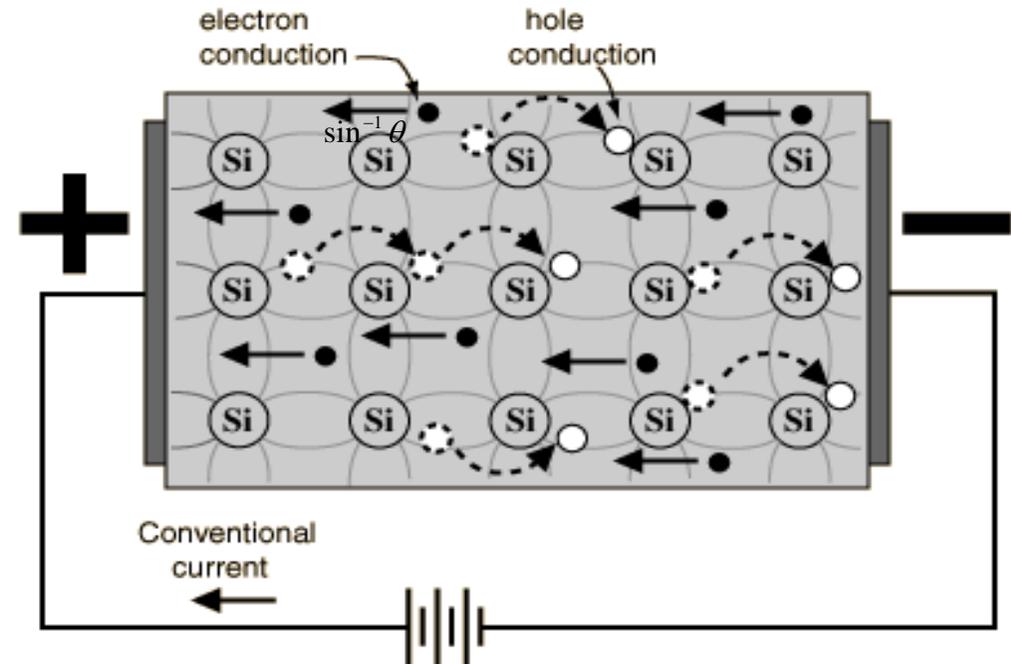
1. **Grundlagen der Quantenmechanik**
2. **Elektronische Zustände**
3. **Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente**
4. **Elektronen in Kristallen**
5. **Halbleiter**
6. **Quantenstatistik für Ladungsträger**
7. **Dotierte Halbleiter**
8. **Halbleiter im Nichtgleichgewicht**
 - 8.1 Der Driftstrom
 - 8.2 Der Diffusionsstrom
 - 8.3 Generation und Rekombination
 - 8.4 Halbleitergrundgleichungen
9. **Der pn-Übergang**

Strom #1: Der Driftstrom

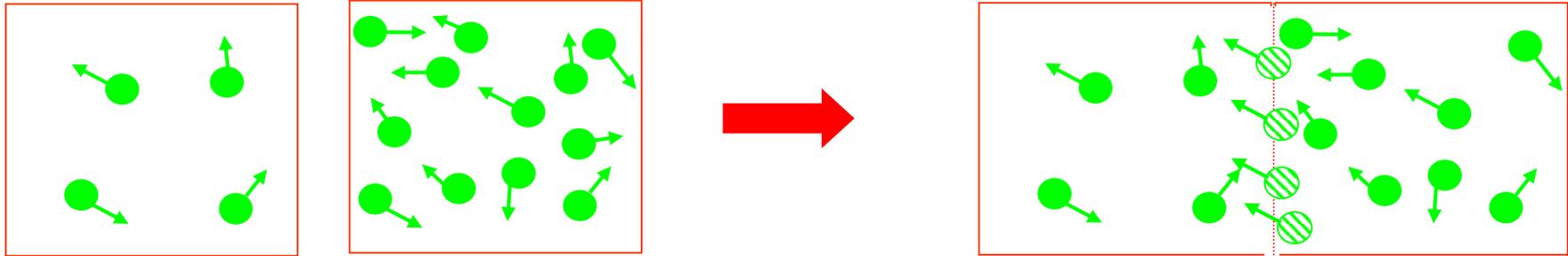
- Driftstrom (Feldstrom) J_F infolge eines elektrischen Feldes
 - Strom setzt sich aus einem Elektronen- und einem Löcheranteil zusammen
 - Leitfähigkeit hängt von der Ladungsträgerdichte und der Beweglichkeit ab

$$\begin{aligned}\vec{J}_F &= \vec{J}_{n,F} + \vec{J}_{p,F} \\ &= -en\vec{v}_n + ep\vec{v}_p \\ &= e[n\mu_n + p\mu_p]\vec{E} = \sigma\vec{E}\end{aligned}$$

$$\sigma = e[n\mu_n + p\mu_p]$$



Strom # 2: Diffusionsstrom

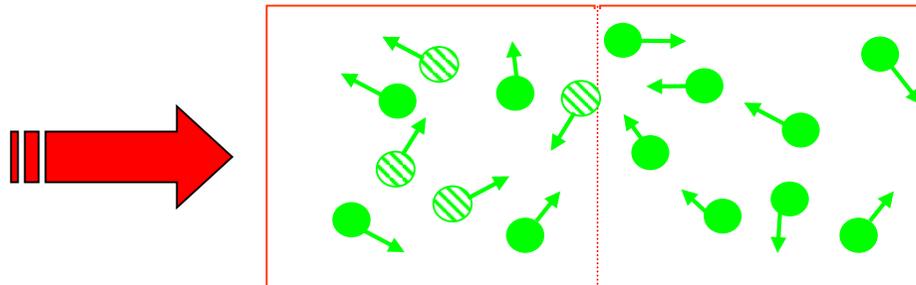


Zwei Bereiche mit verschiedener
Konzentration an Ladungsträgern
werden
zusammengebracht



Es fließt ein Strom

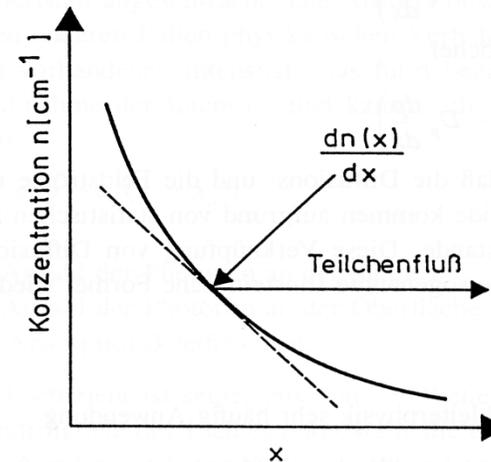
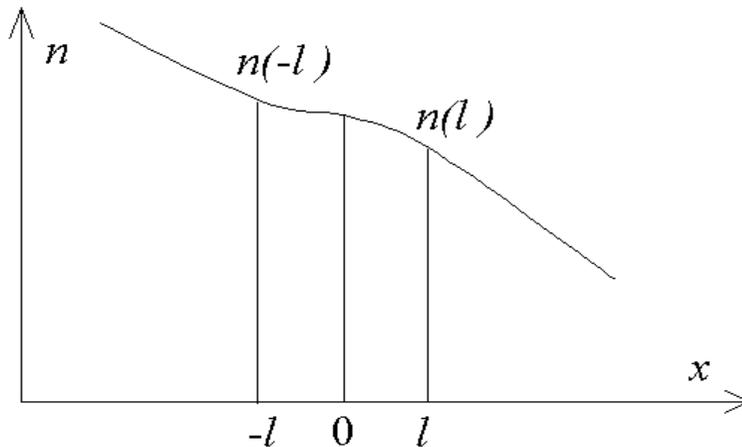
–im Durchschnitt bewegen
sich mehr Träger aus dem
Bereich höherer
Konzentration zum Bereich
niedrigerer Konzentration als
anders herum



Es stellt sich eine
statistische
Gleichverteilung der
Träger ein.

Strom # 2: Diffusionsstrom

–die Diffusionskonstanten D_n und D_p geben an, wieviel Strom bei einem gewissen Gradienten der e's bzw. h's fließt



eindimensional:

im Grenzübergang $l \rightarrow 0$:

$$J_{n,D} = eD_n \frac{dn}{dx}$$

bzw. für die Löcher:

$$J_{p,D} = -eD_p \frac{dp}{dx}$$

(unterschiedliches
Vorzeichen für e's und
h's !)

Strom # 2: Diffusionsstrom

Verallgemeinerung auf
3D:

$$J_{n,D} = eD_n \frac{dn}{dx}$$



$$\vec{J}_{n,D}(\vec{r}) = eD_n \nabla n(\vec{r})$$

Insgesamt gilt also für die Diffusionsströme:

$$\vec{J} = \vec{J}_{n,D}(\vec{r}) + \vec{J}_{p,D}(\vec{r})$$

$$\vec{J}_{n,D}(\vec{r}) = eD_n \nabla n(\vec{r})$$

$$\vec{J}_{p,D}(\vec{r}) = -eD_p \nabla p(\vec{r})$$

Das elektrochemische Potential

Die Trennung von Drift- und Diffusionsströmen ist nur ein Hilfsmittel zur quantitativen Modellierung (ähnlich wie bei der Überlagerung von verschiedenen Kräften) !

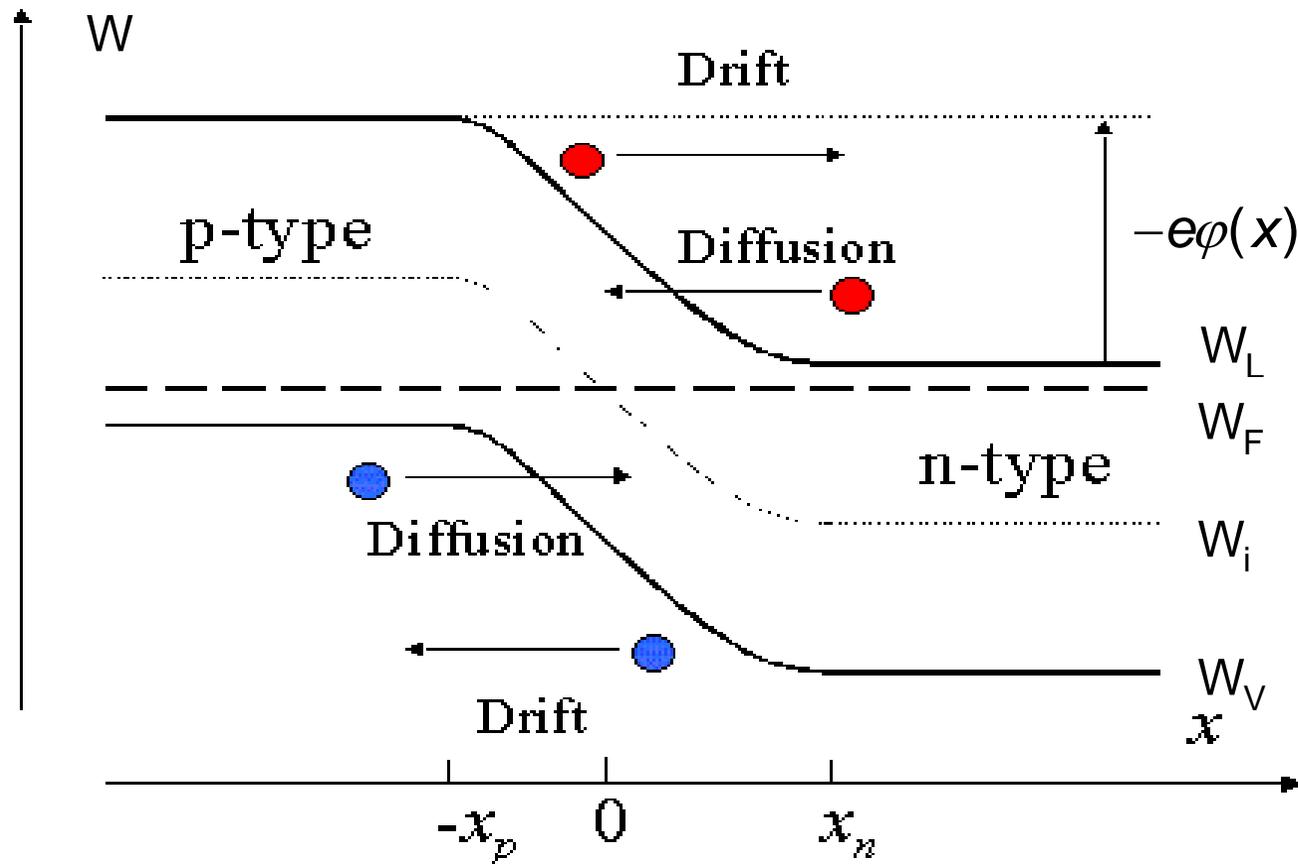
Woher soll das Elektron wissen, ob es diffundieren oder driften soll ??

Gemeinsame Beschreibung durch die elektrochemischen Potentiale $\eta_{e,h}$, welche identisch sind mit den (Quasi)-Fermi-Energien $W_{F,e}$ bzw. $W_{F,h}$.

Die Quasi-Fermi-Energie kann für Löcher und Elektronen *unterschiedlich* sein ! (z. B. durch eine von aussen angelegte Spannung oder durch Beleuchtung,)

Dies ist die Grundlage nahezu aller Halbleiterbauelemente !

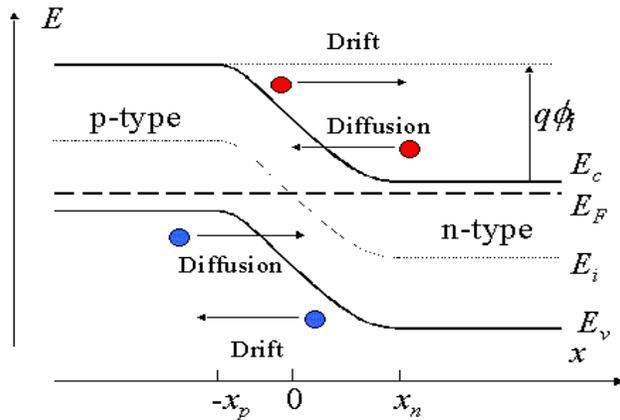
Zusammenhang von Drift und Diffusion



Die bekannte Ladungsträgerstatistik erlaubt uns auch für den Bereich mit Feld eine Vorhersage über die ortsabhängige Ladungsträgerdichte:

$$n(x) = N_L \exp\left(-\frac{W_L(\infty) - e\varphi(x) - W_F}{kT}\right)$$

Einsteinrelationen



$$n(x) = N_L \exp\left(-\frac{W_L(\infty) - e\varphi(x) - W_F}{kT}\right)$$

Hier kommt zum Ausdruck, dass in das elektrochemische Potential („Fermi-Niveau“) in einem Halbleiter das elektrische Potential $\varphi(x)$ mit eingeht. Da wir eine Aussage über Diffusionskonstanten machen wollen, macht es Sinn, den obigen Termin nach x abzuleiten:

$$\frac{\partial n(x)}{\partial x} = n(x) \frac{e}{kT} \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x} = -n(x) \frac{e}{kT} E(x)$$

Hierbei ist $E = -\text{grad } \varphi(x)$ das ortsabhängige elektrische Feld.

Einsteinrelationen

Nun kann ausgenutzt werden, dass sich im Gleichgewicht Drift- und Diffusionsströme gegenseitig kompensieren:

$$\text{Aus } J_F = -J_D \text{ folgt } en(x)\mu_n E(x) = -eD_n \frac{\partial n}{\partial x}$$

Setzt man nun die abgeleitete ortsabhängige Ladungsträgerdichte in diese Beziehung ein, so ergibt sich:

$$en(x)\mu_n E(x) = (-eD_n) \left(-n(x) \frac{e}{kT} E(x)\right)$$

Aus diesem Ausdruck kann das meiste weggekürzt werden, so dass man zur sogenannten **Einsteinrelation** kommt:

$$D_n = \frac{kT}{e} \mu_n$$

Die gleiche Ableitung ließe sich auch für die Löcher machen und man kommt auf diese Weise zu:

$$D_p = \frac{kT}{e} \mu_p$$

Diese hier am Spezialfall pn-Übergang hergeleitete Beziehung ist eine viel allgemeinere Beziehung der statistischen Thermodynamik und gilt z. B. genauso auch bei der Bewegung von Ionen in einer Elektrolytlösung.

Übersicht über die Vorlesung

1. **Grundlagen der Quantenmechanik**
2. **Elektronische Zustände**
3. **Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente**
4. **Elektronen in Kristallen**
5. **Halbleiter**
6. **Quantenstatistik für Ladungsträger**
7. **Dotierte Halbleiter**
8. **Halbleiter im Nichtgleichgewicht**
 - 8.1 Der Driftstrom
 - 8.2 Der Diffusionsstrom
 - 8.3 Generation und Rekombination
 - 8.4 Halbleitergrundgleichungen
9. **Der pn-Übergang**

Generation und Rekombination

- Die Trägergenerationsrate g setzt sich aus verschiedenen Anteilen zusammen:

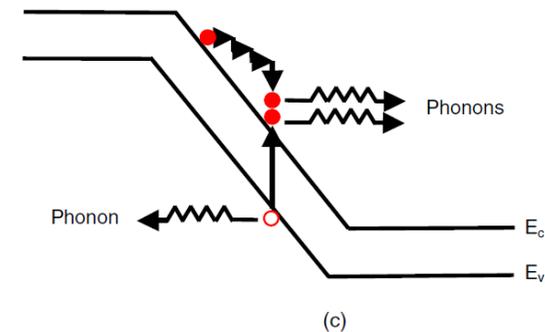
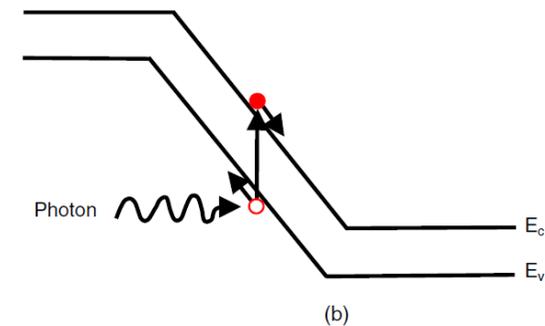
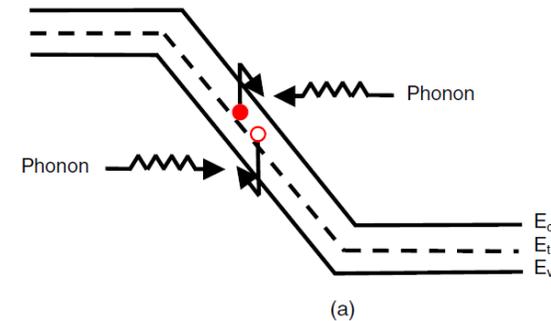
$$\left(\frac{\partial n}{\partial t} \right)_{gen} = g = g(x, y, z, t)$$

$$= g_{opt} + g_{phonon} + g_{St} + \dots$$

g_{opt} : Generationsrate
durch Absorption von
Photonen (Licht)

g_{phonon} : thermische
Generationsrate durch
Absorption von Gitter-
Phononen

g_{St} : Generationsrate
durch Ionisation einer
Störstelle



Generation und Rekombination

- Zu jedem Generationsprozess gibt es einen entsprechenden Rekombinationsprozess:

$$-\left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_{rec} = r = r(x, y, z, t) = r_{opt} + r_{phonon} + r_{St} + \dots$$

- Im thermischen Gleichgewicht gilt $g = r$ und einzeln $g_i = r_i$!

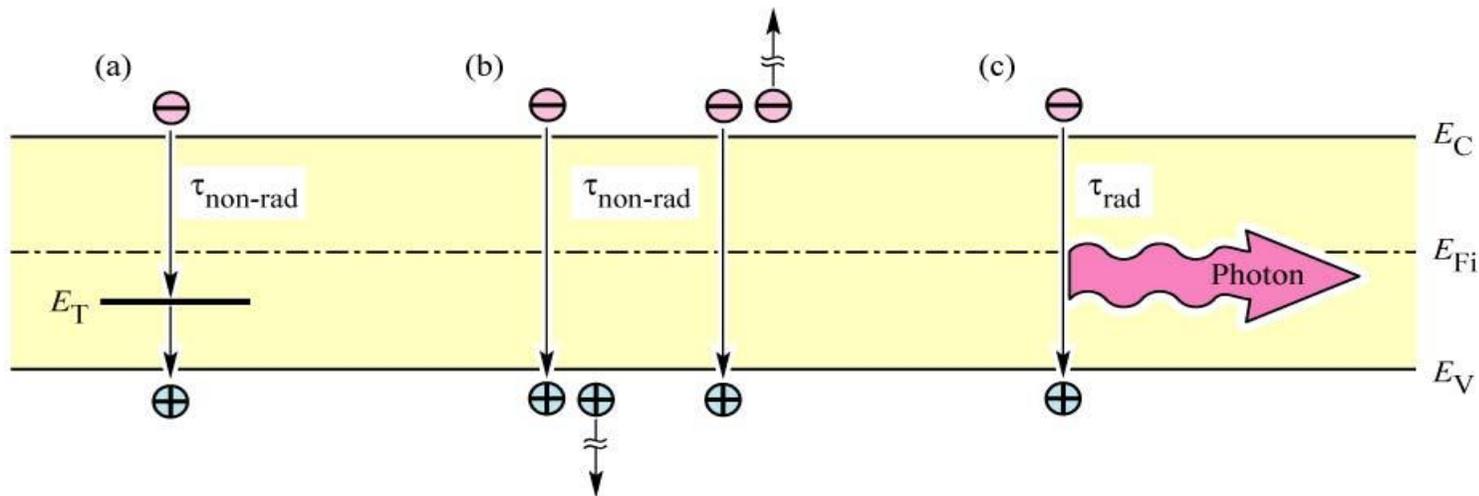


Fig. 2.6. Band diagram illustrating non-radiative recombination: (a) via a deep level, (b) via an Auger process and (c) radiative recombination.

Übersicht über die Vorlesung

1. **Grundlagen der Quantenmechanik**
2. **Elektronische Zustände**
3. **Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente**
4. **Elektronen in Kristallen**
5. **Halbleiter**
6. **Quantenstatistik für Ladungsträger**
7. **Dotierte Halbleiter**
8. **Halbleiter im Nichtgleichgewicht**
 - 8.1 Der Driftstrom
 - 8.2 Der Diffusionsstrom
 - 8.3 Generation und Rekombination
 - 8.4 Halbleitergrundgleichungen
9. **Der pn-Übergang**

Zusammenfassung: Ladungsträgerprozesse

- Es gibt in Halbleitern drei unterschiedliche Prozesse, durch die sich die Ladungsträgerdichte räumlich und/oder zeitlich verändern kann:
- **1. Driftstrom (Feldstrom)**
 - Ladungsträger bewegen sich aufgrund eines äußeren elektrischen Feldes.
- **2. Diffusionsstrom**
 - Ladungsträger bewegen sich aufgrund eines Konzentrationsgradienten.
- **3. Generations- und Rekombinationsprozesse**
 - Die Raten setzen sich aus verschiedenen Einzelprozesse zusammen (z.B. strahlende Übergänge, Übergänge durch Störstellen, Auger-Prozess, Rekombination an Oberflächen).
 - Je nach Situation sind verschiedene Prozesse dominant.
 - In den meisten HL dominiert die Rekombination durch Störstellen. Bei direkten HL spielen auch strahlende Übergänge eine Rolle.
 - Bei hoher Ladungsträgerdichte von Elektronen und Löchern sind Auger-Prozesse wichtig.

Ladungsträgerprozesse in Halbleitern

- Es gibt in Halbleitern drei unterschiedliche Prozesse, durch die sich die Ladungsträgerdichte räumlich und/oder zeitlich verändern kann:

- **1. Driftstrom (Feldstrom)**

- Ladungsträger bewegen sich aufgrund eines äußeren elektrischen Feldes:

$$\vec{J}_F = \vec{J}_{n,F} + \vec{J}_{p,F} = \sigma \vec{E} = [en\mu_n + ep\mu_p] \vec{E}$$

- **2. Diffusionsstrom**

- Ladungsträger bewegen sich aufgrund eines Konzentrationsgradienten (D_n und D_p sind die Diffusionskonstanten der Elektronen bzw. Löcher):

$$\vec{J}_D = \vec{J}_{n,D} + \vec{J}_{p,D} \quad \begin{aligned} \vec{J}_{n,D} &= +eD_n \text{grad } n \\ \vec{J}_{p,D} &= -eD_p \text{grad } p \end{aligned}$$

- **3. Generations- und Rekombinationsprozesse**

- Ladungsträger werden mit der Generationsrate g generiert und rekombinieren mit der Rekombinationsrate r .
- Die Raten setzen sich aus verschiedenen Einzelprozesse zusammen:

$$g = g_{\text{phonon}} + g_{\text{opt}} + g_{\text{Rek}} + g_{\text{Auger}} \dots$$

$$r = r_{\text{phonon}} + r_{\text{opt}} + r_{\text{Rek}} + r_{\text{Auger}} \dots$$

Halbleitergrundgleichungen

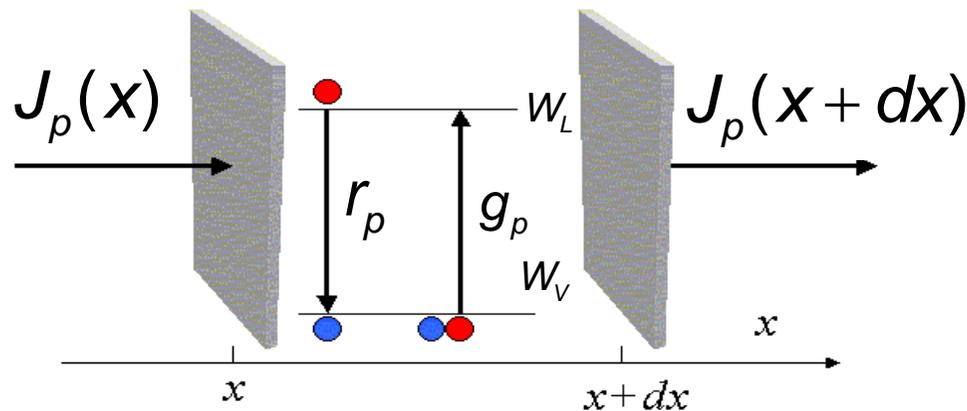
$$(H1) \quad \vec{J}_n = en\mu_n \vec{E} + eD_n \nabla n$$

$$(H2) \quad \vec{J}_p = ep\mu_p \vec{E} - eD_p \nabla p$$

Drift- und
Diffusion

Wie ändert sich dann die lokale Ladungsdichte

$$\rho = e(p - n) ?$$



$$\frac{\partial(ep)}{\partial t} = -\frac{\partial J_p}{\partial x} + e(g_p - r_p)$$

bzw. in 3D:

$$\frac{\partial(ep)}{\partial t} + \nabla \vec{J}_p = e(g_p - r_p)$$

(Kontinuitätsgleichung)

Halbleitergrundgleichungen

$$(H1) \quad \vec{J}_n = en\mu_n \vec{E} + eD_n \nabla n$$

$$(H2) \quad \vec{J}_p = ep\mu_p \vec{E} - eD_p \nabla p$$

Drift- und
Diffusionsgleichung
für Elektronen und Löcher

$$(H3) \quad \frac{\partial(-en)}{\partial t} + \nabla \vec{J}_n = -e(g_n - r_n)$$

$$(H4) \quad \frac{\partial(ep)}{\partial t} + \nabla \vec{J}_p = e(g_p - r_p)$$

Kontinuitätsgleichungen
für Elektronen
und Löcher

...dann fehlt nur noch die Verkopplung von Ladung und E-Feld...

Maxwell-Gleichung: $\nabla \vec{D} = \nabla \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E} = \rho$ bzw. mit $\vec{E} = -\nabla \varphi$

die Poisson-Gleichung: $\text{divgrad} \varphi = \nabla^2 \varphi = \Delta \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon \varepsilon_0}$

Halbleitergrundgleichungen

$$(H1) \quad \vec{J}_n = en\mu_n \vec{E} + eD_n \nabla n$$

$$(H2) \quad \vec{J}_p = ep\mu_p \vec{E} - eD_p \nabla p$$

Drift- und
Diffusion

$$(H3) \quad \frac{\partial(-en)}{\partial t} + \nabla \vec{J}_n = -e(g_n - r_n)$$

$$(H4) \quad \frac{\partial(ep)}{\partial t} + \nabla \vec{J}_p = e(g_p - r_p)$$

Kontinuitäts-
gleichungen

$$(H5) \quad \Delta \varphi = -\frac{e}{\epsilon \epsilon_0} (p - n + n_D^+ - n_A^-); \quad \vec{E} = -\nabla \varphi$$

Poisson-
Gleichung

Übersicht über die Vorlesung

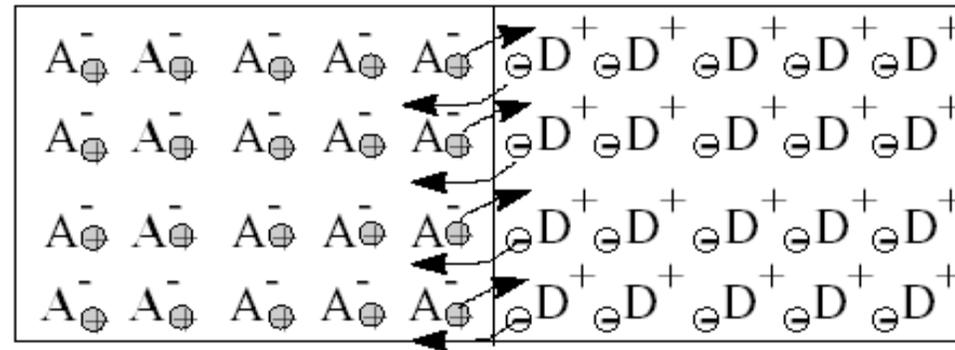
1. **Grundlagen der Quantenmechanik**
2. **Elektronische Zustände**
3. **Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente**
4. **Elektronen in Kristallen**
5. **Halbleiter**
6. **Quantenstatistik für Ladungsträger**
7. **Dotierte Halbleiter**
8. **Halbleiter im Nichtgleichgewicht**
 - 8.1 Der Driftstrom
 - 8.2 Der Diffusionsstrom
 - 8.3 Generation und Rekombination
 - 8.4 Halbleitergrundgleichungen
9. **Der pn-Übergang**

Raumladungszone am pn-Übergang

Diffusionsströme:

- Elektronen diffundieren aus dem n-HL und hinterlassen *positiv* geladene Donatoren.
- Löcher diffundieren aus dem p-HL und hinterlassen *negativ* geladene Akzeptoren.

← p-dotiert → ↔ n-dotiert →

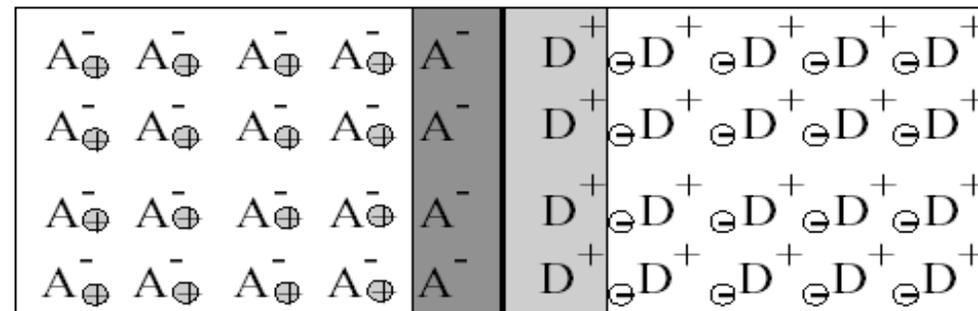


⊕ Loch

⊖ Elektron

Es bildet sich eine Raumladungszone (RLZ):

- In einer RLZ ist $\rho \neq 0$.
- Positive Raumladung $\rho > 0$ im n-HL.
- Negative Raumladung $\rho < 0$ im p-HL.



⊕ Loch

⊖ Elektron

negative

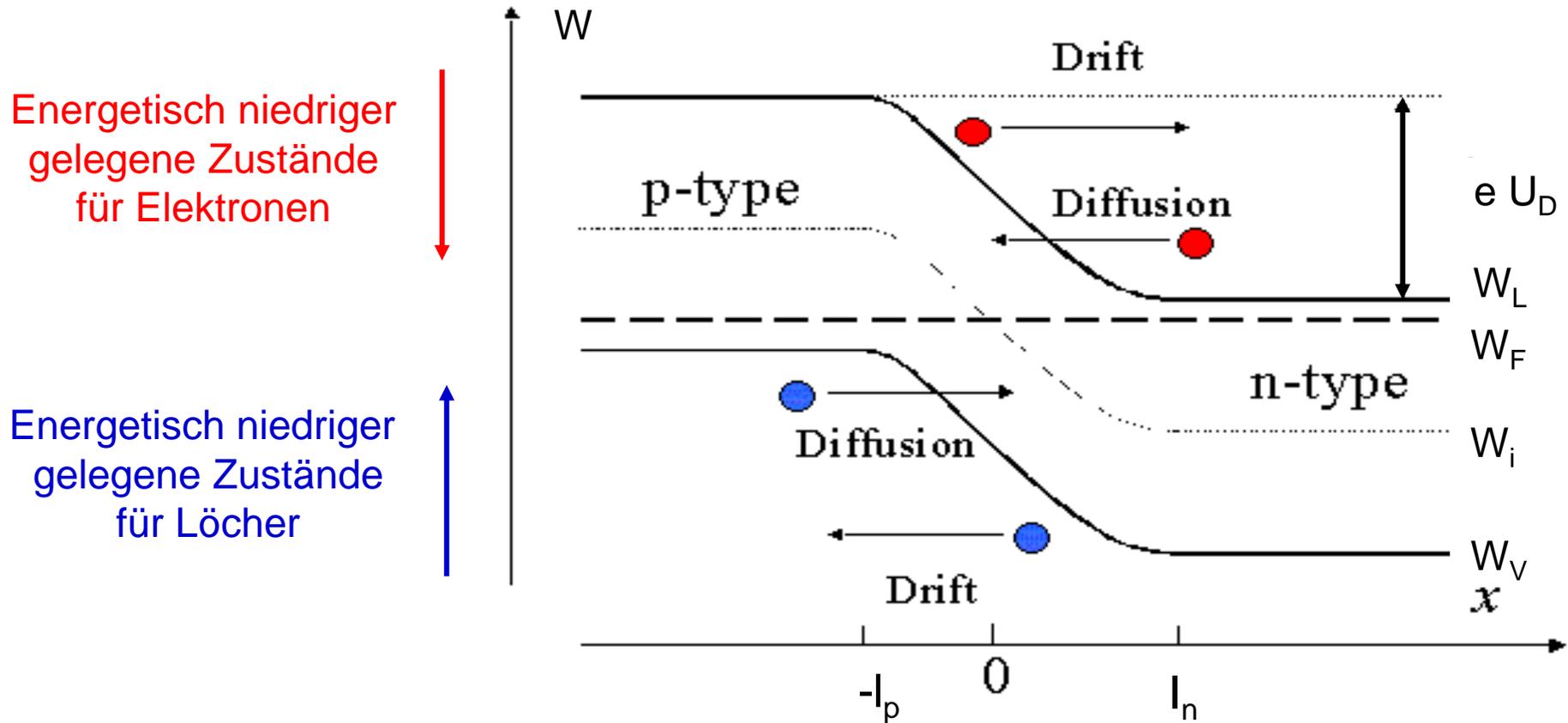
positive

Ladungsdichte

Durch die neue Ladungsverteilung

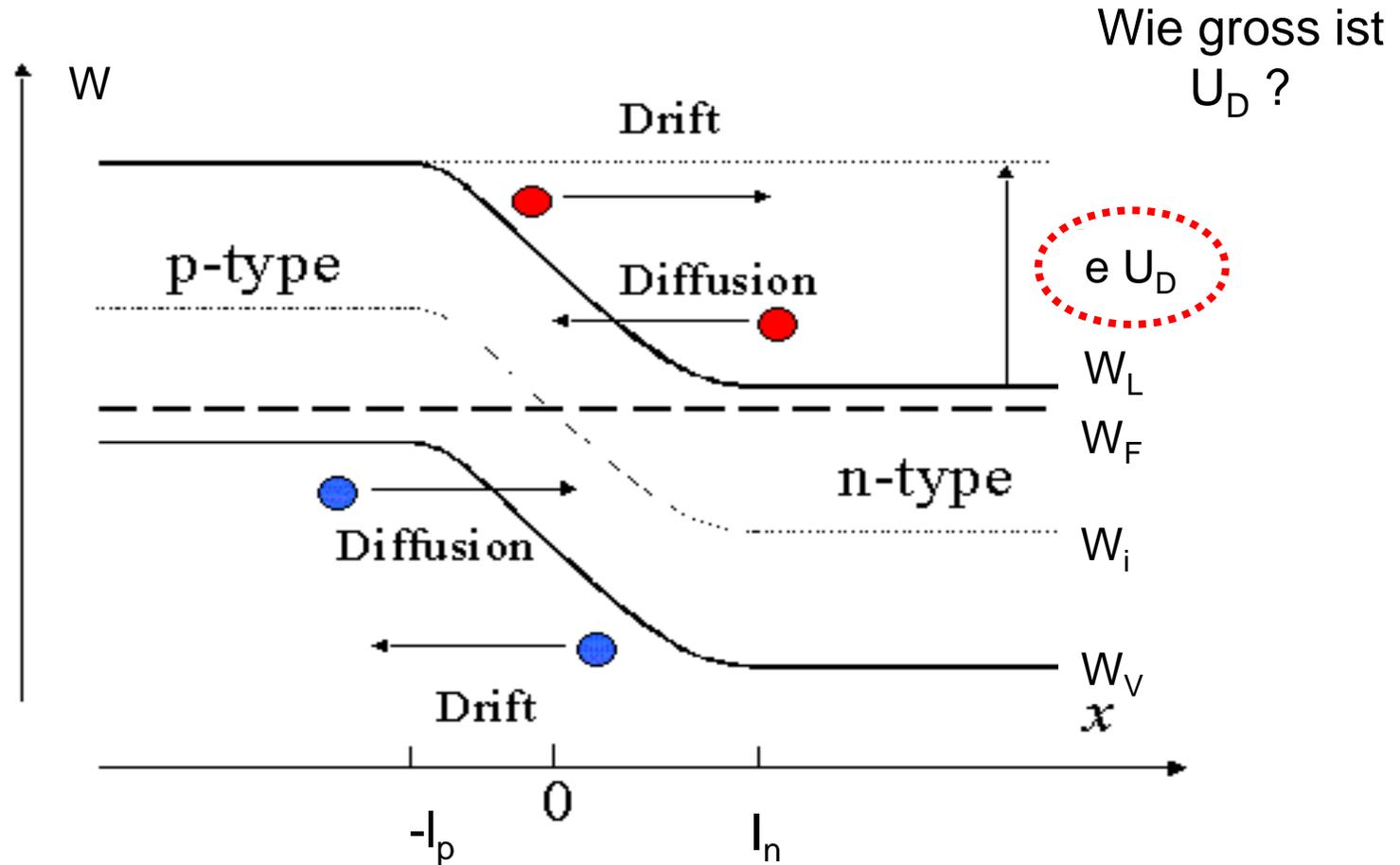
wird ein E-Feld aufgebaut, das einen Driftstrom der Ladungsträger bewirkt, der wiederum dem Diffusionsstrom entgegenwirkt.

Banddiagramm des pn-Übergangs



- Das $W(x)$ -Banddiagramm zeigt die erlaubten Zustände der Ladungsträger als eine Funktion der Energie und des Ortes.
- Im Gleichgewicht kompensieren sich Drift- und Diffusionsstrom gerade.

Diffusionsspannung ?



Diffusionsspannung U_D

Die Diffusionsspannung wird ein entscheidender Parameter für die Beschreibung der nichtlinearen Kennlinie einer Diode sein. Ziel ist es nun, die Diffusionsspannung auf die Materialparameter wie Bandlücke und Dotierungsdichten zurückzuführen.

Die Diffusionsspannung ergibt sich aus der energetischen Differenz der Leitungsbandunterkanten weit weg vom pn-Übergang:

$$eU_D = W_L(-\infty) - W_L(\infty)$$

Für die Ladungsträgerdichten weit weg vom pn-Übergang gilt bei *Störstellenerschöpfung*:

$$(1) \quad p_p = N_V \exp\left(-\frac{W_F - W_V(-\infty)}{kT}\right) = n_A$$

$$(2) \quad n_n = N_L \exp\left(-\frac{W_L(\infty) - W_F}{kT}\right) = n_D$$

Diffusionsspannung U_D

Multiplikation von (1) und (2) ergibt:
$$n_A n_D = N_L N_V \exp\left(-\frac{W_L(\infty) - W_V(-\infty)}{kT}\right)$$

Mit $W_V = W_L - W_G$ folgt:
$$n_A n_D = \underbrace{N_L N_V \exp\left(-\frac{W_G}{kT}\right)}_{=n_i^2 \text{ (gemäß Massenwirkungsgesetz)}} \exp\left(\underbrace{-\frac{W_L(\infty) - W_L(-\infty)}{kT}}_{\frac{eU_D}{kT}}\right)$$

Auflösen nach U_D ergibt:
$$U_D = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{n_A n_D}{n_i^2}\right)$$

Damit ist die Diffusionsspannung auf die intrinsische Ladungsträgerkonzentration und auf die Konzentrationen der Dotieratome (beides Materialparameter) zurückgeführt.

Diffusionsspannungen

$$U_D = U_T \ln \left(\frac{n_A n_D}{n_i^2} \right)$$

$$U_T = \frac{kT}{e}$$

$$n_i^2(T) =$$

$$N_L N_V \exp \left(-\frac{W_G}{kT} \right)$$

T = 300 K	Ge	Si	GaAs
n_i^2/cm^{-6}	$5,8 \cdot 10^{26}$	$2,1 \cdot 10^{20}$	$3,2 \cdot 10^{12}$
n_A/cm^{-3}	10^{15}	10^{15}	10^{15}
n_D/cm^{-3}	10^{15}	10^{15}	10^{15}
U_D/V	0,18	0,56	1,0
n_A/cm^{-3}	10^{15}	10^{15}	10^{15}
n_D/cm^{-3}	10^{18}	10^{18}	10^{18}
U_D/V	0,36	0,73	1,18
n_A/cm^{-3}	10^{18}	10^{18}	10^{18}
n_D/cm^{-3}	10^{18}	10^{18}	10^{18}
U_D/V	0,53	0,90	1,35

- Die Diffusionsspannung hängt nur schwach von der Temperatur ab.
- Die Diffusionsspannung hängt nur schwach von den Dotierungen ab.
- Mit wachsender Dotierung geht

$$U_D \rightarrow E_g/e$$

Diffusionsspannung

- Die Diffusionsspannung ist nicht an den Enden der p- und n-Zonen messbar !!
 - Meßbar ist nur die Differenz des elektrochemischen Potentials (des Fermi-Niveaus).
 - Dieses ist links und rechts exakt auf dem gleichen Niveau, daher kann keine Spannung abgegriffen werden.
 - Wenn z.B. Metallkontakte aufgesetzt werden zur Spannungsmessung, so bilden sich wieder Diffusionsspannungen, die die eingebaute Spannung gerade kompensieren.

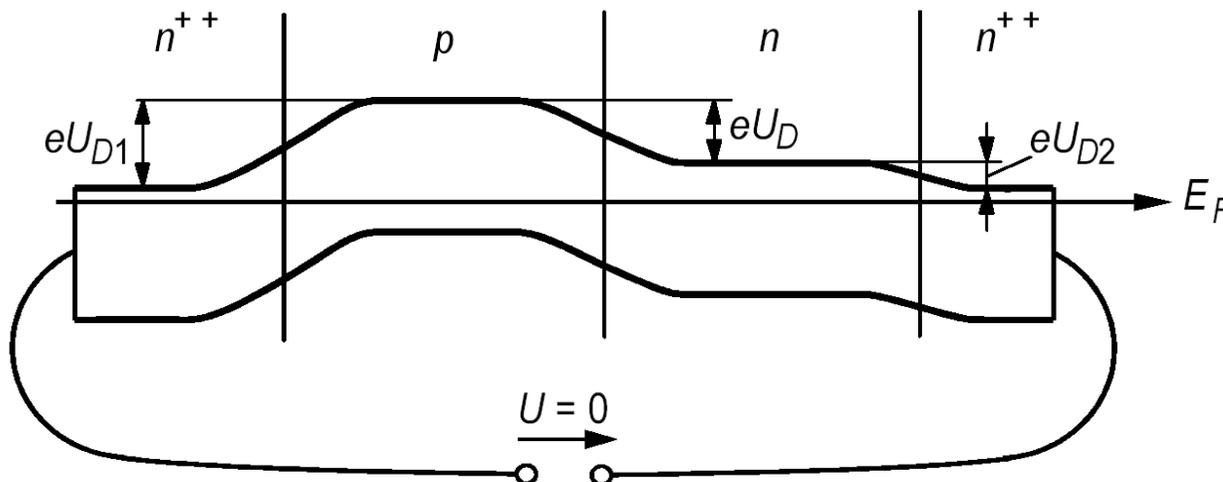
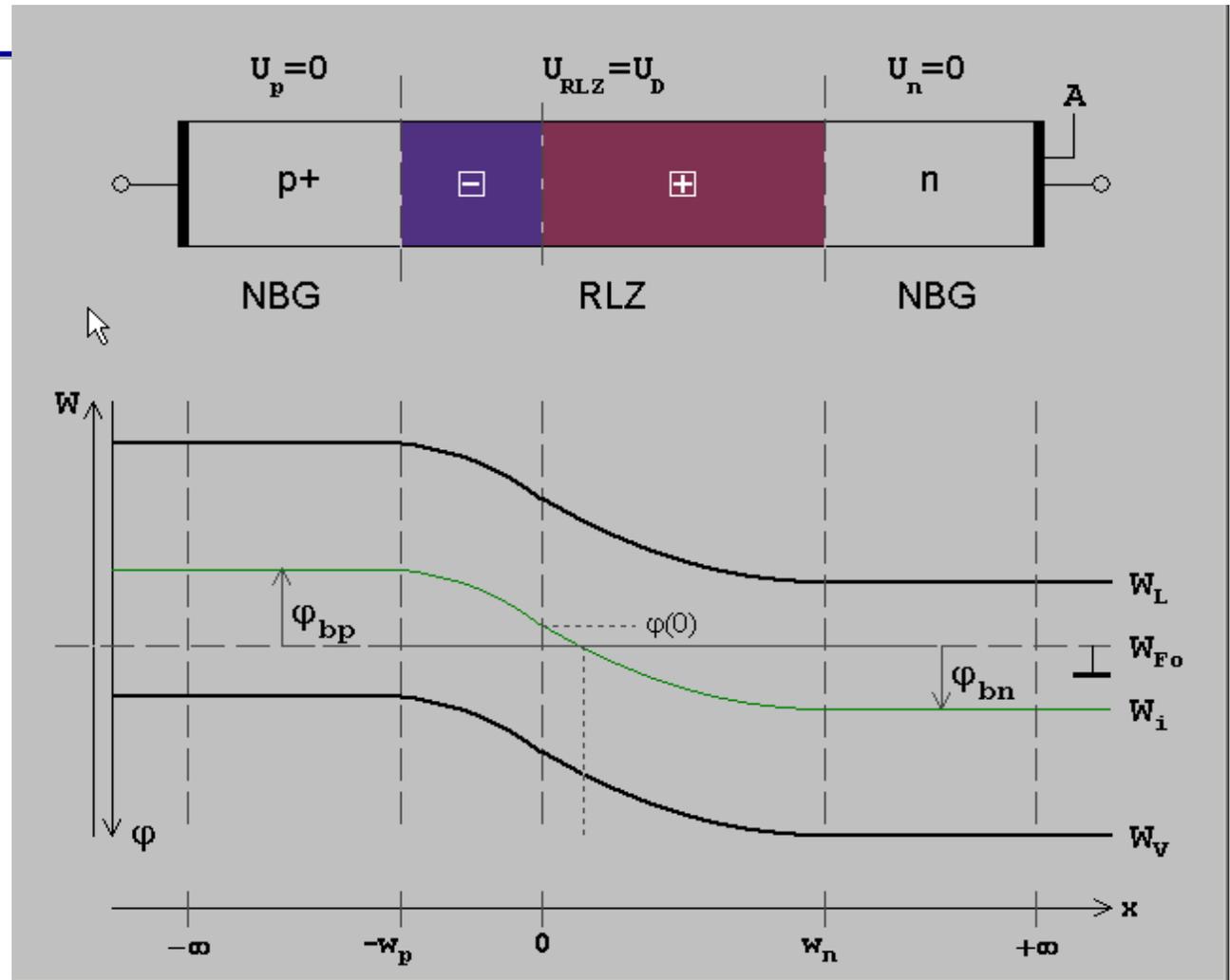


Abb: Spannungsmessung mit zwei n^{++} -dotierten Bereichen

Übersicht über die Vorlesung

1. **Grundlagen der Quantenmechanik**
2. **Elektronische Zustände**
3. **Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente**
4. **Elektronen in Kristallen**
5. **Halbleiter**
6. **Quantenstatistik für Ladungsträger**
7. **Dotierte Halbleiter**
8. **Halbleiter im Nichtgleichgewicht**
9. **Der pn-Übergang**

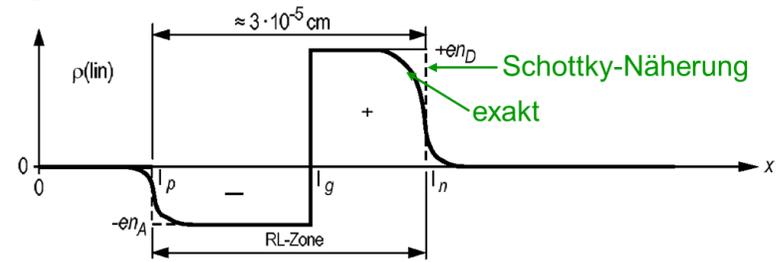
Die pn-Diode



Für eine quantitative Modellierung der pn-Diode fehlt jetzt „nur“ noch der Potentialverlauf und die Größe der Raumladungszone

Schottky-Modell der pn-Diode

- Annahme: Räumlich abrupter Übergang von neutralen zu vollständig ionisierten Störstellen

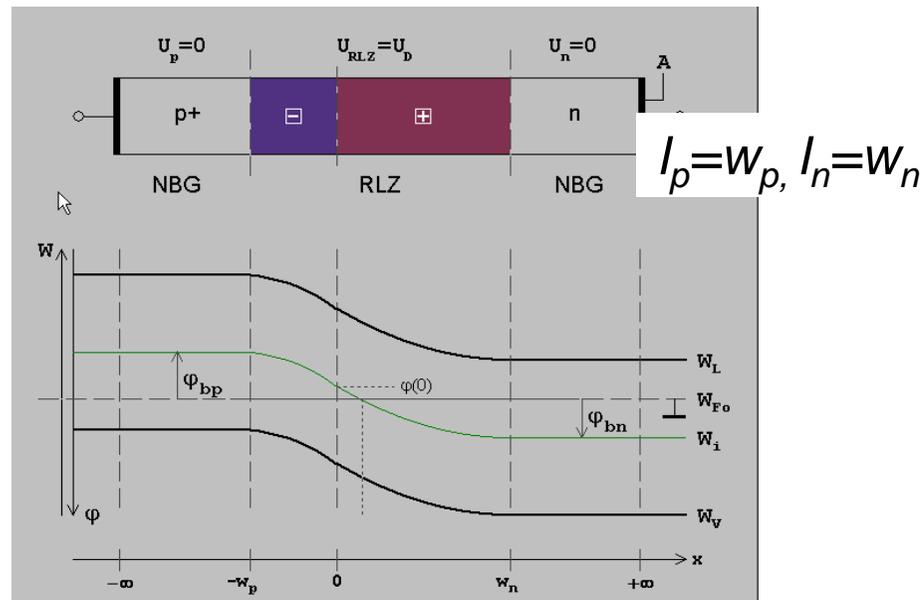


$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & : x \leq -l_p \\ -en_A & : -l_p < x \leq 0 \\ en_D & : 0 < x \leq l_n \\ 0 & : x > l_n \end{cases}$$

$N_{A(D)}$: Dichte der Akzeptor- (Donator-) Atome

Insgesamt Ladungsneutralität:

$$n_A \cdot l_p = n_D l_n$$



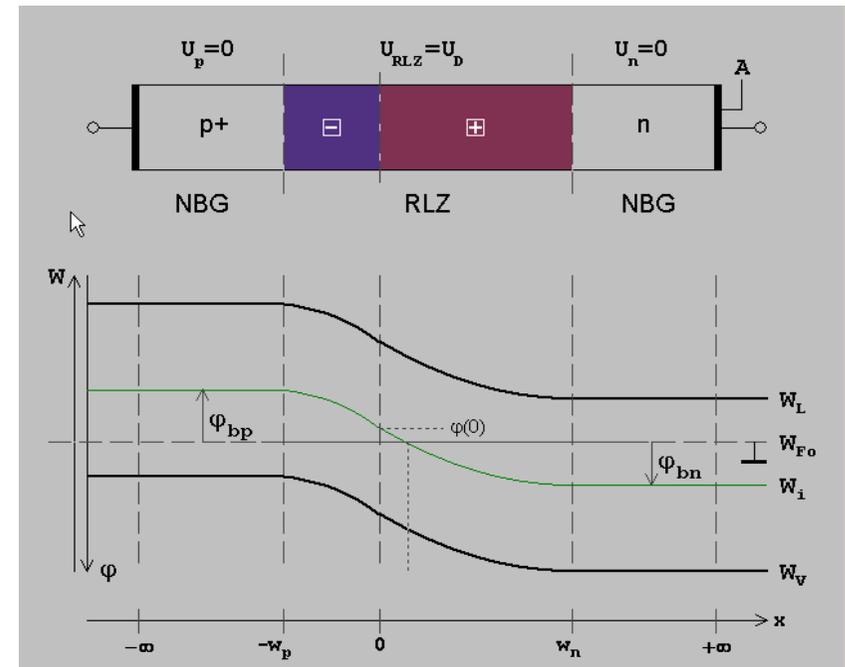
Berechnung des Bandverlaufs

Berechnung des Bandverlaufs durch Integration der Poisson-Glg.:

$$(H5) \quad \Delta\varphi = -\frac{e}{\varepsilon\varepsilon_0} (p - n + n_D^+ - n_A^-); \quad \vec{E} = -\nabla\varphi$$

$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & : x \leq -l_p \\ -en_A & : -l_p < x \leq 0 \\ en_D & : 0 < x \leq l_n \\ 0 & : x > l_n \end{cases}$$

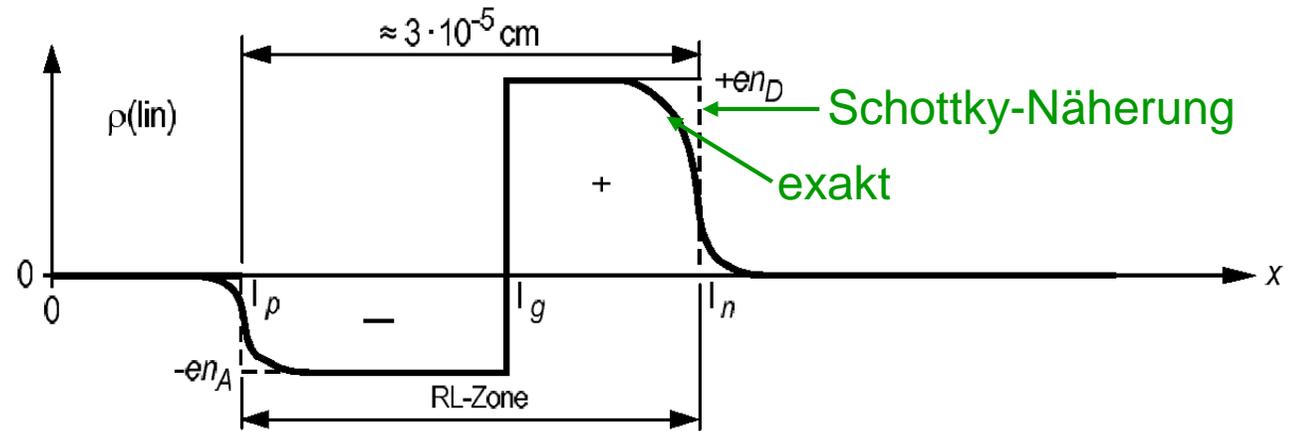
$$\frac{\partial^2\varphi(x)}{\partial x^2} = -\frac{\partial E(x)}{\partial x} = \frac{-1}{\varepsilon\varepsilon_0} \begin{cases} 0 & : x \leq -l_p \\ -en_A & : -l_p < x \leq 0 \\ en_D & : 0 < x \leq l_n \\ 0 & : x > l_n \end{cases}$$



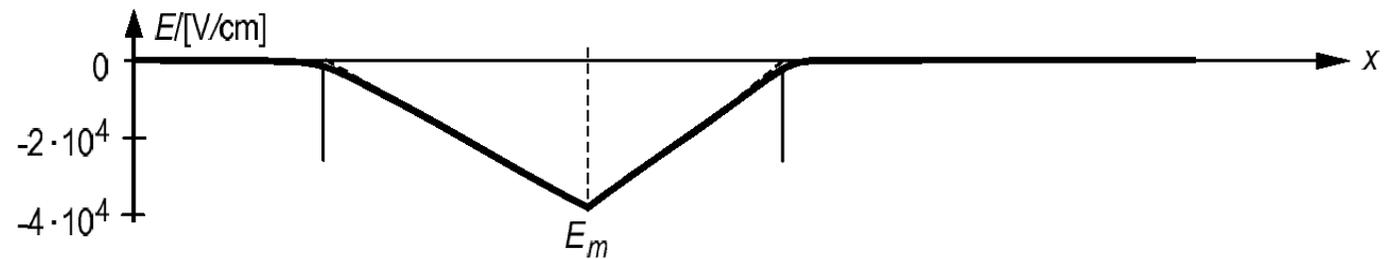
$$\rho_p = -en_A$$

$$\rho_n = en_D$$

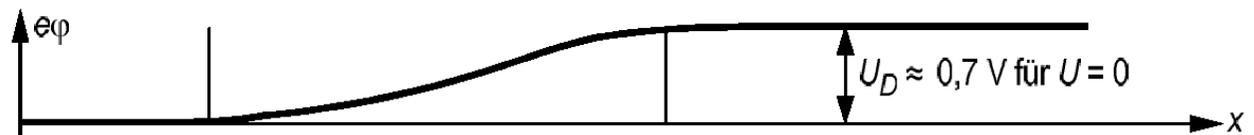
Schottky-Näherung



$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon_r \epsilon_0} \quad E(x) = -\frac{en_A}{\epsilon_r \epsilon_0} (x + l_p) \quad \left| \quad E(x) = \frac{en_D}{\epsilon_r \epsilon_0} (x - l_n)$$



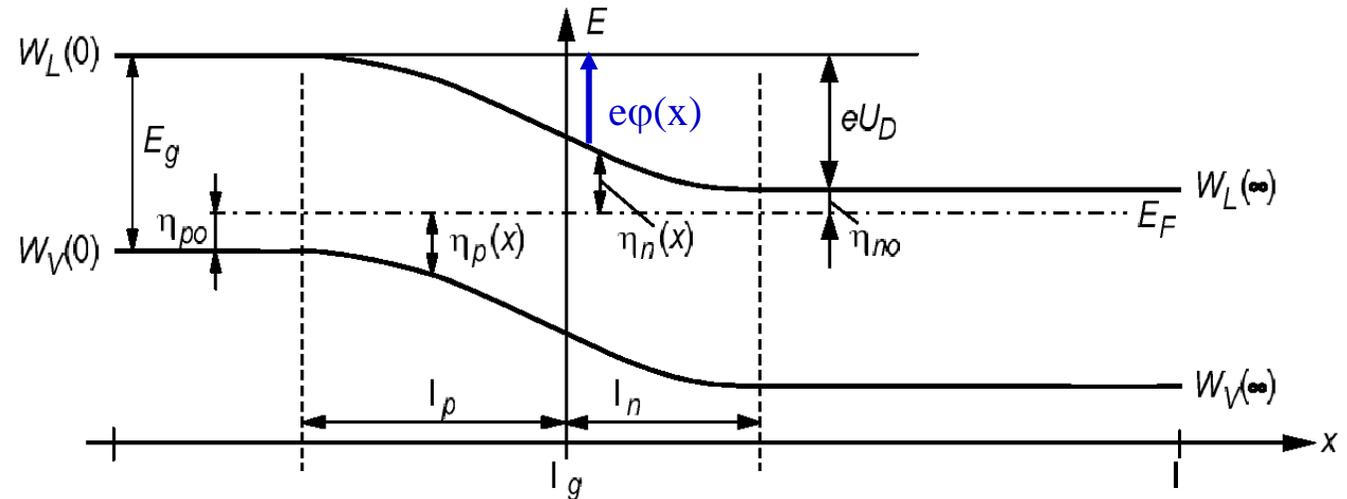
$$\varphi(x) = -\int_{x_1}^{x_2} E(x) dx - \varphi_0 \quad \varphi(x) = \frac{en_A}{2\epsilon\epsilon_0} (x + l_p)^2 \quad \left| \quad \varphi(x) = -\frac{en_D}{2\epsilon\epsilon_0} (x - l_n)^2 + U_D$$



Berechnung des Bandverlaufs

$$W_L(x) = W_L(-\infty) - e\varphi(x)$$

$$W_V(x) = W_V(-\infty) - e\varphi(x)$$



Für eine quantitative Beschreibung der Kennlinie und für das Ersatzschaltbild (insbesondere Kapazität) ist die Kenntnis der Ausdehnung $l_p + l_n$ der Raumladungszone von großer Bedeutung. l_p und l_n sind allerdings bisher nur im Rahmen der Näherung Schottky-Modell als zusätzliche Parameter ins Spiel gekommen, ohne diese auf schon bekannte Halbleiterparameter zurückzuführen.

Die Ausdehnung kann aber nun berechnet werden. Hierzu wird die Ladungsneutralität ausgenutzt, sowie berücksichtigt, dass das elektrische Potential bei $x=0$ stetig sein muss:

Ausdehnung der RLZ

Ladungsneutralität:
$$n_D I_n = n_A I_p \Rightarrow I_p^2 = \frac{n_D^2}{n_A^2} I_n^2 \quad (4)$$

Für den Potentialverlauf im p- bzw. im n-Bereich wurden oben explizite Ausdrücke abgeleitet. Aus der Forderung nach Stetigkeit von $\varphi(x)$ an der Stelle $x=0$ folgt:

$$\frac{en_A}{2\epsilon\epsilon_0} I_p^2 = -\frac{en_D}{2\epsilon\epsilon_0} I_n^2 + U_D$$

Durch Ausnutzen der Neutralitätsbedingung (4) kommt man zu:

$$I_n^2 \left(\frac{en_A}{2\epsilon\epsilon_0} \frac{n_D^2}{n_A^2} + \frac{en_D}{2\epsilon\epsilon_0} \right) = U_D$$

Auflösen nach I_n liefert dann:

$$I_n = \sqrt{\frac{2\epsilon\epsilon_0 U_D}{e} \frac{\frac{n_A}{n_D}}{n_D + n_A}}$$

Ebenso kann dann I_p bestimmt werden:

$$I_p = \sqrt{\frac{2\epsilon\epsilon_0 U_D}{e} \frac{\frac{n_D}{n_A}}{n_D + n_A}}$$

Ausdehnung der RLZ

Die Gesamtausdehnung der Raumladungszone ergibt sich dann als Summe der einzelnen Breiten der RLZs:

Mit ein bisschen
Bruchrechnung kommt man zu:

$$l = l_p + l_n = \dots = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0 U_D}{e}} \sqrt{\frac{1}{n_D} + \frac{1}{n_A}}$$

Generell gilt also, dass die RLZ umso dünner ist, je stärker die Dotierung der Halbleitermaterialien ist.

Die nachfolgende Tabelle gibt einige konkrete Zahlenwerte für gängige Halbleitermaterialien an.

Ausdehnung der Raumladungszone

- Die Gesamtausdehnung der RLZ ist:

$$l = l_p + l_n = \sqrt{\frac{2\varepsilon_r\varepsilon_0}{e}U_D \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_D} \right)}$$

- Die Ausdehnung teilt sich wie folgt auf den n-HL und den p-HL auf:

$$l_p = l \frac{n_D}{n_A + n_D} \quad l_n = l \frac{n_A}{n_A + n_D}$$

- Je nach Dotierung betragen die Ausdehnungen wenige Nanometer bis zu Mikrometern.
- Ist ein HL wesentlich schwächer dotiert als der andere, befindet sich die RLZ fast ausschließlich im schwach dotierten HL.

$T = 300 \text{ K}$	Ge	Si	GaAs
ε_r	16	11,9	13,1
n_A/cm^{-3}	10^{15}	10^{15}	10^{15}
n_D/cm^{-3}	10^{15}	10^{15}	10^{15}
U_D/V	0,18	0,56	1,0
$l_p/\mu\text{m}$	0,4	0,6	0,85
$l_n/\mu\text{m}$	0,4	0,6	0,85
n_A/cm^{-3}	10^{15}	10^{15}	10^{15}
n_D/cm^{-3}	10^{18}	10^{18}	10^{18}
U_D/V	0,36	0,73	1,18
$l_p/\mu\text{m}$	0,8	1	1,3
$l_n/\mu\text{m}$	0,0008	0,001	0,0013
n_A/cm^{-3}	10^{18}	10^{18}	10^{18}
n_D/cm^{-3}	10^{18}	10^{18}	10^{18}
U_D/V	0,53	0,9	1,35
$l_p/\mu\text{m}$	0,02	0,02	0,03
$l_n/\mu\text{m}$	0,02	0,02	0,03

