Lichttechnisches Institut
Universität Karlsruhe
Prof. Dr. rer. nat. Uli Lemmer
Kaiserstrasse 12
76131 Karlsruhe

Festkörperelektronik
Klausur
20. September 2005

Name: ....

Vorname: ....

Matrikelnummer: ....

Erreichte Punktzahl: ....

Note: ....

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Σ
Punkte										
Max	8	5	6	4	3	3	9	5	5	48

Bitte beachten Sie:

- Zugelassene Hilfsmittel: Nicht-programmierbarer Taschenrechner, 1 Blatt (2 Seiten) eigene handschriftliche Notizen, ausgeteilte Formelsammlung.
- Maximal erreichbare Punktzahl: 48, zum Bestehen notwendige Punktzahl: 24.
- In eckigen Klammern angegebene Zahlen sind die erreichbaren Punkte je (Teil-)Aufgabe.
- Prüfungsdauer: 120 min.
- Bitte schreiben Sie auf **jedes** Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. Blätter ohne Namen und Matrikelnummer können bei der Korrektur **keine** Berücksichtigung finden!
- Bitte legen Sie Ihren Studentenausweis während der Klausur bereit.
- Es werden nur Aufgaben gewertet, die auf von der Uni gestelltem Papier bearbeitet wurden. Sollte Ihnen das ausgehändigte Papier nicht ausreichen, wenden Sie sich an die Betreuer.
- Bitte nur mit dokumentenechten Stiften schreiben (kein Bleistift!).
- Versehen Sie bitte jede Aufgabe, die Sie auf einem Zusatzblatt (weiter) bearbeiten, mit einem Hinweis. Sie erleichtern damit die Korrektur.

1. **Silizium**

   (a) Skizzieren und benennen Sie die Kristallstruktur von Silizium. [2P]

   (b) Wie läßt sich die Kristallstruktur experimentell überprüfen? [1P]

   (c) Skizzieren Sie die vereinfachte Bandstruktur $E(k)$ von Silizium. [1P]

   (d) Betrachten Sie einen mit Phosphor dotierten Silizium-Kristall. Zeigen Sie, daß bei Raumtemperatur quasi alle Störstellen ionisiert sind. Die Bandlücke von Silizium betrage 1,1 eV. Die Störstellen liegen 0,044 eV von der Leitungsbandkante entfernt. (Die effektive Masse der Löcher entspreche der effektiven Masse der Elektronen.) [2P]

   (e) Das Potential $E(k) = 1\,\mathrm{eV} \cdot (2 + \cos(\frac{ka}{2}))$ beschreibt näherungsweise einen Teil des Leitungsbandes von Silizium. Bestimmen Sie die effektive Masse und die Geschwindigkeit der Elektronen bei $k = 0$ in Abhängigkeit von der Gitterkonstanten a. [2P]

2. **pn-Übergang unter Bestrahlung**

   (a) Betrachten Sie einen pn-Übergang als Photodetektor. Beschreiben Sie den Mechanismus von der Absorption von Photonen bis hin zum Aufbau einer von außen meßbaren Spannung. [2P]

   (b) Wovon (wie?) hängt es ab, welche Licht-Wellenlängen absorbiert werden können? [1P]

   (c) Was versteht man unter einer Raumladungszone in einem pn-Übergang. [1P]

   (d) Woran erkennt man an einem Banddiagramm, daß sich ein pn-Übergang im Gleichgewicht befindet? [1P]

3. **Fermi-Energie**

   (a) Wie ist die Fermi-Energie definiert? [1P]

   (b) Wie verhält sich die Fermi-Energie im undotierten Halbleiter mit steigender Temperatur (Begründung)? [2P]

   (c) Wie verhält sich die Fermi-Energie im p-dotierten Halbleiter mit steigender Temperatur (Begründung)? [2P]

   (d) Wo liegt die Fermi-Energie in einem Metall? [1P]

4. **Begriffsklärung**
   Erklären Sie die folgenden Begriffe:
   (a) Orthonormierung quantenmechanischer Zustände [1P]
   (b) Bindender und antibindender Zustand [1P]
   (c) Kovalente Bindung [1P]
   (d) Majoritätsladungsträger [1P]

5. **Quantenzahlen**

   (a) Was sagen die Quantenzahlen n, l, m, m_s über Elektronen in einem Atom aus? Welche Werte können diese Quantenzahlen jeweils annehmen? [2P]

   (b) Inwiefern kann man in Hinblick auf diese Quantenzahlen von Entartung sprechen? [1P]

6. **Quantenmechanik**
   Beschreiben Sie ein Experiment, dessen Ergebnis sich nicht mit der klassischen Physik erklären läßt, und das zwingend mit den Vorstellungen der Quantenmechanik erörtert werden muß. Zeigen Sie dabei explizit die Grenzen der klassischen Physik auf. [3P]

7. **Parabelpotential**

(a) Geben Sie die Energie-Eigenwerte zum Hamilton-Operator $\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2$ an. [1P]

(b) Skizzieren Sie das zugrunde liegende Potential und die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten der Elektronen in den niedrigsten drei Zuständen. [2P]

(c) Hat die Schrödinger-Gleichung für den gegebenen Hamilton-Operator uneigentliche Lösungen? [1P]
Falls nein: Kennen Sie ein anderes Potential mit uneigentlichen Lösungen? Wie sehen diese aus?
Falls ja: Welche?

(d) Geben Sie den Erwartungswert des Impulsoperators an (Begründung!). [1P]

(e) Berechnen Sie den Erwartungswert des Operators $\hat{p}^2$ im Grundzustand. [2P]

(f) Berechnen Sie die Zustandsdichte $D(E)$ im harmonischen Oszillator. [2P]

8. **Potentialgebiet**
Sei $V_0 > 0$ und

$$V(x) = \begin{cases} 0 & : \quad x < 0 & \text{Bereich I} \\ V_0 & : \quad 0 \leq x \leq d & \text{Bereich II} \\ 0 & : \quad d < x & \text{Bereich III} \end{cases}$$

(a) Skizzieren Sie das Potential und die Wellenfunktion eines von rechts einlaufenden Elektrons mit der Energie (i) $E_1 > V_0$ und (ii) $E_2 < V_0$ über dem gesamten Potentialgebiet. [2P]

(b) Bestimmen Sie die Wellenzahlen k_I, k_{II} und k_{III} eines Elektrons in den angegebenen Potentialgebieten in Abhängigkeit der Energie des Elektrons. [2P]

(c) Welchen Bedingungen müssen die Wellenfunktionen an den Stellen x=0 bzw. x=d genügen? [1P]

9. **Ladungsträgerdynamik im Halbleiter**
Ein einheitlich stark p-dotierter Halbleiter wird zur Zeit t=0 bei Raumtemperatur plötzlich mit Licht bestrahlt. Die Lebensdauer der angeregten Elektronen betrage $\tau_n = 10^{-6}$ s. Jede Sekunde werden 10^{17} Elektronen pro Kubikzentimeter homogen im ganzen Kristall angeregt. Betrachten Sie im Folgenden nur die durch Licht angeregten Elektronen.

   (a) Welche Elektronendichte stellt sich im Kristall nach einiger Zeit ein? [1P]

   (b) Welche Differentialgleichung beschreibt die Ladungsträgerdynamik n(t)? [1P]

   (c) Vereinfachen Sie diese Differentialgleichung mit den Angaben in der Aufgabenstellung. [1P]

   (d) Lösen Sie die Differentialgleichung und leiten Sie einen Ausdruck für die Dichte der Elektronen im Kristall n=n(t) für t>0 her. [2P]

Konstanten

Planck'sches Wirkunkungsquantum	h	$=$	$6.6260755 \cdot 10^{-34}$	$\mathrm{J\,s}$
	$\hbar$	$=$	$\frac{h}{2\pi} = 1.0545726 \cdot 10^{-34}$	$\mathrm{J\,s}$
Avogadro-Konstante	N_A	$=$	$6.0221367 \cdot 10^{23}$	$\mathrm{mol^{-1}}$
Bohr'scher Radius	a_0	$=$	$5.2917725 \cdot 10^{-11}$	m
Elementarladung	e	$=$	$1.60217733 \cdot 10^{-19}$	$\mathrm{A\,s}$
Atomare Masseneinheit	u	$=$	$1.6605402 \cdot 10^{-27}$	kg
Elektronenmasse	m_e	$=$	$9.1093897 \cdot 10^{-31}$	kg
Protonenmasse	m_p	$=$	$1.6726231 \cdot 10^{-27}$	kg
Neutronenmasse	m_n	$=$	$1.6749286 \cdot 10^{-27}$	kg
Dielektrizitätskonstante	ϵ_0	$=$	$8.854187817 \cdot 10^{-12}$	$\mathrm{A\,s\,V^{-1}\,m^{-1}}$
Permeabilitätskonstante	μ_0	$=$	$4\pi \cdot 10^{-7}$	$\mathrm{V\,s\,A^{-1}\,m^{-1}}$
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	$=$	299792458	$\mathrm{m\,s^{-1}}$
Boltzmann-Konstante	k_B	$=$	$1.380658 \cdot 10^{-23}$	$\mathrm{J\,K^{-1}}$
Kreiszahl	π	$=$	3.141592654	
Euler'sche Zahl	e	$=$	2.718281828	

Konversion von Einheiten

Atomare Masseneinheit	$\rightarrow$ Kilogramm	$1\,\mathrm{u} = 1.6605402 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$
Elektronenvolt	$\rightarrow$ Joule	$1\,\mathrm{eV} = 1.60217733 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$

Taylor-Reihe

Entwicklung einer Funktion $f(x)$ in einer Taylor-Reihe um x_0:

$$f(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{f^{(i)}(x_0)}{i!}(x - x_0)^i$$

Hermite´sche Polynome

$$H_0(x) = 1, \quad H_1(x) = 2x, \quad H_2(x) = 4x^2 - 2, \quad H_3(x) = 8x^3 - 12x$$

bitte wenden ...

Integrale

$$
\begin{aligned}
\int (\sin ax)^2 \; dx &= \frac{1}{2}x - \frac{1}{4a}\sin 2ax \\
\int (\cos ax)^2 \; dx &= \frac{1}{2}x + \frac{1}{4a}\sin 2ax \\
\int \sin ax \cos ax \, dx &= \frac{1}{2a}(\sin ax)^2 \\
\int x (\sin ax)^2 \; dx &= \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4a}x \sin 2ax - \frac{1}{8a^2}\cos 2ax
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} dx &= \sqrt{\frac{\pi}{a}} \\
\int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-ax^2} dx &= 0 \\
\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-ax^2} dx &= \frac{1}{2a}\sqrt{\frac{\pi}{a}}
\end{aligned}
$$

Additionstheoreme

$$
\begin{aligned}
\sin(\alpha+\beta) &= \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta \\
\cos(\alpha+\beta) &= \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta \\
\sin 2\alpha &= 2\sin\alpha\cos\alpha \\
\cos 2\alpha &= \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\
\sin\alpha\sin\beta &= \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)\right] \\
\cos\alpha\cos\beta &= \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)\right] \\
\sin\alpha\cos\beta &= \frac{1}{2}\left[\sin(\alpha-\beta) + \sin(\alpha+\beta)\right] \\
\sin^2\alpha &= \frac{1}{2}(1-\cos 2\alpha) \\
\cos^2\alpha &= \frac{1}{2}(1+\cos 2\alpha)
\end{aligned}
$$