Lichttechnisches Institut
Universität Karlsruhe (TH)
Prof. Dr. rer. nat. Uli Lemmer
Engesserstraße 13
76131 Karlsruhe

Festkörperelektronik
Klausur
5. Oktober 2007

Name, Vorname: ....

Matrikelnummer: ....

E-Mail-Adresse: ....

Erreichte Punktzahl: ....

Note: ....

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Σ
Punkte								
Max	5,5	7	7	8	8,5	6,5	7,5	50

Bitte beachten Sie:

- Zugelassene Hilfsmittel: Nicht-programmierbarer Taschenrechner, 1 Blatt (2 Seiten) eigene handschriftliche Notizen, ausgeteilte Formelsammlung.
- Maximal erreichbare Punktzahl: 50, zum Bestehen notwendige Punktzahl: 20.
- In eckigen Klammern angegebene Zahlen sind die erreichbaren Punkte je (Teil-)Aufgabe.
- Prüfungsdauer: 120 min.
- Bitte schreiben Sie auf **jedes** Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. Blätter ohne Namen und Matrikelnummer können bei der Korrektur **keine** Berücksichtigung finden!
- Bitte legen Sie Ihren Studierendenausweis und Ihren Prüfungsschein während der Klausur bereit.
- Es werden nur Aufgaben gewertet, die auf gestelltem Papier bearbeitet wurden. Sollte Ihnen das ausgehändigte Papier nicht ausreichen, wenden Sie sich an die Betreuer.
- Bitte nur mit dokumentenechten Stiften schreiben (kein Bleistift!).
- Versehen Sie bitte jede Aufgabe, die Sie auf einem Zusatzblatt (weiter) bearbeiten, mit einem Hinweis. Sie erleichtern damit die Korrektur.
- Bei allen Rechnungen ist das Ergebnis bis auf die zweite signifikante Nachkommastelle anzugeben.

1. **Doppelspaltexperimente**

   (a) Erläutern Sie für eine ebene Welle die Bedeutung der folgenden Größen:

   - Wellenvektor
   - Phase
   - Amplitude
   - Phasengeschwindigkeit

   [je 0,5 P]

   (b) Was passiert beim Doppelspaltexperiment für Elektronen und Licht schwacher und hoher Intensität? Welche Schlüsse kann man daraus ziehen? [2,5 P]

   (c) In einem modifizierten Doppelspaltexperiment wird vor den unteren Spalt ein Plättchen gestellt, das die Polarisation des Lichts um 90° dreht. Das einfallende Licht sei linear in die x-Richtung polarisiert (siehe Abbildung 1). Da nun Licht, dass durch den oberen Spalt kommt orthogonal zum Licht polarisiert ist, dass den unteren Spalt passiert hat, kann man den Weg der Photonen am Schirm mit einer Polarisationsmessung rekonstruieren. Was erwarten Sie für die Intensitätsverteilung auf dem Schirm? [1 P]

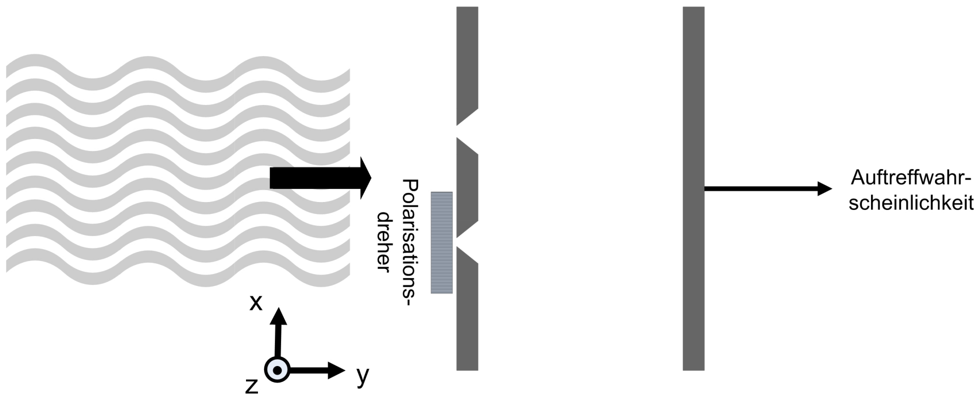

Abb. 1: Doppelspalt-Experiment mit polarisiertem Licht

2. **Tunneln**

(a) Eine ebene Elektronen-Welle mit der Energie 0,5 eV trifft eine unendlich dicke Potentialbarriere der Höhe 1 eV. Ist es wahrscheinlicher ein Elektron im ersten Angström der Barriere zu finden oder weiter innerhalb der Barriere? [2,5 P]

(b) Nun emittieren Sie die Elektronen gezielt aus einer Quelle im Abstand Q von der Barriere. Dabei kann man die Elektronen durch Gaußsche Materiewellenpakete beschreiben (siehe Abbildung 2). Skizzieren und erklären Sie die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten zu folgenden Zeitpunkten:

   i. kurz vorm Auftreffen der Pulsfront auf die Barriere.
   ii. beim Auftreffen des Maximums des Pulses auf die Barriere.
   iii. einige Zeit nach Auftreffen des Pulses auf die Barriere.

   Gehen Sie erneut von $W < V_0$ aus. [2,5 P]

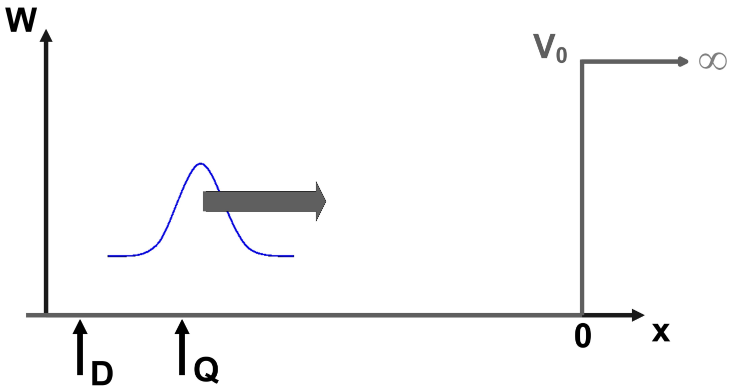

Abb. 2: Gaußsches Wellenpaket trifft auf Potentialbarriere

(c) Mit Hilfe eines Detektors im Abstand D von der Barriere können Sie Elektronen nachweisen, die Quelle der Elektronen ist in Aufgabenteil b) beschrieben. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird ein von der Quelle emittiertes Elektron detektiert? Was ändert sich, wenn die Barriere endlich ausgedehnt ist? [1 P]

(d) Wie können Sie abschätzen, wie viel Zeit von Emission bis zur Detektion eines reflektiertes Elektron vergeht? [1 P]

3. **Unendlicher Potentialtopf**

   (a) Skizzieren Sie die niedrigsten drei Energieniveaus (W_1, W_2, und W_3) in einem unendlichen Potentialtopf und die zugehörigen Wellenfunktionen. [2 P]

   (b) Ein Elektron befindet sich in einem Überlagerungszustand $\psi(x, t) = a\psi_1(x, t) + b\psi_2(x, t) + c\psi_3(x, t)$; $\psi_1(x, t)$, $\psi_2(x, t)$ und $\psi_3(x, t)$ seien die zeitabhängigen Lösungen der Schrödingergleichung für die niedrigsten drei Eigenenenergien mit den Konstanten a, b und c. Zeigen Sie, dass die Überlagerungsfunktion die (zeitabhängige) Schrödingergleichung löst. [2 P]

   (c) Wie müssen die Konstanten in b) gewählt werden, damit Sie bei einer Messung genau mit doppelt so hoher Wahrscheinlichkeit W_2 erhalten wie jeweils W_1 oder W_3? [1 P]

   (d) Stellen Sie die Gleichung auf, mir der Sie den Energieerwartungswert und den Ortserwartungswert für den Überlagerungszustand ψ nach b) errechnen können. Ist der Ortserwartunsgwert zeitabhängig? Bestimmen Sie den Energieerwartungswert, wenn die Konstanten die in c) ermittelten Werte besitzen. [2 P]

4. **Dreidimensionale Quantenpunkte**

   In der Nanotechnologie spielen 3-dimensionale Quantenpunkte eine wachsende Rolle. In erster Näherung entsprechen diese Punkte einem 3-dimensionalen Potentialtopf. Betrachten Sie einen würfelförmigen Quantenpunkt der Kantenlänge L.

   (a) Zeigen Sie, dass der Betrag des Wellenvektors $|\vec{k}|$ eines Elektrons im Quantenpunkt nur diskrete Werte annehmen kann und berechnen Sie diese. Nehmen Sie zur Vereinfachung des Problems außerhalb des Quantenpunktes ein Potential $V = \infty$ an. [2 P]

   (b) Zeigen Sie mit Hilfe der zeitunabhängigen Schrödingergleichung, dass gilt: $W(|\vec{k}|) = \frac{\hbar^2(k_x^2+k_y^2+k_z^2)}{2m}$. [2 P]

   (c) Bestimmen Sie die Quantenzahlen zur Energie $W = \frac{3\hbar^2\pi^2}{mL^2}$. Lassen sich die Quantenzahlen eindeutig bestimmen? [1 P]

   (d) Geben Sie die Formel für die Wahrscheinlichkeit an, daß sich ein Elektron in einem würfelförmigen Raumbereich genau in der Mitte des Quantenpunkts befindet, dessen Volumen einem Achtel des gesamten Quantenpunkts entspricht? Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit muss **nicht** berechnet werden! [1 P]

   (e) Beim Übergang eines Elektrons aus dem Zustand $n^* = (2, 1, 1)$ in den Zustand $n = (1, 1, 1)$ werde die frei werdende Energie in Form von infrarotem Licht emittiert. Die Quantenpunkte emittieren infrarotes Licht der Wellenlänge $\lambda = 3$ µm. Welche Kantenlänge L haben die Quantenpunkte? [1 P]

   (f) Beschreiben Sie den Prozess der Emission von Licht in einer Schicht Galliumarsenid. Welcher Parameter ist hier für die Wellenlänge des Lichts maßgeblich? [1 P]

5. **Elektronen in Kristallen**

(a) Nennen und beschreiben Sie zwei Methoden zur Herstellung von Halbleiterkristallen. [1 P]

(b) Wie berechnet man in einem intrinsischen Halbleiter mit bekannten Materialparametern und unter bekannten Bedingungen (Druck, Temperatur...) im thermodynamischen Gleichgewicht die Ladungsträgerdichte im Leitungsband? Geben Sie die Formel an und beschreiben Sie die nötigen Schritte zu ihrer Herleitung. Welche Annahmen und Näherungen werden gemacht? [2 P]

(c) Berechnen Sie die Ladungsträgerdichten in einem Silizium-Plättchen, das mit 10^{14} Bor-Atomen pro Kubikzentimeter dotiert ist für $T_1 = 300$ K und für $T_2 = 470$ K. Bor ist ein Element der 3. Hauptgruppe und bildet in Silizium ein Energieniveau, das 0,045 eV von der Bandkante entfernt liegt. Bei 300 K entspricht die effektive Masse der Elektronen im Leitungsband der Masse des freien Elektrons und die effektive Masse der Löcher $0,8 \cdot m_e$, bei 470 K ist die Elektronenmasse $1,24 \cdot m_e$ und die Löchermasse $0,88 \cdot m_e$. Gehen Sie zunächst von einem Ferminiveau in der Mitte der Bandlücke aus. Hinweis: $2\left(\frac{kT_1}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} = 2,92 \cdot 10^{-70}\,\mathrm{m}^{-3}\mathrm{kg}^{-3/2}$ [4,5 P]

(d) Berechnen Sie bei 300 K die Lage des intrinsischen Ferminiveaus und des Ferminiveaus des dotierten Halbleiters. [1 P]

6. **Ströme in Halbleitern**

(a) Beschreiben Sie die typischen Veränderungen der Beweglichkeit und der Ladungsträgerkonzentration mit der Temperatur in einem Halbleiter. Was folgt daraus für die Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit? [1 P]

(b) Ein lateral gaußförmiger Laserstrahl wird in einem kubischen undotierten Galliumarsenid-Plättchen mit Kantenlänge L absorbiert (siehe Abbildung 3). Dadurch entsteht ein ebenfalls gaußförmiges Profil von Elektronen-Loch-Paaren der Form $n(x,\, y) = p(x,\, y) = g_0 \exp\left(-\left(\frac{(x-L/2)^2}{2\sigma_x^2} + \frac{(y-L/2)^2}{2\sigma_y^2}\right)\right)$. Berechnen Sie einen Ausdruck für den Diffusionsstrom in diesem Moment. [2 P]

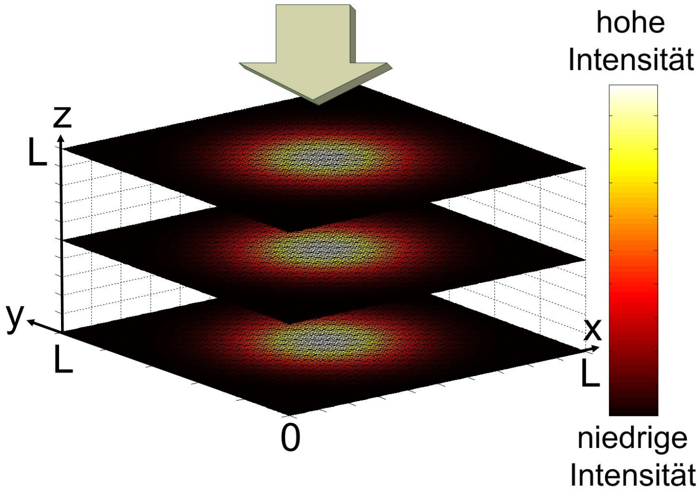

Abb. 3: Gaußscher Laserstrahl trifft auf Halbleiterklötzchen

(c) Geben Sie die Gleichung an, mit der Sie die Entwicklung der freien Elektronendichten berechnen können. Erläutern Sie, wie die Entwicklung des Systems nach Ende des Pulses ablaufen könnte. [1,5 P]

(d) Nun wird ein p-dotiertes Plättchen mit einem kurzen Puls homogen beleuchtet, es herrsche Störstellenerschöpfung. Die erzeugte Elektronendichte ist $\Delta n_0 \ll p$. Bestimmen Sie den zeitlichen Verlauf der Minoritäts-Ladungsträgerdichte nach Ende des Pulses. Gehen Sie von einer Rekombinationsrate von $r_n = \Delta n / \tau_n$ aus. [2 P]

7. **pn-Übergang**

(a) Skizzieren Sie das Raumladungsprofil in einem abrupten *pn*-Übergang ohne angelegte Spannung und bei Betrieb des pn-Übergangs in Vorwärtsrichtung. [1,5 P]

(b) Leiten Sie einen Ausdruck für das Potential im abrupten pn-Übergang ohne angelegte Spannung her. Die Dotierkonzentrationen seien n_A im p-Bereich und n_D im n-Bereich. Gehen Sie von Störstellenerschöpfung aus. [2,5 P]

(c) Skizzieren Sie die ideale U-I-Kennlinie einer pn-Diode. Erläutern Sie, was beim Anlegen von Durchlass- und Sperrspannung im Bauteil passiert. [2,5 P]

(d) Warum ist es nicht möglich, die Diffusionsspannung an den Kontakten abzugreifen? Erläutern Sie den Sachverhalt mit einem Energie-Banddiagramm des pn-Übergangs einschließlich der Kontakte. [1 P]

Konstanten

Planck'sches Wirkunkungsquantum	h	$=$	$6,63 \cdot 10^{-34}$	$\mathrm{J\,s}$
	$\hbar$	$=$	$\frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34}$	$\mathrm{J\,s}$
Avogadro-Konstante	N_A	$=$	$6,02 \cdot 10^{23}$	mol^{-1}
Bohrscher Radius	a_0	$=$	$5,29 \cdot 10^{-11}$	m
Elementarladung	e	$=$	$1,6 \cdot 10^{-19}$	$\mathrm{A\,s}$
Atomare Masseneinheit	u	$=$	$1,66 \cdot 10^{-27}$	kg
Elektronenmasse	m_e	$=$	$9,11 \cdot 10^{-31}$	kg
Protonenmasse	m_p	$=$	$1,67 \cdot 10^{-27}$	kg
Neutronenmasse	m_n	$=$	$1,67 \cdot 10^{-27}$	kg
Dielektrizitätskonstante	ϵ_0	$=$	$8,85 \cdot 10^{-12}$	$\mathrm{A\,s\,V^{-1}\,m^{-1}}$
Permeabilitätskonstante	μ_0	$=$	$4\pi \cdot 10^{-7}$	$\mathrm{V\,s\,A^{-1}\,m^{-1}}$
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	$=$	$3,0 \cdot 10^{8}$	$\mathrm{m\,s^{-1}}$
Boltzmann-Konstante	k_B	$=$	$1,38 \cdot 10^{-23}$	$\mathrm{J\,K^{-1}}$
Kreiszahl	π	$=$	$3,14$	
Euler'sche Zahl	e	$=$	$2,72$	

Konversion von Einheiten

Atomare Masseneinheit	$\rightarrow$ Kilogramm	$1\,\mathrm{u} = 1,66 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$
Elektronenvolt	$\rightarrow$ Joule	$1\,\mathrm{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$