Lichttechnisches Institut
Universität Karlsruhe (TH)
Prof. Dr. rer. nat. Uli Lemmer
Kaiserstrasse 12
76131 Karlsruhe

Festkörperelektronik
Klausur
29. September 2008

Name: ....

Vorname: ....

Matrikelnummer: ....

Erreichte Punktzahl: ....

Note: ....

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Ü	Σ
Punkte											
Max	4	6	8	4	7	6	5	3	5		48

Bitte beachten Sie:

- Zugelassene Hilfsmittel: Nicht-programmierbarer Taschenrechner, 1 Blatt (2 Seiten) eigene handschriftliche Notizen, ausgeteilte Formelsammlung.
- Maximal erreichbare Punktzahl: 48, zum Bestehen notwendige Punktzahl: 24.
- In eckigen Klammern angegebene Zahlen sind die erreichbaren Punkte je (Teil-)Aufgabe.
- Prüfungsdauer: 120 min.
- Bitte schreiben Sie auf **jedes** Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. Blätter ohne Namen und Matrikelnummer können bei der Korrektur **keine** Berücksichtigung finden!
- Bitte legen Sie Ihren Studentenausweis während der Klausur bereit.
- Es werden nur Aufgaben gewertet, die auf von der Uni gestelltem Papier bearbeitet wurden. Sollte Ihnen das ausgehändigte Papier nicht ausreichen, wenden Sie sich an die Betreuer.
- Bitte nur mit dokumentenechten Stiften schreiben (kein Bleistift!).
- Versehen Sie bitte jede Aufgabe, die Sie auf einem Zusatzblatt (weiter) bearbeiten, mit einem Hinweis. Sie erleichtern damit die Korrektur.

1. **Computerprozessoren** Ein Pentium IV Dual Core Prozessor (Penryn-2048) besitzt eine Strukturgröße von 45 nm.

   (a) Geben Sie die Grundzustandsenergie eines Elektrons in einem langen Leiter mit quadratischem Querschnitt auf der Prozessor-Platine an. Nehmen Sie dazu ein geeignetes Modell an. [1P]

   (b) Das Elektron werde nun in einen höheren Zustand angeregt. Sind die zu einer Eigenenergie gehörenden Zustände immer eindeutig bestimmt? (Begründung!) [1P]

   (c) Die Firma XTREME Technologies plant, künftig Strukturen mit einer Größe von 13,5 nm herzustellen. Wie hoch muß die Energie (in eV) der zur Belichtung der Platine verwendeten Photonen sein, wenn die Wellenlänge der Photonen in der Größenordnung der Strukturgröße liegen muss? [1P]

   (d) Erörtern Sie ein in der Quantenmechanik begründetes Phänomen, das sich im Betrieb des Prozessors bei noch kleineren Strukturen bemerkbar machen und den Betrieb des Prozessors stören würde? [1P]

2. **Konzepte der Quantenmechanik**

(a) Das erste Postulat der Quantenmechanik führt auf die Schrödingergleichung. Diskutieren Sie, welche Gesetze analog hierzu Teilchen in der klassischen Mechanik beschreiben? [1P]

(b) Die Wellenfunktion zur Beschreibung eines quantenmechanischen Teilchens darf komplexe Werte annehmen. Steht das im Wiederspruch zu der physikalischen Tatsache, dass in der Natur nur reelle Messgrößen beobachtet werden können? (Begründung!) [1P]

(c) Das vierte Postulat der Quantenmechanik lautet: „Wenn ψ eine Eigenfunktion zum Operator $\hat{F}$ ist, dann führt die Messung von F stets zum gleichen Ergebnis, nämlich dem Eigenwert f_n“. Welches Resultat hat eine Messung von F, wenn ψ keine Eigenfunktion von $\hat{F}$ ist? [1P]

(d) Beschreiben Sie ein Experiment, das das vierte Postulat der Quantenmechanik und seine Folgen untermauert. Stellen Sie dabei explizit den Zusammenhang zwischen dem Experiment und dem Postulat her. [2P]

(e) Am Large Hadron Collider (LHC) werden Protonen bis auf 99,999999 % der Lichtgeschwindigkeit beschleunigt. Diese Protonen werden am vorgeschalteten Linearbeschleuniger mit einer kinetischen Energie von 50 MeV erzeugt und in den LHC-Ring geschossen. Schätzen Sie ab, wie genau Sie den Ort des Protons beim Austritt aus dem Linearbeschleuniger bestimmen können? [1P]

3. **Das freie Elektron**

   (a) Erläutern Sie das Prinzip der „Dispersion“ anhand des freien quantenmechanischen Elektrons? [1P]

   (b) Leiten Sie die Dispersionsrelation für freie Elektronen aus der Schrödingergleichung her. [2P]

   (c) Berechnen Sie den Impulserwartungswert eines freien Elektrons und deuten Sie das Ergebnis. [2P]

   (d) Berechnen Sie den Erwartungswert des Operators $\hat{p}^2$ und deuten Sie das Ergebnis. [2P]

   (e) An der Stelle $x = x_0$ laufe das Elektron gegen eine Potentialbarriere mit $V = V_0 > 0$. Machen Sie auf Basis geeigneter Randbedingungen (Begründung!) einen Ansatz zur Berechnung der Wellenfunktion des Elektrons. [1P]

4. **Elektronen im Potentialgebiet**
Gegeben sei das Potential
$$V(x) = -ax^2$$
Eine Elektronenkanone schieße nun Elektronen unterschiedlicher Energien von $x_1 = -d$ nach $x_2 = +d$ ($d > 0$).

   (a) Wie verhält sich dabei qualitativ ein quantenmechanisches Elektron der Energie $W_1 > 0$? [1P]

   (b) Wie verhält sich dabei qualitativ ein quantenmechanisches Elektron der Energie $W_2 < 0$? Wie verändert sich das Verhalten dieses Elektrons zu niedrigeren Energien W_3 hin? [2P]

   (c) Worin unterscheiden sich die quantenmechanischen Elektronen mit den Energien W_1 und W_2 von den Teilchen der klassischen Physik? [1P]

5. **Dotierungen**

   (a) Skizzieren Sie die Fermi-Verteilungsfunktion $f(W)$ bei T=0 K und bei Raumtemperatur und zeichnen Sie die Fermienergie ein. [1P]

   (b) Wie verhält sich die Fermienergie im n-dotierten Halbleiter mit steigender Temperatur? (Begründung!) [2P]

   (c) Beschreiben Sie ein Experiment zur Bestimmung der Art der Dotierung eines Halbleiters. [2P]

   (d) Skizzieren Sie qualitativ in einem Energiediagramm den Zusammenhang zwischen der Fermi-Verteilungsfunktion und der Ladungsträgerdichte eines p-dotierten Halbleiters. [1P]

   (e) Tragen demnach außer den Löchern auch Elektronen zur Leitung in einem p-dotierten Halbleiter bei? (Begründung!) [1P]

6. **Intrinsische Halbleiter** In einem Experiment wurden bei Raumtemperatur $1,76 \cdot 10^{17}\,cm^{-3}$ Elektronen im Leitungsband von intrinsischem Indiumantimonid (InSb) gefunden. Die effektive Masse von Elektronen und Löchern in InSb betrage $m_e^* = 0,015 \cdot m_e$ und $m_h^* = 0,02 \cdot m_e$.

   (a) Berechnen Sie die Bandlücke von InSb in eV. [3P]

   (b) Bei welcher Temperatur befinden sich genauso viele Elektronen im Leitungsband wie Löcher im Valenzband? (Begründung!) [1P]

   (c) Leiten Sie einen Ausdruck für die Lage der Fermi-Energie her. Bei welcher Energie befindet sich die Fermi-Energie bei Raumtemperatur in InSb? [2P]

7. **Diffusion**

Betrachten Sie die stationäre Elektronenverteilung

$$n(x) = n_0 \, exp\left(-\frac{x}{L_D}\right)$$

in einem stark p-dotierten Halbleiter bei Raumtemperatur.

(a) Erklären Sie den Unterschied zwischen Drift- und Diffusionströmen. [1P]

(b) Wie und warum kann experimentell die angegebene Elektronenverteilung hergestellt werden? [1P]

(c) Aus geeigneten Messungen seien nun die Lebensdauer τ_n und die Diffusionslänge L_D der Elektronen bekannt. Leiten Sie einen Ausdruck zur Berechnung der Diffusionskonstanten der Elektronen unter Verwendung der Kontinuitätsgleichung her. [3P]

8. **pn-Übergang**

   (a) Skizzieren Sie das Banddiagramm eines pn-Übergangs mit allen wichtigen Energie-Niveaus. [1P]

   (b) Was versteht man unter einer Raumladungszone beim pn-Übergang und wie kommt diese zustande? [1P]

   (c) Erläutern Sie anhand des Banddiagramms die Funktionsweise eine LED. [1P]

9. **Kristallstrukturen**

   Vanadium (Dichte $\rho = 6,11\,g/cm^3$, Atommasse $m_V = 50,94\,u$) besitzt eine bcc-Struktur mit einer Gitterkonstanten a=0,302 nm.

   (a) Skizzieren Sie die Kristallstruktur. [1P]

   (b) Berechnen Sie die Zahl der Atome in der Basis des Einheitszelle? [2P]

   (c) Beschreiben Sie ein Experiment zur Bestimmung der Kristallstruktur? [1P]

   (d) Beschreiben Sie ein Verfahrung zur Herstellung eines hochreinen Einkristalls? Wie muß man das Verfahren modifizieren, um diesen Einkristall zu dotieren? [1P]

Konstanten

Planck'sches Wirkunkungsquantum	h	$=$	$6.6260755 \cdot 10^{-34}$	J s
	$\hbar$	$=$	$\frac{h}{2\pi} = 1.0545726 \cdot 10^{-34}$	J s
Avogadro-Konstante	N_A	$=$	$6.0221367 \cdot 10^{23}$	mol^{-1}
Bohr'scher Radius	a_0	$=$	$5.2917725 \cdot 10^{-11}$	m
Elementarladung	e	$=$	$1.60217733 \cdot 10^{-19}$	A s
Atomare Masseneinheit	u	$=$	$1.6605402 \cdot 10^{-27}$	kg
Elektronenmasse	m_e	$=$	$9.1093897 \cdot 10^{-31}$	kg
Protonenmasse	m_p	$=$	$1.6726231 \cdot 10^{-27}$	kg
Neutronenmasse	m_n	$=$	$1.6749286 \cdot 10^{-27}$	kg
Dielektrizitätskonstante	ϵ_0	$=$	$8.854187817 \cdot 10^{-12}$	$\mathrm{A\,s\,V^{-1}\,m^{-1}}$
Permeabilitätskonstante	μ_0	$=$	$4\pi \cdot 10^{-7}$	$\mathrm{V\,s\,A^{-1}\,m^{-1}}$
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	$=$	299792458	$\mathrm{m\,s^{-1}}$
Boltzmann-Konstante	k_B	$=$	$1.380658 \cdot 10^{-23}$	$\mathrm{J\,K^{-1}}$
Kreiszahl	π	$=$	3.141592654	
Euler'sche Zahl	e	$=$	2.718281828	

Konversion von Einheiten

Atomare Masseneinheit	$\rightarrow$ Kilogramm	1 u	$= 1.6605402 \cdot 10^{-27}$ kg
Elektronenvolt	$\rightarrow$ Joule	1 eV	$= 1.60217733 \cdot 10^{-19}$ J

Taylor-Reihe

Entwicklung einer Funktion $f(x)$ in einer Taylor-Reihe um x_0:

$$f(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{f^{(i)}(x_0)}{i!}(x - x_0)^i$$

Kugel-Koordinaten

Laplace-Operator $\Delta = \nabla^2 \quad = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta \frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}$

Integral in 3D $\quad = \int_r \int_\phi \int_\theta f(r,\phi,\theta)\, r^2 \sin\theta d\theta d\phi dr$

Hermite´sche Polynome

$$H_0(x) = 1, \quad H_1(x) = 2x, \quad H_2(x) = 4x^2 - 2, \quad H_3(x) = 8x^3 - 12x$$

bitte wenden ...

Integrale

$$\begin{aligned}
\int (\sin ax)^2 \; dx &= \frac{1}{2}x - \frac{1}{4a}\sin 2ax \\
\int (\cos ax)^2 \; dx &= \frac{1}{2}x + \frac{1}{4a}\sin 2ax \\
\int \sin ax \cos ax \, dx &= \frac{1}{2a}(\sin ax)^2 \\
\int x(\sin ax)^2 \; dx &= \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4a}x\sin 2ax - \frac{1}{8a^2}\cos 2ax \\
\int x^2 e^{ax}\, dx &= e^{ax}\left(\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3}\right) \\
\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} dx &= \sqrt{\frac{\pi}{a}} \\
\int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-ax^2} dx &= 0 \\
\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-ax^2} dx &= \frac{1}{2a}\sqrt{\frac{\pi}{a}}
\end{aligned}$$

Additionstheoreme

$$\begin{aligned}
\sin(\alpha+\beta) &= \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta \\
\cos(\alpha+\beta) &= \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta \\
\sin 2\alpha &= 2\sin\alpha\cos\alpha \\
\cos 2\alpha &= \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\
\sin\alpha\sin\beta &= \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)\right] \\
\cos\alpha\cos\beta &= \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)\right] \\
\sin\alpha\cos\beta &= \frac{1}{2}\left[\sin(\alpha-\beta) + \sin(\alpha+\beta)\right] \\
\sin^2\alpha &= \frac{1}{2}(1-\cos 2\alpha) \\
\cos^2\alpha &= \frac{1}{2}(1+\cos 2\alpha)
\end{aligned}$$