

Name, Vorname: .....

Matrikelnummer: .....

E-Mail-Adresse: .....

Erreichte Punktzahl: .....

Note: .....

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	$\Sigma$
Punkte							
Max	5	11	8	11	7	8	50

Bitte beachten Sie:

- Zugelassene Hilfsmittel: Nicht-programmierbarer Taschenrechner, 1 Blatt (2 DIN A4 Seiten) eigene handschriftliche Notizen, ausgeteiltes Blatt (letzte Seite Ihrer Klausur) mit Konstanten-, Formel- und Integralsammlung.
- Maximal erreichbare Punktzahl: 50, zum Bestehen hinreichende Punktzahl: 25.
- In Klammern angegebene Zahlen am Aufgabenende sind die erreichbaren Punkte je (Teil-)Aufgabe.
- Prüfungsdauer: 120 min.
- Bitte schreiben Sie auf **jedes** Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. Blätter ohne Namen und Matrikelnummer können bei der Korrektur **keine** Berücksichtigung finden!
- Bitte legen Sie Ihren Studierendenausweis während der Klausur bereit.
- Es werden nur Aufgaben gewertet, die auf von der Universität gestelltem Papier bearbeitet wurden. Sollte Ihnen das ausgehändigte Papier nicht ausreichen, wenden Sie sich an die Betreuer.
- Bitte nur mit dokumentenechten Stiften schreiben (kein Bleistift!).
- Versehen Sie bitte jede Aufgabe, die Sie auf einem Zusatzblatt (weiter) bearbeiten, mit einem Hinweis. Sie erleichtern damit die Korrektur.
- Bei allen Rechnungen ist das Ergebnis bis auf die zweite signifikante Nachkommastelle anzugeben.
- Skizzen sind grundsätzlich mit den notwendigen Beschriftungen zu versehen.



## 1. Grundlagen der Quantenmechanik [5P]

- a) Ergänzen Sie in der Skizze für das Doppelspaltexperiment (Abb. 1) die Auftreffwahrscheinlichkeiten für Elektronen! Was folgt daraus für die Natur der Elektronen? [1P]

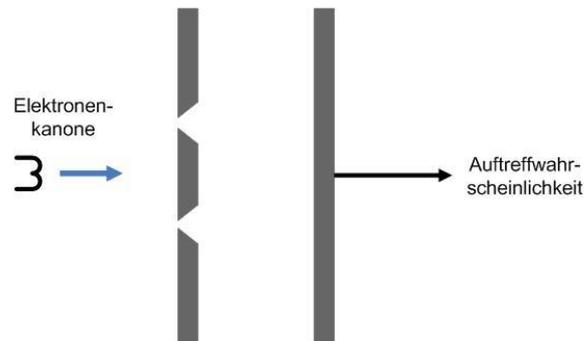


Abbildung 1: Doppelspalt-Experiment

- b) Die Kathode einer Vakuumphotozelle werde mit monochromatischem blaugrünen Licht ( $\lambda = 500 \text{ nm}$ ) bestrahlt. Berechnen Sie die kinetische Energie der ausgelösten Photoelektronen, wenn die Austrittsarbeit  $2,72 \cdot 10^{-19} \text{ J}$  beträgt! Was sind die Folgen einer Änderung der Lichtintensität für die kinetische Energie und die Anzahl der ausgelösten Photoelektronen? Begründen Sie Ihre Antwort! [2P]
- c) Wie groß ist die kinetische Energie eines Protons, wenn seine De-Broglie-Wellenlänge  $0,5 \text{ nm}$  beträgt [1P]?
- d) Gehen Sie davon aus, dass die Energie dieses Protons genau bestimmt ist. Was lässt sich über den Ort des Protons sagen? Begründen Sie Ihre Antwort! [1P]



Name:

Matrikel-Nr.:

---

---

## 2. Potentialtopf und stückweise stetige Potentiale [11P]

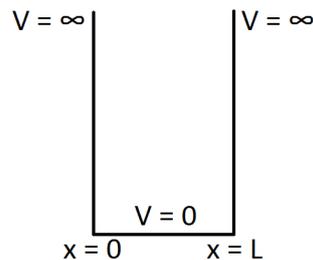


Abbildung 2: unendlicher Potentialtopf

Gegeben sei zunächst der in Abbildung 2 dargestellte unendlich hohe 1D-Potentialtopf.

- Bestimmen Sie für diesen Topf die Eigenwerte der Energie für die Wellenfunktion  $\psi(x) = A \cdot \sin(kx)$  [2P]
- Nennen Sie die Lösung für die Eigenwerte der Energie eines baugleichen 2D-Topfs mit der Breite  $L_x$  in x-Richtung und  $L_y$  in y-Richtung! Geben Sie darüber hinaus für  $L := L_x = L_y$  ein Beispiel eines entarteten Zustands an und erklären Sie was Entartung bedeutet! [1,5P]
- Gegeben sei die stationäre Schrödingergleichung in Operatorschreibweise:

$$\hat{H}\psi(x, y) = W\psi(x, y)$$

Zeigen Sie mit Hilfe des 2D-Separationsansatzes die Gültigkeit der Gleichung

$$\hat{H}\psi(x, y) = (W_x + W_y) \psi(x)\psi(y)$$

falls  $\hat{H} = \hat{H}_x + \hat{H}_y$  [1,5P]

Gegeben sei nun das folgende stückweise stetige 1D-Potential:

$$V_i(x) = \begin{cases} V_1(x) = 0 & 0 \leq x < a \\ V_2(x) = V_2 & a \leq x < b \\ V_3(x) = -\frac{x}{b} + 1 & b \leq x < c \\ V_4(x) = +\infty & x \geq c \end{cases}$$

mit  $V_2 > 0$ . Von  $x = 0$  laufe die ebene Welle  $\psi_1(x) = A_1 e^{+jk_1 x}$  ein. Die Welle trage die Energie  $W_e = \frac{1}{2}V_2$ . Fälle für  $x < 0$  werden nicht betrachtet!

- Skizzieren Sie das Potential und geben Sie die Randbedingungen zur Lösung des Problems an! Achten Sie zudem bei der Skizze auf eine Beschriftung der Achsen! [2P]
- Geben Sie die Wellenzahl für  $0 \leq x < a$  und  $a \leq x < b$  an! [1P]

- 
- f) Beschreiben Sie qualitativ das Verhalten einer von  $x = 0$  einlaufenden quantenmechanischen Welle der Energie  $W_e = \frac{1}{2}V_2$  für  $0 \leq x < a$  und  $a \leq x < b$ ! Vergleichen Sie dieses Verhalten mit einem klassischen Elektron in den gleichen Bereichen! [1,5P]
- g) Kann die Welle in den Bereich  $b \leq x < c$  gelangen? Begründen Sie Ihre Antwort! [1P]
- h) Geben Sie die Wellenfunktion im Bereich  $x \geq c$  an! [0,5P]

Name:

Matrikel-Nr.:

---



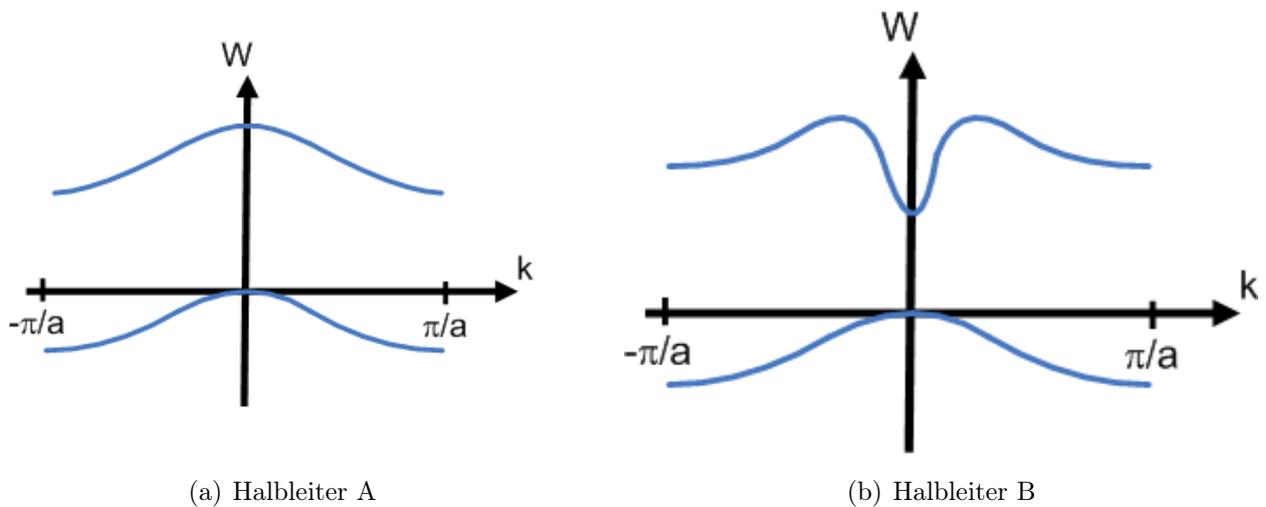
Name:

Matrikel-Nr.:

---



## 3. Bandstruktur [8P]



(a) Halbleiter A

(b) Halbleiter B

Abbildung 3: Eindimensionale schematische Darstellung der Bandstrukturen zweier Halbleiter.

In Abbildung 3 sind idealisierte Bandstrukturen zweier Halbleiter gegeben.

- Beschriften Sie in den Abbildungen 3(a) und 3(b) jeweils Valenzband und Leitungsband! [1P]
- Tragen Sie in die Abbildungen 3(a) und 3(b) jeweils graphisch die Energie der Bandlücke  $W_G$  ein! Bei welchem der Halbleiter handelt es sich um einen direkten, bei welchem um einen indirekten? [1,5P]
- Skizzieren Sie in den Abbildungen 3(a) und 3(b) jeweils parabolische Näherungen im Valenzbandmaximum und im Leitungsbandminimum! [2P]
- Die parabolische Näherung für das Leitungsband sei gegeben als  $W_L(k) = A \cdot k^2$ , wobei  $A = \frac{\hbar^2}{0,01m_e}$ . Berechnen Sie die effektive Masse der Elektronen im Leitungsband! [1,5P]

Betrachten Sie das Halbleitermaterial Galliumarsenid (GaAs). Die Bandlücke von GaAs betrage 1,4 eV bei Raumtemperatur.

- In der optischen Telekommunikation wird eine Wellenlänge von  $1,55 \mu\text{m}$  zur Übermittlung von Daten benutzt. Eignet sich GaAs zur Signal-Detektion (Begründung)? [1P]
- Sie haben Silizium und Galliumarsenid zur Auswahl. Welches Material würden Sie zum Bau einer effizienten Leuchtdiode bevorzugen? Begründen Sie Ihre Wahl! [1P]



Name:

Matrikel-Nr.:

---



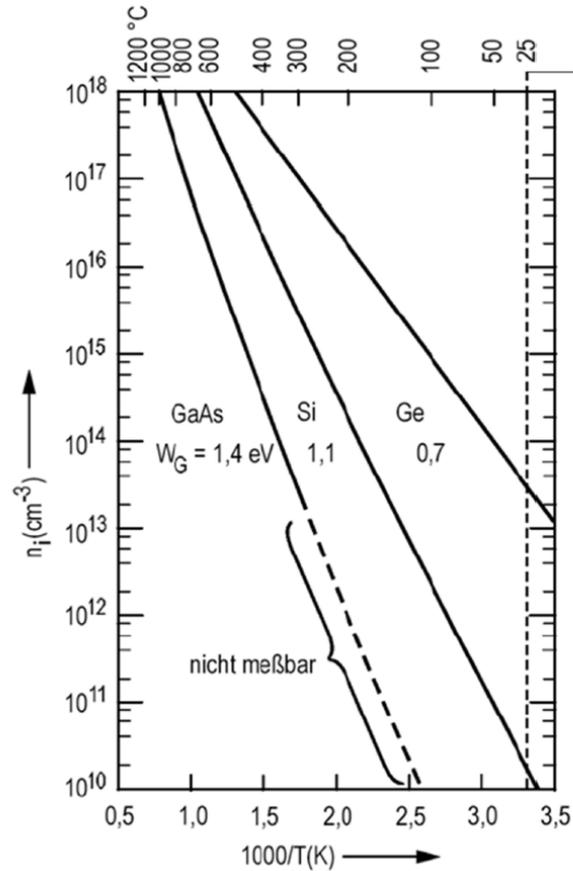
#### 4. Zustandsdichte und Ladungsträgerkonzentration [11P]

Sie möchten den Zusammenhang zwischen der Zustandsdichte, die aus quantenmechanischen Überlegungen folgt, und der Ladungsträgerkonzentration, mit der makroskopische Halbleitergrößen beschrieben werden können, in einem dreidimensionalen Bulk-Halbleiter verstehen.

- a) Beschreiben Sie was man unter dem Begriff Zustandsdichte versteht? [1P]
- b) Leiten Sie die Zustandsdichte für einen 3D-Kristall her! Verwenden Sie die parabolische Näherung  $W = \frac{\hbar^2 |k|^2}{2m}$ . Beziehen Sie sich bei der Herleitung außerdem auf das Kristallvolumen  $L^3$  und berücksichtigen Sie in ihrem Ergebnis den Elektronenspin! [2,5P]
- c) Skizzieren Sie die 3D-Zustandsdichte für Leitungs- und Valenzband in Abhängigkeit der Energie! Achten Sie bei der Skizze auf eine Beschriftung der Achsen. [1P]
- d) Die Fermi-Dirac-Verteilung trifft eine Aussage darüber, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Zustand besetzt ist. Skizzieren Sie diese Verteilung in Abhängigkeit der Energie für eine Temperatur  $T > 0$  K sowie für  $T = 0$  K. Erläutern Sie hierbei die Bedeutung der Fermienergie! Unter welcher Voraussetzung können Sie die Boltzmann-Näherung anstelle der Fermi-Dirac-Verteilung anwenden? Achten Sie bei der Skizze auf eine Beschriftung der Achsen. [2P]
- e) Wie müssen Sie die Zustandsdichte mit der Besetzungswahrscheinlichkeit verknüpfen, um die Ladungsträgerkonzentration zu erhalten? Geben Sie eine allgemeine Formel für die gesamte Dichte der Elektronen im Leitungsband und für die gesamte Dichte der Löcher im Valenzband an und skizzieren Sie die Ladungsträgerkonzentrationen in Abhängigkeit der Energie! Achten Sie bei der Skizze auf eine Beschriftung der Achsen. [2,5P]

Achtung: Teilaufgabe f) befindet sich mit einem Schaubild auf der Rückseite!

- f) Sie möchten nun verstehen wie sich die Ladungsträgerkonzentrationen auf die Stromdichte auswirken. Berechnen Sie dazu die Stromdichte bei einer Temperatur von 323 K durch einen 0,1 m langen intrinsischen Germanium-Kristall unter einer angelegten Spannung von 5 V! Verwenden Sie unten stehende Grafik zur Ermittlung der thermisch aktivierten Ladungsträgerkonzentration und  $\mu_e = 3900 \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$  und  $\mu_p = 1900 \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$  als Ladungsträgerbeweglichkeiten. [2P]



Name:

Matrikel-Nr.:

---



Name:

Matrikel-Nr.:

---

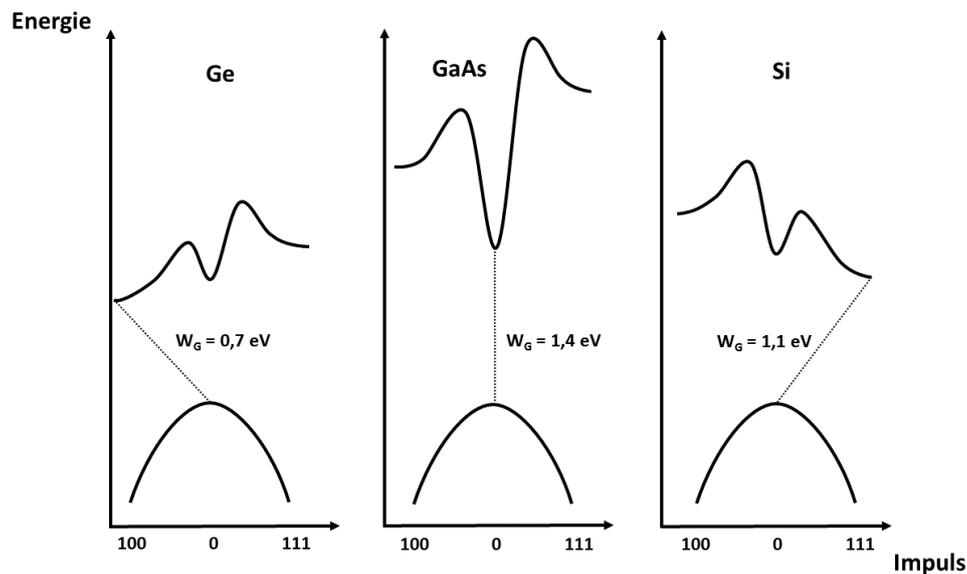


### 5. Dotierung [7P]

Sie arbeiten in einem Unternehmen, das kundenspezifische Halbleiter herstellt. Sie erhalten zunächst den Auftrag einem Kunden einen Halbleiter für den Einsatz bei Raumtemperatur ( $T = 300\text{ K}$ ) zu empfehlen. Der Kunde wünscht sich eine maximale Strahlungsemission bei einer Wellenlänge von  $886\text{ nm}$  und eine Leitfähigkeit von  $15\text{ AV}^{-1}\text{cm}^{-1}$ . Ansonsten wurden keine Vorgaben gemacht.

Zunächst möchten Sie die geforderte Strahlungsemission sicherstellen:

- a) Welchen Halbleiter müssten Sie zunächst auf Basis der geforderten Strahlungsemission empfehlen? Wählen Sie dazu einen der unten stehenden Vorschläge aus! Eine Begründung oder Rechnung ist nicht notwendig. [1P]



In einem weiteren Schritt versuchen Sie die geforderte Leitfähigkeit zu realisieren:

- b) Welche Leitfähigkeit ergibt sich für den von Ihnen empfohlenen intrinsischen Halbleiter? Nutzen Sie dazu die Tabelle mit den Einträgen Halbleiter, intrinsische Ladungsträgerkonzentration  $n_i$ , Elektronenbeweglichkeit  $\mu_n$  und Löcherbeweglichkeit  $\mu_p$ ! [1P]

Halbleiter	$n_i$ in $\text{cm}^{-3}$	$\mu_n$ in $\text{cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$	$\mu_p$ in $\text{cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$
Germanium	$2,4 \cdot 10^{13}$	3900	1900
Silizium	$1,5 \cdot 10^{10}$	1400	450
Galliumarsenid	$2,3 \cdot 10^6$	9200	400

Um die Leitfähigkeit zu erhöhen, entscheiden Sie sich für eine starke n-Dotierung des Halbleiters. Die Leitfähigkeit der Löcher sowie die intrinsische Leitfähigkeit kann damit

---

vernachlässigt werden und durch die Annahme von Störstellenerschöpfung entspricht die notwendige Dotierkonzentration der Ladungsträgerkonzentration der Elektronen.

- c) Berechnen Sie die notwendige Dotierkonzentration, um den Kundenwunsch hinsichtlich der Leitfähigkeit zu erfüllen! [1P]
- d) Auf welchen Wert ändert sich durch die Dotierung die Ladungsträgerkonzentration der Löcher? [1P]

Um den Halbleiter zu fertigen, verwendet Ihr Unternehmen das Czochralski-Verfahren zum Kristallwachstum und die Ionenimplantation zur Dotierung.

- e) Erklären Sie qualitativ das Czochralski-Verfahren! [1P]
- f) Erklären Sie qualitativ das Verfahren der Ionenimplantation und nennen Sie jeweils einen Vor- und einen Nachteil gegenüber dem Diffusionsverfahren! [2P]

Name:

Matrikel-Nr.:

---



Name:

Matrikel-Nr.:

---

---

## 6. Halbleiter im Nichtgleichgewicht [8P]

- a) Beschreiben Sie die Ursache für einen Drift- und einen Diffusionsstrom jeweils per Formel und mit Worten! [1P]
- b) Geben Sie die Gleichung an, mit der Sie die Entwicklung der Ladungsträgerdichten in Abhängigkeit der verschiedenen Beiträge in Abbildung 4 berechnen können! Beschreiben Sie die Bedeutung und den Zusammenhang der einzelnen Terme! [2P]

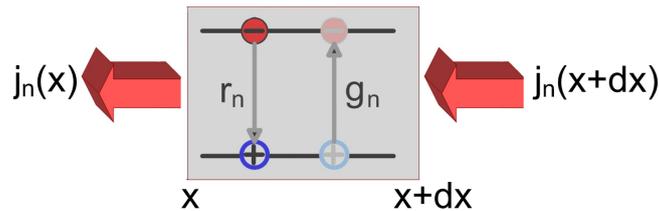


Abbildung 4

- c) Gegeben sei ein unbeleuchteter, stark n-dotierter Halbleiter bei Raumtemperatur. Ab dem Zeitpunkt  $t = 0$  wird der Halbleiter wie in Abbildung 5 gezeigt konstant beleuchtet, so dass im gesamten Halbleiter Elektronen-Lochpaare homogen mit der Generationsrate  $g_L$  erzeugt werden. Nehmen Sie für die Rekombinationsrate  $r_p = \Delta p / \tau_p$  an. Weiterhin sei kein äußeres elektrisches Feld angelegt und  $\Delta p \ll n_D$ . Berechnen Sie unter Angabe aller nötigen Zwischenschritte den zeitlichen Verlauf der Überschussladungsträgerdichte  $\Delta p(t)$  nach dem Zeitpunkt  $t = 0$ . Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Dichte der Löcher  $p_n(t)$  vor und nach dem Zeitpunkt  $t = 0$ . Geben Sie hierbei die Dichten der Löcher für die Grenzwerte  $t \rightarrow \pm\infty$  an! [5P]

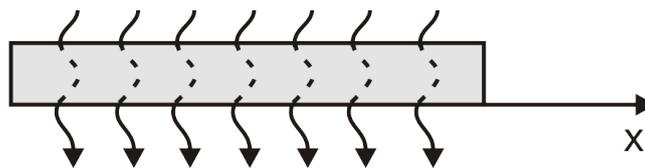


Abbildung 5: Beleuchteter n-dotierter Halbleiter.



Name:

Matrikel-Nr.:

---

---

**Konstanten**

Planck'sches Wirkungsquantum	$h$	$= 6,63 \cdot 10^{-34}$	Js
	$\hbar$	$= \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34}$	Js
Avogadro-Konstante	$N_A$	$= 6,02 \cdot 10^{23}$	mol <sup>-1</sup>
Bohr'scher Radius	$a_0$	$= 5,29 \cdot 10^{-11}$	m
Elementarladung	$e$	$= 1,6 \cdot 10^{-19}$	As
Atomare Masseneinheit	$u$	$= 1,66 \cdot 10^{-27}$	kg
Elektronenmasse	$m_e$	$= 9,11 \cdot 10^{-31}$	kg
Protonenmasse	$m_p$	$= 1,67 \cdot 10^{-27}$	kg
Neutronenmasse	$m_n$	$= 1,67 \cdot 10^{-27}$	kg
Dielektrizitätskonstante	$\epsilon_0$	$= 8,85 \cdot 10^{-12}$	As/Vm
Permeabilitätskonstante	$\mu_0$	$= 4\pi \cdot 10^{-7}$	Vs/Am
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$c$	$= 3,0 \cdot 10^8$	m/s
Boltzmann-Konstante	$k_B$	$= 1,38 \cdot 10^{-23}$	J/K
Kreiszahl	$\pi$	$= 3,14$	
Euler'sche Zahl	$e$	$= 2,72$	

**Konversion von Einheiten**

Atomare Masseneinheit → Kilogramm	$1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Elektronenvolt → Joule	$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

**Formeln und Integrale (Bitte beachten Sie auch die Rückseite!)**

$$\exp(jkx) + \exp(-jkx) = 2 \cos(kx)$$

$$\exp(jkx) - \exp(-jkx) = 2j \sin(kx)$$

$$\int (\sin ax)^2 dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4a} \sin 2ax$$

$$\int (\cos ax)^2 dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4a} \sin 2ax$$

$$\int \sin ax \cos ax dx = \frac{1}{2a} (\sin ax)^2$$

$$\int x (\sin ax)^2 dx = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4a}x \sin 2ax - \frac{1}{8a^2} \cos 2ax$$

**Fortsetzung umseitig!**

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} dx &= \sqrt{\frac{\pi}{a}} & \int_0^{\infty} e^{-ax^2} dx &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \\
\int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-ax^2} dx &= 0 & \int_0^{\infty} x e^{-ax^2} dx &= \frac{1}{2a} \\
\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-ax^2} dx &= \frac{1}{2a} \sqrt{\frac{\pi}{a}} & \int_0^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx &= \frac{1}{4a} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \\
\int_{-\infty}^{+\infty} x^3 e^{-ax^2} dx &= 0 & \int_0^{\infty} x^3 e^{-ax^2} dx &= \frac{1}{2a^2} \\
\int x^2 e^{ax} dx &= e^{ax} \left( \frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3} \right) & \int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx &= \frac{n!}{a^{n+1}} \quad (a > 0, n = 0, 1, 2, \dots)
\end{aligned}$$

13 III. Hauptgruppe	14 IV. Hauptgruppe	15 V. Hauptgruppe
5 10,81 2,0 <b>B</b> Bor	6 12,01 2,5 <b>C</b> Kohlenstoff	7 14,007 3,0 <b>N</b> Stickstoff
13 26,98 1,5 <b>Al</b> Aluminium	14 28,09 1,8 <b>Si</b> Silicium	15 30,97 2,1 <b>P</b> Phosphor
31 69,72 1,6 <b>Ga</b> Gallium	32 72,59 1,8 <b>Ge</b> Germanium	33 74,92 2,0 <b>As</b> Arsen
49 114,82 1,7 <b>In</b> Indium	50 118,69 1,8 <b>Sn</b> Zinn	51 121,75 1,9 <b>Sb</b> Antimon
81 204,38 1,8 <b>Tl</b> Thallium	82 207,2 1,8 <b>Pb</b> Blei	83 208,98 1,9 <b>Bi</b> Bismut