

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

E-Mail-Adresse:

Erreichte Punktzahl:

Note:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Σ
Punkte							
Max	7,0	11,0	10,5	9,0	7,0	7,5	52

Bitte beachten Sie:

- Zugelassene Hilfsmittel: Nicht-programmierbarer Taschenrechner, 1 Blatt (2 DIN A4 Seiten) eigene handschriftliche Notizen, ausgeteiltes Blatt (letzte Seite Ihrer Klausur) mit Konstanten-, Formel- und Integralsammlung.
- Maximal erreichbare Punktzahl: 52, zum Bestehen hinreichende Punktzahl: 26.
- Eckige Klammern am Aufgabenende geben die maximal erreichbaren Punkte je (Teil-)Aufgabe an.
- Prüfungsdauer: 120 min.
- Schreiben Sie auf **jedes** Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. Blätter ohne Namen und Matrikelnummer können bei der Korrektur **keine** Berücksichtigung finden!
- Legen Sie Ihren Studierendenausweis während der Klausur bereit.
- Es werden nur Aufgaben gewertet, die auf vom KIT bereitgestelltem Papier bearbeitet wurden. Sollte Ihnen das ausgehändigte Papier nicht ausreichen, wenden Sie sich an die Betreuer.
- Nur mit dokumentenechten Stiften schreiben (kein Bleistift!).
- Versehen Sie jede Aufgabe, die Sie auf einem Zusatzblatt (weiter) bearbeiten, mit einem Hinweis. Sie erleichtern damit die Korrektur.
- Begründungen, Erklärungen und ähnliches können in Stichworten verfasst werden.
- Sofern nicht anders angegeben, ist der Rechenweg nachvollziehbar darzustellen.
- Bei allen Rechnungen ist das Ergebnis bis auf die zweite signifikante Nachkommastelle anzugeben.
- Skizzen sind grundsätzlich mit den notwendigen Beschriftungen zu versehen.

1. Grundlagen der Quantenmechanik [7P]

- a) Der stationäre Zustand eines quantenmechanischen Teilchens der Masse m im Potential $V(x)$ sei durch die Wellenfunktion $\psi(x)$ beschrieben. Wie lautet die stationäre Schrödingergleichung für dieses Teilchen? Benennen Sie die physikalische Bedeutung der einzelnen Terme! [1P]
- b) Die Wellenfunktion $\psi(x,t)$ eines Systems zum Zeitpunkt $t = 0$ sei durch $\psi(x,0) = N e^{-\frac{x^2}{2a^2}}$ gegeben. Bestimmen Sie die Dichte der Aufenthaltswahrscheinlichkeit $\rho(x,0)$. Verwenden Sie anschließend die allgemeine Normierungsbedingung, um den Normierungsfaktor N zu bestimmen. Hinweis: Beachten Sie die Formelsammlung am Ende der Klausur! [2P]
- c) Physikalische Messgrößen werden in der Quantenmechanik durch Operatoren $\hat{A}$ beschrieben. Wie lautet der formale Zusammenhang für den Erwartungswert $\langle A \rangle$, welcher sich bei oftmaliger Messung der Größe A an einem quantenmechanischen System ergibt? Wie ist der Operator $\hat{p}$ definiert, welcher dem Impuls p zugeordnet wird? [1P]
- d) Was besagt das Pauli-Prinzip? [1P]
- e) Welche Wellenlänge kann man einem Elektron zuordnen, das durch eine Spannung von 1 V beschleunigt wurde? [1P]
- f) Gehen Sie davon aus, dass die Energie dieses Elektrons genau bestimmt ist. Was lässt sich über den Ort des Elektrons sagen? Begründen Sie Ihre Antwort! [1P]

Name:

Matrikel-Nr.:

2. Potentialtopf und stückweise stetiges Potential [11P]

- a) Skizzieren Sie einen endlichen Potentialtopf der Höhe V_0 und Breite L für Elektronen (im Topf sei $V = 0$ und außerhalb $V = V_0 > 0$)! Achten Sie auf eine korrekte Achsenbeschriftung! Zeichnen Sie zusätzlich die Wellenfunktionen (Realteil) von zwei Eigenfunktionen mit Energien $W > V_0$ und die Wellenfunktionen (Realteil) von drei Eigenfunktionen mit den niedrigsten Energien $W < V_0$! [2P]
- b) Worin unterscheiden sich die Wellenfunktionen für $W > V_0$ und $W < V_0$? [1P]

Betrachten Sie im Folgenden für die Teilaufgaben c)-g) das Potential $V(x)$, in das eine ebene Welle von links einläuft:

$$V(x) = \begin{cases} +\frac{V_0}{2} & \text{für } x < L \text{ (Bereich 1)} \\ V_0 & \text{für } L \leq x < 2L \text{ (Bereich 2)} \\ 0 & \text{für } 2L \leq x < 3L \text{ (Bereich 3)} \\ +\infty & \text{für } x \geq 3L \text{ (Bereich 4)} \end{cases}$$

mit $V_0 > 0$ und $L > 0$.

- c) Skizzieren Sie das gegebene Potential $V(x)$! Achten Sie auf eine korrekte Achsenbeschriftung! [1P]
- d) Stellen Sie einen allgemeinen Lösungsansatz für die Wellenfunktionen $\psi_i(x)$ in jedem Bereich ($i = 1, 2, 3, 4$) auf und geben Sie die Randbedingungen für die Lösungen des Problems an! [2P]

Die von links einlaufende ebene Welle habe die Energie $W = \frac{3}{4}V_0$.

- e) Geben Sie die Wellenzahlen k_i ($i = 1, 2, 3$) in den Bereichen 1 bis 3 an! Worin besteht der wesentliche Unterschied zwischen der Wellenfunktion $\psi_2(x)$ im Bereich 2 gegenüber den Wellenfunktionen $\psi_1(x)$ im Bereich 1 und $\psi_3(x)$ im Bereich 3? [2P]

Fortsetzung auf der Rückseite!

-
- f) Skizzieren Sie den qualitativen Verlauf der Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte $|\psi_i(x)|^2$ in allen Bereichen ($i = 1, 2, 3, 4$) in Ihre Skizze aus Teilaufgabe a)! Geben Sie dabei eine gestrichelte Linie vor, die $|\psi_i(x)|^2 = 0$ markiert, und achten Sie auf die Randbedingungen! [2,5P]
- g) Welcher quantenmechanische Effekt tritt in Bereich 2 (also beim Übergang von Bereich 1 nach 3) auf? [0,5P]

Name:

Matrikel-Nr.:

Name:

Matrikel-Nr.:

3. Zustandsdichte und Fermi-Dirac-Verteilung [10,5P]

- a) Beschreiben Sie, was man unter dem Begriff Zustandsdichte versteht! [1P]
- b) In Abbildung 1 sind vier Halbleiterstrukturen unterschiedlicher Dimensionalität abgebildet. Ein Volumen-Halbleiter (3-dimensional), ein Quantentopf (2-dimensional), ein Quantendraht (1-dimensional) und ein Quantenpunkt (0-dimensional). Die zu den Strukturen gehörigen Zustandsdichten $g(W)$ sind in Abbildung 2 a)-d) dargestellt. Ordnen Sie die Zustandsdichten a)-d) aus Abbildung 2 den jeweiligen Strukturen in Abbildung 1 zu! Nutzen Sie für eine eindeutige Zuordnung die Kästchen unter den Strukturen in Abbildung 1! [1,5P]

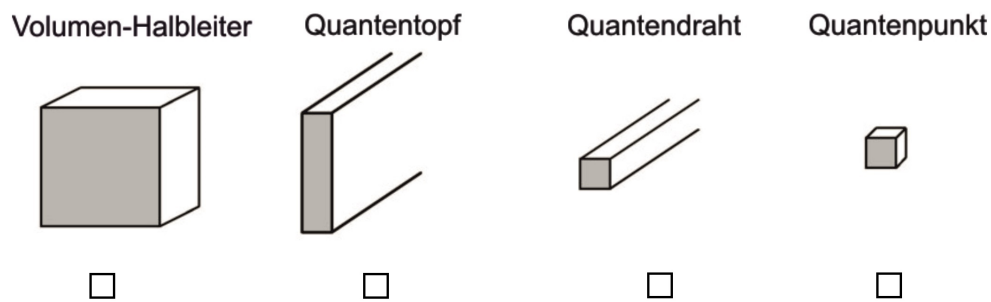


Abbildung 1: Quantenstrukturen vier verschiedener Halbleiterstrukturen.

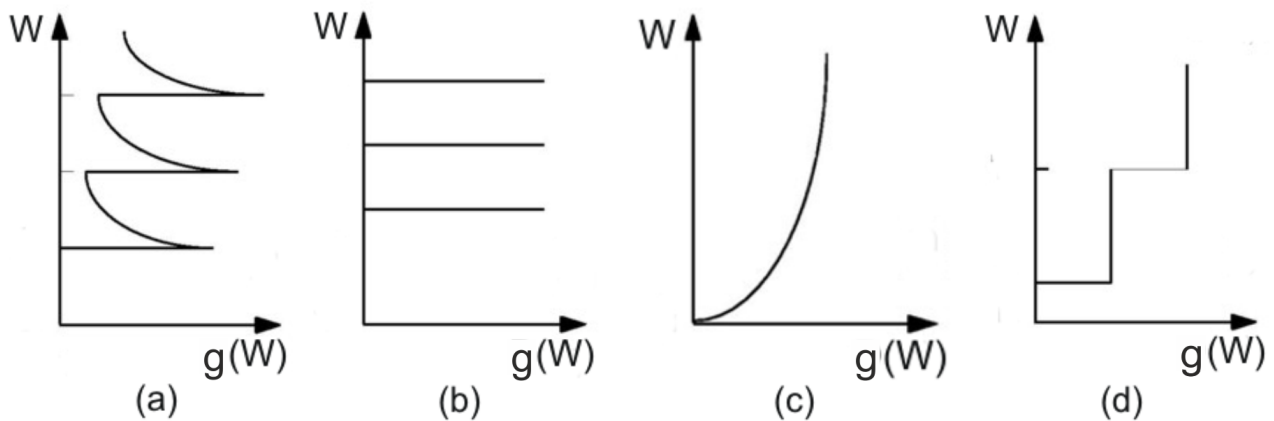


Abbildung 2: Zustandsdichten $g(W)$ vier verschiedener Halbleiterstrukturen.

Fortsetzung auf der Rückseite!

-
- c) Die Fermi-Dirac-Verteilung gibt an mit welcher Wahrscheinlichkeit $f(W,T)$ ein quantenmechanischer Zustand der Energie W bei der Temperatur T besetzt ist. Skizzieren Sie diese Verteilung $f(W,T)$ in Abhängigkeit der Energie W für eine Temperatur $T > 0$ K sowie für $T = 0$ K. Erläutern Sie hierbei die Bedeutung der Fermienergie! Unter welcher Voraussetzung können Sie die Boltzmann-Verteilung anstelle der Fermi-Dirac-Verteilung anwenden? Achten Sie bei der Skizze auf eine Beschriftung der Achsen. [2P]
- d) Leiten Sie die Zustandsdichte $g_{1D}(W)$ für einen **eindimensionalen** Quantendraht her! Die parabolische Näherung für das Leitungsband sei gültig. [2,5P]
- e) Betrachten Sie nun ein 2D-Materialsystem! Das Leitungsband sei durch die untere Bandkante bei der Energie $W_C = 2,25$ eV begrenzt. Wie viele Zustände N sind bei Raumtemperatur auf einer quadratischen Kristallfläche der Kantenlänge $L = 10$ cm im Leitungsband besetzt, wenn das Fermi-Niveau bei der Energie $W_F = 2$ eV liegt? Dabei sei die Boltzmann-Näherung gültig. Verwenden Sie die Masse des freien Elektrons! (Hinweis: Die flächennormierte zweidimensionale Zustandsdichte ist $g(W)_{2D} = \frac{m}{\hbar^2 \pi}$!) [2P]
- f) Wir gehen nun von einem intrinsischen **dreidimensionalen** Halbleiter mit gleichen effektiven Massen für Elektronen und Löcher bei Raumtemperatur aus. Zeichnen Sie folgende Zusammenhänge in die dafür vorgesehenen Schaubilder in Abbildung 3: [1,5P]
- Energieabhängige Zustandsdichte für Elektronen und Löcher $g_L(W)$ und $g_V(W)$
 - Energieabhängige Fermi-Dirac-Verteilung $f_{FD}(W)$
 - Energieabhängige Ladungsträgerdichte $\tilde{n}(W)$ und $\tilde{p}(W)$

Fortsetzung auf der nächsten Seite!

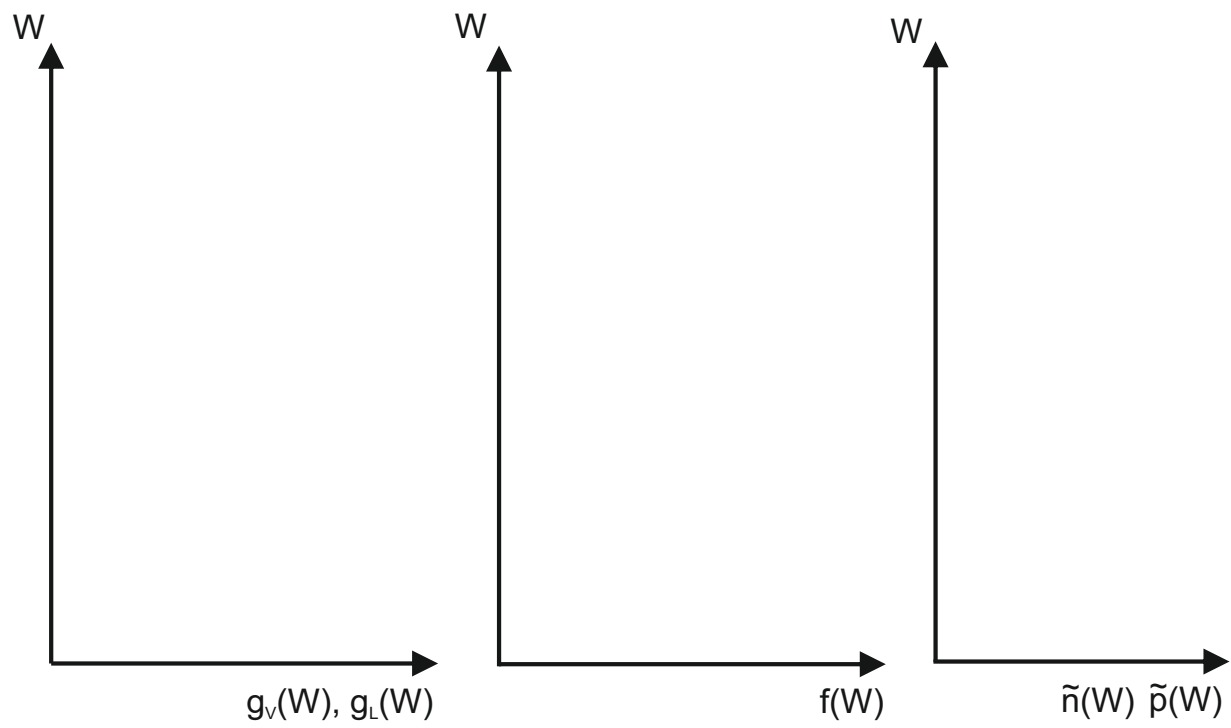


Abbildung 3: Koordinatensysteme für Aufgabe 3f)

Name:

Matrikel-Nr.:

4. Intrinsische und dotierte Halbleiter [9P]

- a) Wir betrachten eine konventionelle Einheitszelle eines kubisch-flächenzentrierten (fcc-) Kristallgitters mit zweiatomiger Basis. Wie viele Atome werden zur Einheitszelle gezählt? [0,5P]
- b) Nennen Sie mindestens zwei charakteristische Eigenschaften der Leitfähigkeit eines Halbleiters! [1P]
- c) Berechnen Sie die intrinsische Ladungsträgerkonzentration von Galliumarsenid bei einer Temperatur von 300 K! Die effektiven Massen für Löcher und Elektronen seien $m_p^* = 0.47m_e$ und $m_e^* = 0.067m_e$ (Hinweis: Galliumarsenid absorbiert Licht bis zu einer Wellenlänge von $\lambda=870\text{ nm}$). [1,5P]
- d) Nennen Sie zwei Dotierelemente, die prinzipiell als Donatoren in einen Siliziumkristall eingebracht werden können! Wie nennt man diese Form der Dotierung? [0,5P]

Fortsetzung auf der Rückseite!

- e) In Abbildung 5 sind Lochkonzentrationen in Abhängigkeit der Temperatur abgebildet. Ordnen Sie die beiden Kurven einem intrinsischen und einem dotierten Halbleiter zu und unterteilen Sie den Verlauf in drei signifikante Bereiche! Beschriften Sie diese! [2,5P]

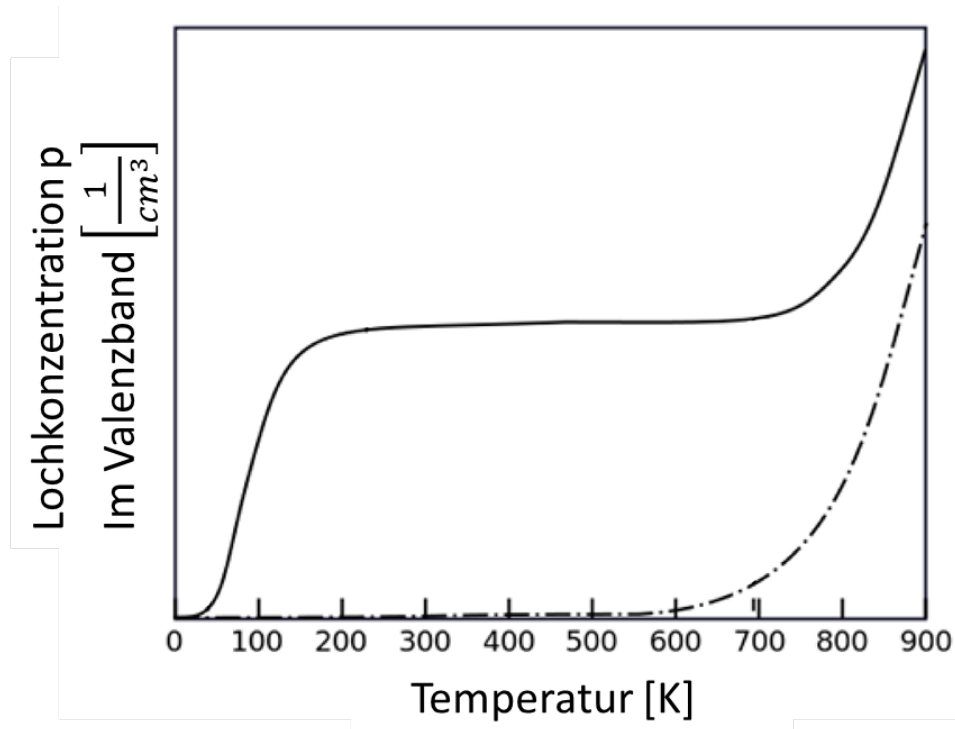


Abbildung 4: Lochkonzentrationen im Valenzband in Abhängigkeit von der Temperatur

- f) Betrachten Sie nun einen mit Akzeptoren dotierten Siliziumkristall mit einer Akzeptorkonzentration von $n_A = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ bei einer Temperatur von 300 K! Alle Akzeptoren seien ionisiert. Die intrinsische Ladungsträgerdichte sei $n_i = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Bestimmen Sie die Loch- und Elektronkonzentrationen in einem solchen Kristall! [1,5P]
- g) Berechnen Sie die Leitfähigkeit des dotierten Siliziumkristalls aus f)! Die Beweglichkeit der Löcher und Elektronen sei jeweils $\mu_h = 480 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ und $\mu_e = 1900 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$. Zeigen Sie, dass der Beitrag der Elektronen zur Leitfähigkeit vernachlässigt werden kann! [1,5P]

Name:

Matrikel-Nr.:

Name:

Matrikel-Nr.:

5. Halbleiter im Nichtgleichgewicht [7P]

- a) Geben Sie die Gleichung an, mit der Sie die Entwicklung der Lochdichte p in Abhängigkeit der verschiedenen Beiträge in Abbildung 7 berechnen können! Beschreiben Sie zusätzlich die Bedeutung der einzelnen Terme! [1,5P]

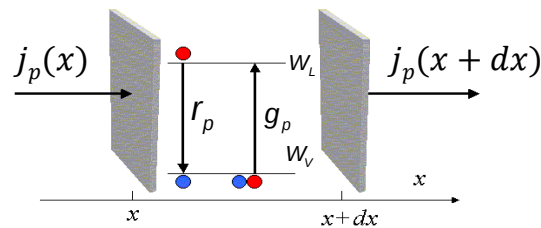


Abbildung 5

- b) Geben sie die allgemeinen formalen Zusammenhänge für Drift- und Diffusionsströme in drei Dimensionen an und beschreiben Sie jeweils deren Ursache! [2P]

Betrachten Sie für die folgenden Aufgabenteile c), d) und e) einen stark n-dotierten Halbleiter (mit Donatorenkonzentration n_D) bei Raumtemperatur. Der Halbleiter wird konstant beleuchtet, so dass im gesamten Halbleiter Elektron-Lochpaare ($\hat{=}$ Überschussladungsträgerdichte $\Delta p \ll n_D$) räumlich homogen mit der Generationsrate g_p erzeugt werden. Nehmen Sie für die Rekombinationsrate $r_p = \Delta p / \tau_p$ an, wobei τ_p die Lebensdauer der Löcher ist. Weiterhin sei kein äußeres elektrisches Feld angelegt.

- c) Leiten Sie aus einer vereinfachten Kontinuitätsgleichung für Δp einen Ausdruck für Δp in Abhängigkeit von g_p und τ_p ab! Beachten Sie hierbei die Annahmen aus der Aufgabenstellung! [1P]

Zum Zeitpunkt $t = 0$ werde die Beleuchtung des Halbleiters schlagartig abgeschaltet.

- d) Leiten Sie aus einer vereinfachten Kontinuitätsgleichung für Δp eine Differentialgleichung für $\Delta p(t)$ für $t > 0$ her! [1P]

Fortsetzung auf Rückseite!

-
- e) Berechnen Sie den zeitlichen Verlauf der Überschussladungsträgerdichte $\Delta p(t)$ für $t > 0$. Geben Sie hierfür den mathematischen Lösungsansatz für $\Delta p(t)$ an, der die vereinfachte Kontinuitätsgleichung aus dem Aufgabenteil d) löst und bestimmen Sie die Koeffizienten. (Hinweis: Beachten Sie die Randbedingung für $\Delta p(t = 0)$ aus dem Aufgabenteil c)!) [1,5P]

Name:

Matrikel-Nr.:

Name:

Matrikel-Nr.:

6. pn-Übergang [7,5P]

- a) Was versteht man unter einer Raumladungszone? Erklären Sie zudem stichwortartig Ihre Entstehung in einem pn-Übergang unter Berücksichtigung der wesentlichen Effekte! [2P]
- b) Zeichnen Sie das Banddiagramm für einen p-Halbleiter und einen n-Halbleiter für den Fall, dass sich die Halbleiter [1P]
- nicht im Kontakt befinden.
 - im Kontakt befinden.
- c) Es wird nun eine äußere Vorspannung U an eine Diode angelegt. Wie muss die Diode kontaktiert werden um sie in Durchlassrichtung zu betreiben? Wie muss die Kontaktierung für den Betrieb in Sperrichtung sein? Begründen Sie Ihre Antworten und skizzieren Sie die Banddiagramme für beide Fälle. [3P]
- d) Skizzieren Sie die ideale U-I-Kennlinie einer pn-Diode. Welcher Strom I fließt bei $T = 300\text{ K}$ durch das Bauteil bei einer angelegten Spannung von $0,6\text{ V}$. Der Sperrstrom der Diode beträgt 1 pA . [1,5P]

Name:

Matrikel-Nr.:

Konstanten

Planck'sches Wirkungsquantum	h	$=$	$6,63 \cdot 10^{-34}$	J s
	$\hbar$	$=$	$\frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34}$	J s
Avogadro-Konstante	N_A	$=$	$6,02 \cdot 10^{23}$	mol ⁻¹
Bohr'scher Radius	a_0	$=$	$5,29 \cdot 10^{-11}$	m
Elementarladung	e	$=$	$1,6 \cdot 10^{-19}$	As
Atomare Masseneinheit	u	$=$	$1,66 \cdot 10^{-27}$	kg
Elektronenmasse	m_e	$=$	$9,11 \cdot 10^{-31}$	kg
Protonenmasse	m_p	$=$	$1,67 \cdot 10^{-27}$	kg
Neutronenmasse	m_n	$=$	$1,67 \cdot 10^{-27}$	kg
Dielektrizitätskonstante	ϵ_0	$=$	$8,85 \cdot 10^{-12}$	As/Vm
Permeabilitätskonstante	μ_0	$=$	$4\pi \cdot 10^{-7}$	Vs/Am
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	$=$	$3,0 \cdot 10^8$	m/s
Boltzmann-Konstante	k_B	$=$	$1,38 \cdot 10^{-23}$	J/K
Kreiszahl	π	$=$	3,14	
Euler'sche Zahl	e	$=$	2,72	
Imaginäre Einheit	j	$=$	$\sqrt{-1}$	

Konversion von Einheiten

Atomare Masseneinheit → Kilogramm	$1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Elektronenvolt → Joule	$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Fortsetzung auf Rückseite!

Formeln und Integrale

$$\exp(jkx) + \exp(-jkx) = 2 \cos(kx)$$

$$\exp(jkx) - \exp(-jkx) = 2j \sin(kx)$$

$$\int (\sin ax)^2 dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4a} \sin 2ax$$

$$\int (\cos ax)^2 dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4a} \sin 2ax$$

$$\int \sin ax \cos ax dx = \frac{1}{2a} (\sin ax)^2$$

$$\int x (\sin ax)^2 dx = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4a}x \sin 2ax - \frac{1}{8a^2} \cos 2ax$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-ax^2} dx = 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^3 e^{-ax^2} dx = 0$$

$$\int x^2 e^{ax} dx = e^{ax} \left(\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3} \right)$$

$$\int_0^{\infty} e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

$$\int_0^{\infty} x e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a}$$

$$\int_0^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{4a} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

$$\int_0^{\infty} x^3 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a^2}$$

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}} \quad (a > 0, n = 0, 1, 2, \dots)$$

13 III. Hauptgruppe	14 IV. Hauptgruppe	15 V. Hauptgruppe
5 10,81 2,0 B Bor	6 12,01 2,5 C Kohlenstoff	7 14,007 3,0 N Stickstoff
13 26,98 1,5 Al Aluminium	14 28,09 1,8 Si Silicium	15 30,97 2,1 P Phosphor
31 69,72 1,6 Ga Gallium	32 72,59 1,8 Ge Germanium	33 74,92 2,0 As Arsen
49 114,82 1,7 In Indium	50 118,69 1,8 Sn Zinn	51 121,75 1,9 Sb Antimon
81 204,38 1,8 Tl Thallium	82 207,2 1,8 Pb Blei	83 208,98 1,9 Bi Bismut