

Lichttechnisches Institut
Universität Karlsruhe
Prof. Dr. rer. nat. Uli Lemmer
Kaiserstrasse 12
76131 Karlsruhe

Festkörperelektronik
Klausur
24. März 2005

Name:

Vorname:

Matrikelnummer:

Erreichte Punktzahl:

Note:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Σ
Punkte										
Max	9	6	5	4	3	5	10	4	2	48

Bitte beachten Sie:

- Zugelassene Hilfsmittel: Nicht-programmierbarer Taschenrechner, 1 Blatt (2 Seiten) eigene handschriftliche Notizen, ausgeteilte Formelsammlung.
- Maximal erreichbare Punktzahl: 48, zum Bestehen notwendige Punktzahl: 24.
- In eckigen Klammern angegebene Zahlen sind die erreichbaren Punkte je (Teil-)Aufgabe.
- Prüfungsdauer: 120 min.
- Bitte schreiben Sie auf **jedes** Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. Blätter ohne Namen und Matrikelnummer können bei der Korrektur **keine** Berücksichtigung finden!
- Bitte legen Sie Ihren Studentenausweis während der Klausur bereit.
- Es werden nur Aufgaben gewertet, die auf von der Uni gestelltem Papier bearbeitet wurden. Sollte Ihnen das ausgehändigte Papier nicht ausreichen, wenden Sie sich an die Betreuer.
- Bitte nur mit dokumentenechten Stiften schreiben (kein Bleistift!).
- Versehen Sie bitte jede Aufgabe, die Sie auf einem Zusatzblatt (weiter) bearbeiten, mit einem Hinweis. Sie erleichtern damit die Korrektur.

1. Potentialtöpfe

Seien $V_1 > 0$, $L > 0$, $d > 0$ und $L > d$. Betrachten Sie den gekoppelten Potentialtopf

$$V(x) = \begin{cases} V_1 & : |x| > L \\ 0 & : L > |x| > d \\ V_0 & : d > |x| \end{cases}$$

- (a) Sei $V_0 = V_1$. Skizzieren Sie das gegebene Potential. Skizzieren Sie zwei eigentliche Zustände eines Elektrons in diesem Potential. [1P]
- (b) Ein Elektron der Energie $E_{q1} > V_1$ laufe von links ein. Wie verhält es sich im angegebenen Potentialgebiet? [1P]
- (c) Wie verhält sich ein klassisches Elektron mit der Energie $E_{k1} < V_1$ bzw. der Energie $E_{k2} > V_1$? [2P]
- (d) Sei nun $V_0 = \infty$. Wie verhält sich nun ein quantenmechanisches Elektron der Energie $E_{q2} < V_1$? Wie verhält sich ein von links einlaufendes Elektron der Energie $E_{q1} > V_1$? (Keine Rechnung nötig!) [2P]
- (e) Geben Sie den Wellenvektor $\vec{k}_{q1}$ im Gebiet $|x| > L$ an. [1P]
- (f) Geben Sie den Impulserwartungswert des Elektrons mit der Energie $E_{q2} < V_1$ an und begründen Sie Ihre Antwort! (Keine Rechnung!) [2P]

2. Elektronenmikroskopie

In einem Elektronenmikroskop werden Elektronen auf zu untersuchende Oberflächen beschleunigt. Dabei können Strukturen aufgelöst werden, die in der Größenordnung der Wellenlänge der Elektronen liegen.

Wir legen einen Diamanten in das Mikroskop. Diamant hat eine fcc-Struktur mit einer 2-atomigen Basis und eine Dichte von $3,51 \text{ g cm}^{-3}$. Die atomare Masse von Kohlenstoff ist 12 u.

- (a) Skizzieren Sie ein fcc-Gitter. Nennen Sie zwei weitere Kristall-Gitter. [2P]
- (b) Wie groß ist die Gitterkonstante a von Diamant? [2P]
- (c) Welche Energie in Elektronenvolt müssen die Elektronen haben, damit die Elementarzellen von Diamant unter dem Elektronenmikroskop „gesehen“ werden können? [2P]

3. Harmonischer Oszillator im elektrischen Feld

Der Hamilton-Operator für einen quantenmechanischen harmonischen Oszillator im elektrischen Feld F lautet

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 + eFx$$

- (a) Geben Sie die Energie-Eigenwerte zu $\hat{H}$ für $F=0$ an. [1P]
- (b) Berechnen Sie die Energie-Eigenwerte zu $\hat{H}$ für $F \neq 0$ (Hinweis: Quadratische Ergänzung im Ausdruck für das Potential). [4P]

4. Überlagerte Zustände

Gegeben seien 2 orthonormierte Zustände ψ_1, ψ_2 . Betrachten Sie den gemischten Zustand $\psi = a_1\psi_1 + a_2\psi_2$. Bestimmen Sie a_1 und a_2 unter der Voraussetzung, daß der Zustand ψ_2 dreimal so wahrscheinlich besetzt sein soll wie der Zustand ψ_1 , und daß ψ normiert ist.
[4P]

5. Photoeffekt

Betrachten Sie einen mit Kalzium beschichteten Plattenkondensator, der mit einer Spannung von 6 V aufgeladen wurde. Die positiv geladene Platte werde auf der Innenseite mit UV-Licht bestrahlt. Kalzium hat eine Austrittsarbeit $W_a = 2,9\text{ eV}$. Die Platten haben einen Abstand von 4 cm . Ab welcher Wellenlänge des einfallenden Lichtes kann man einen Strom an einem zwischen den Platten angeschlossenen Amperemeter feststellen? [3P]

6. Begriffsklärung

Erklären Sie die folgenden Begriffe:

- (a) Driftstrom [1P]
- (b) Einkristall [1P]
- (c) Phonon [1P]
- (d) Fermi-Energie [1P]
- (e) Pauli-Prinzip [1P]

7. Ladungsträger im Halbleiter

Betrachten Sie einen Silizium-Kristall (Si). In Silizium sind bei Raumtemperatur etwa $1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ Elektronen im Leitungsband. Die effektive Masse der Löcher betrage $m_h^* = 0,49 \cdot m_0$ und die effektive Masse der Elektronen $m_e^* = 0,19 \cdot m_0$. m_0 sei die Masse des freien Elektrons.

- (a) Berechnen Sie die Bandlücke von Si in Elektronenvolt bei Raumtemperatur. [3P]
- (b) Wie verändert sich die Elektronenkonzentration im Leitungsband, wenn die Temperatur sukzessive auf $T = 0 \text{ K}$ gesenkt wird (Begründung!). [1P]
- (c) Berechnen Sie die Leitfähigkeit von Si bei Raumtemperatur. Die Beweglichkeit der Elektronen betrage $1400 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$, die der Löcher $450 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$. [2P]
- (d) Nennen Sie ein Verfahren zur Dotierung eines Halbleiters. [1P]
- (e) Welche Atome eignen sich für eine p-Dotierung von Silizium? [1P]
- (f) Welche Konzentration von Dotieratomen ist nötig, um die Leitfähigkeit des Kristalls bei Raumtemperatur um 3 Größenordnungen zu steigern? [1P]
- (g) Beschreiben Sie eine weitere Möglichkeit, Elektronen in das Leitungsband des Kristalls anzuregen? [1P]

Name:

Matrikel-Nr.:

8. Zustandsdichte

- (a) Was beschreibt die Zustandsdichte? [1P]
- (b) Skizzieren Sie die Zustandsdichte in einem parabolischen Halbleiter oberhalb der Leitungsband-Kante. [1P]
- (c) Wie groß ist die Zustandsdichte pro Volumen im Leitungsband eines reinen Halbleiters 0,2 eV oberhalb der Bandkante? Die Masse der Elektronen entspreche der Masse der freien Elektronen. [2P]

9. Raumladungszone

Die Dielektrizitätskonstante von Silizium beträgt $\epsilon = 12$. Wie groß ist die Dicke der Sperrschicht eines p/n-Übergangs in Silizium bei einer Diffusionsspannung von 0,4 V und einer Dotierung von $n_A = n_D = 10^{22} \text{ m}^{-3}$? [2P]

Konstanten

Planck'sches Wirkungsquantum	h	$=$	$6.6260755 \cdot 10^{-34}$	J s
	$\hbar$	$=$	$\frac{h}{2\pi} = 1.0545726 \cdot 10^{-34}$	J s
Avogadro-Konstante	N_A	$=$	$6.0221367 \cdot 10^{23}$	mol ⁻¹
Bohr'scher Radius	a_0	$=$	$5.2917725 \cdot 10^{-11}$	m
Elementarladung	e	$=$	$1.60217733 \cdot 10^{-19}$	A s
Atomare Masseneinheit	u	$=$	$1.6605402 \cdot 10^{-27}$	kg
Elektronenmasse	m_e	$=$	$9.1093897 \cdot 10^{-31}$	kg
Protonenmasse	m_p	$=$	$1.6726231 \cdot 10^{-27}$	kg
Neutronenmasse	m_n	$=$	$1.6749286 \cdot 10^{-27}$	kg
Dielektrizitätskonstante	ϵ_0	$=$	$8.854187817 \cdot 10^{-12}$	A s V ⁻¹ m ⁻¹
Permeabilitätskonstante	μ_0	$=$	$4\pi \cdot 10^{-7}$	V s A ⁻¹ m ⁻¹
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	$=$	299792458	m s ⁻¹
Boltzmann-Konstante	k_B	$=$	$1.380658 \cdot 10^{-23}$	J K ⁻¹

Kreiszahl	π	$=$	3.141592654
Euler'sche Zahl	e	$=$	2.718281828

Konversion von Einheiten

Atomare Masseneinheit → Kilogramm	1 u	$=$	$1.6605402 \cdot 10^{-27}$ kg
Elektronenvolt → Joule	1 eV	$=$	$1.60217733 \cdot 10^{-19}$ J

bitte wenden ...

Integrale

$$\begin{aligned}\int (\sin ax)^2 dx &= \frac{1}{2}x - \frac{1}{4a} \sin 2ax \\ \int (\cos ax)^2 dx &= \frac{1}{2}x + \frac{1}{4a} \sin 2ax \\ \int \sin ax \cos ax dx &= \frac{1}{2a} (\sin ax)^2 \\ \int x (\sin ax)^2 dx &= \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4a}x \sin 2ax - \frac{1}{8a^2} \cos 2ax\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} dx &= \sqrt{\frac{\pi}{a}} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-ax^2} dx &= 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-ax^2} dx &= \frac{1}{2a} \sqrt{\frac{\pi}{a}}\end{aligned}$$

Additionstheoreme

$$\begin{aligned}\sin (\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \\ \cos (\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin \alpha \sin \beta &= \frac{1}{2} [\cos (\alpha - \beta) - \cos (\alpha + \beta)] \\ \cos \alpha \cos \beta &= \frac{1}{2} [\cos (\alpha - \beta) + \cos (\alpha + \beta)] \\ \sin \alpha \cos \beta &= \frac{1}{2} [\sin (\alpha - \beta) + \sin (\alpha + \beta)] \\ \sin^2 \alpha &= \frac{1}{2} (1 - \cos 2\alpha) \\ \cos^2 \alpha &= \frac{1}{2} (1 + \cos 2\alpha)\end{aligned}$$