

Lichttechnisches Institut
Universität Karlsruhe (TH)
Prof. Dr. rer. nat. Uli Lemmer
Kaiserstrasse 12
76131 Karlsruhe

Festkörperelektronik
Klausur
21. April 2005

Name:

Vorname:

Matrikelnummer:

Erreichte Punktzahl:

Note:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
Punkte											
Max	4	2	8	5	4	4	4	3	9	5	48

Bitte beachten Sie:

- Zugelassene Hilfsmittel: Nicht-programmierbarer Taschenrechner, 1 Blatt (2 Seiten) eigene handschriftliche Notizen, ausgeteilte Formelsammlung.
- Maximal erreichbare Punktzahl: 48, zum Bestehen notwendige Punktzahl: 24.
- In eckigen Klammern angegebene Zahlen sind die erreichbaren Punkte je (Teil-)Aufgabe.
- Prüfungsdauer: 120 min.
- Bitte schreiben Sie auf **jedes** Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. Blätter ohne Namen und Matrikelnummer können bei der Korrektur **keine** Berücksichtigung finden!
- Bitte legen Sie Ihren Studentenausweis während der Klausur bereit.
- Es werden nur Aufgaben gewertet, die auf von der Uni gestelltem Papier bearbeitet wurden. Sollte Ihnen das ausgehändigte Papier nicht ausreichen, wenden Sie sich an die Betreuer.
- Bitte nur mit dokumentenechten Stiften schreiben (kein Bleistift!).
- Versehen Sie bitte jede Aufgabe, die Sie auf einem Zusatzblatt (weiter) bearbeiten, mit einem Hinweis. Sie erleichtern damit die Korrektur.

Name:

Matrikel-Nr.:

1. Elektron im Potentialtopf

- (a) Wieviele verschiedene Energie-Eigenwerte kann ein Elektron in einem unendlichen Potentialtopf der Breite 0,7 nm bis zur Energie $V_0=10\text{ eV}$ haben. [2P]
- (b) Berechnen Sie den Ortserwartungswert $\langle \hat{x} \rangle$ des Elektrons. [2P]

2. Zustandsdichte

Berechnen Sie die Zustandsdichte des quantenmechanischen harmonischen Oszillators. [2P]

3. Wasserstoffatom

Betrachten Sie das radiale Potential des Wasserstoff-Atoms $V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$. Die Wellenfunktion des Wasserstoff-Elektrons im Grundzustand ist

$$\psi_0(r) = c_0 a_0^{-\frac{3}{2}} e^{-r/a_0}$$

wobei $a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2}$ der Bohrsche Radius ist.

Hinweis: Es handelt sich hier um ein dreidimensionales Problem!

- (a) Skizzieren Sie das Potential. [1P]
- (b) Zeigen Sie durch Berechnung, daß $c_0 = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$. [3P]
- (c) Zeigen Sie mithilfe der stationären Schrödinger-Gleichung, daß das Elektron im Grundzustand die Energie 13,6 eV hat. [3P]
- (d) Mit Licht welcher Wellenlänge müssen Sie das Atom bestrahlen, um das Elektron im Grundzustand vom Atomkern zu trennen. [1P]

4. Gefangenes Elektron

Ein Elektron sei bei $r < r_0$ „gefangen“ im Potential

$$V(r) = \begin{cases} \infty \text{ eV} & : r < 0 \\ -10 \text{ eV} & : 0 \leq r < r_0 \\ 5 \text{ eV} & : r_0 \leq r < d \\ 0 & : d \leq r \end{cases}$$

- (a) Skizzieren Sie das Potential. [1P]
- (b) Welche Energie muß ein Elektron mindestens haben, um dem Potential entkommen zu können (Begründung)? [1P]
- (c) Wovon hängt es qualitativ ab, nach (durchschnittlich) welcher Zeit das Elektron dem Potential entkommt? [2P]
- (d) Welche De-Broglie-Wellenlänge hat ein Elektron, das mit einer kinetischen Energie von 3 eV aus dem Potential entkommt? [1P]

5. Begriffsklärung

Erklären Sie die folgenden Begriffe:

- (a) Bloch-Elektron [1P]
- (b) Dispersionsrelation [1P]
- (c) Phonon [1P]
- (d) Orthonormierung [1P]

6. Fermi-Verteilungsfunktion

- (a) Geben Sie die Fermi-Verteilungsfunktion für Elektronen an und skizzieren Sie diese für $T=0\text{ K}$ und $T=300\text{ K}$. [1P]
- (b) Welche Information enthält die Fermi-Verteilungsfunktion? [1P]
- (c) Wie groß ist die Besetzungs-Wahrscheinlichkeit für einen Zustand $E_0 = 2k_B T$ oberhalb der Fermi-Energie? [1P]
- (d) Wie berechnet man bei bekannter Fermi-Verteilungsfunktion die Dichte der Löcher im Valenzband? [1P]

7. Halbleiter

- (a) Charakterisieren Sie ein Metall, einen Halbleiter und einen Isolator anhand des Bänder-Modells. [1P]
- (b) Benennen und beschreiben Sie die vier Prozesse, die Ladungsträgerdichten in einem Halbleiter beeinflussen können. [3P]

Name:

Matrikel-Nr.:

8. Mobilität in einem Halbleiter

Die Löcherdichte in einem Si-Wafer (Beweglichkeit der Löcher $300 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$) nimmt zwischen den Positionen $x=0$ und $x=1 \mu\text{m}$ von 10^{14} cm^{-3} auf 10^{13} cm^{-3} linear ab. Berechnen Sie den Lochdiffusionsstrom bei Raumtemperatur. [3P]

9. Dotierung

- (a) Beschreiben Sie die Funktionsweise einer n-Dotierung eines Halbleiter-Kristalls. [1P]
- (b) Beschreiben Sie ein technologisches Verfahren zur Dotierung eines Halbleiters. [1P]
- (c) Zeigen Sie, daß der Beitrag der intrinsisch erzeugten Ladungsträger gegenüber den ionisierten Störstellen bei einem n-dotierten Halbleiter-Kristall ($N_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$) bei Raumtemperatur vernachlässigt werden können. Die Bandlücke betrage 1 eV, die Donator-Niveaus liegen 0,02 eV unter der Leitungsbandkante und die effektive Masse der Elektronen und der Löcher betrage $0,025 \cdot m_0$. m_0 sei die Masse des freien Elektrons. [4P]
- (d) Sie messen an dem zuvor beschriebenen Halbleiter-Kristall einen spezifischen Widerstand von $1 \text{ m}\Omega \text{ cm}$. Welchen quantitativen Rückschluß läßt diese Messung auf die Mobilität von Elektronen und Löchern zu? [1P]
- (e) Wie verändert sich qualitativ das Verhältnis von intrinsisch erzeugten Ladungsträgern zu ionisierten Störstellen, wenn die Temperatur steigt? Wie verhält sich dabei die Fermi-Energie (Begründung)? [2P]

Name:

Matrikel-Nr.:

10. Leuchtdioden

- (a) Skizzieren Sie einen pn-Übergang im Gleichgewicht und zeichnen Sie die Fermi-Energie ein. [1P]
- (b) Erläutern Sie die Funktionsweise einer Diode anhand des pn-Übergangs. [2P]
- (c) Eignet sich Silizium (Si) oder Galliumarsenid (GaAs) besser für die Herstellung von Leuchtdioden (Begründung)? [2P]

Konstanten

Planck'sches Wirkungsquantum	h	$=$	$6.6260755 \cdot 10^{-34}$	J s
	$\hbar$	$=$	$\frac{h}{2\pi} = 1.0545726 \cdot 10^{-34}$	J s
Avogadro-Konstante	N_A	$=$	$6.0221367 \cdot 10^{23}$	mol ⁻¹
Bohr'scher Radius	a_0	$=$	$5.2917725 \cdot 10^{-11}$	m
Elementarladung	e	$=$	$1.60217733 \cdot 10^{-19}$	A s
Atomare Masseneinheit	u	$=$	$1.6605402 \cdot 10^{-27}$	kg
Elektronenmasse	m_e	$=$	$9.1093897 \cdot 10^{-31}$	kg
Protonenmasse	m_p	$=$	$1.6726231 \cdot 10^{-27}$	kg
Neutronenmasse	m_n	$=$	$1.6749286 \cdot 10^{-27}$	kg
Dielektrizitätskonstante	ϵ_0	$=$	$8.854187817 \cdot 10^{-12}$	A s V ⁻¹ m ⁻¹
Permeabilitätskonstante	μ_0	$=$	$4\pi \cdot 10^{-7}$	V s A ⁻¹ m ⁻¹
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	$=$	299792458	m s ⁻¹
Boltzmann-Konstante	k_B	$=$	$1.380658 \cdot 10^{-23}$	J K ⁻¹
Kreiszahl	π	$=$	3.141592654	
Euler'sche Zahl	e	$=$	2.718281828	

Konversion von Einheiten

Atomare Masseneinheit → Kilogramm	1 u	$=$	$1.6605402 \cdot 10^{-27}$	kg
Elektronenvolt → Joule	1 eV	$=$	$1.60217733 \cdot 10^{-19}$	J

Taylor-Reihe

Entwicklung einer Funktion $f(x)$ in einer Taylor-Reihe um x_0 :

$$f(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{f^{(i)}(x_0)}{i!} (x - x_0)^i$$

Kugel-Koordinaten

$$\begin{aligned} \text{Laplace-Operator } \Delta = \nabla^2 &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \\ \text{Integral in 3D} &= \int_r \int_\phi \int_\theta f(r, \phi, \theta) r^2 \sin \theta d\theta d\phi dr \end{aligned}$$

Hermite'sche Polynome

$$H_0(x) = 1, \quad H_1(x) = 2x, \quad H_2(x) = 4x^2 - 2, \quad H_3(x) = 8x^3 - 12x$$

bitte wenden ...

Integrale

$$\begin{aligned}\int (\sin ax)^2 dx &= \frac{1}{2}x - \frac{1}{4a} \sin 2ax \\ \int (\cos ax)^2 dx &= \frac{1}{2}x + \frac{1}{4a} \sin 2ax \\ \int \sin ax \cos ax dx &= \frac{1}{2a} (\sin ax)^2 \\ \int x (\sin ax)^2 dx &= \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4a}x \sin 2ax - \frac{1}{8a^2} \cos 2ax \\ \int x^2 e^{ax} dx &= e^{ax} \left(\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3} \right) \\ \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} dx &= \sqrt{\frac{\pi}{a}} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-ax^2} dx &= 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-ax^2} dx &= \frac{1}{2a} \sqrt{\frac{\pi}{a}}\end{aligned}$$

Additionstheoreme

$$\begin{aligned}\sin (\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \\ \cos (\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin \alpha \sin \beta &= \frac{1}{2} [\cos (\alpha - \beta) - \cos (\alpha + \beta)] \\ \cos \alpha \cos \beta &= \frac{1}{2} [\cos (\alpha - \beta) + \cos (\alpha + \beta)] \\ \sin \alpha \cos \beta &= \frac{1}{2} [\sin (\alpha - \beta) + \sin (\alpha + \beta)] \\ \sin^2 \alpha &= \frac{1}{2} (1 - \cos 2\alpha) \\ \cos^2 \alpha &= \frac{1}{2} (1 + \cos 2\alpha)\end{aligned}$$