

Lichttechnisches Institut
Universität Karlsruhe (TH)
Prof. Dr. rer. nat. Uli Lemmer
Engesserstraße 13
76131 Karlsruhe

Festkörperelektronik
Klausur
11. April 2008

Name:

Vorname:

Matrikelnummer:

Erreichte Punktzahl:

Note:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Σ
Punkte							
Max	5,5	9	7,5	8	6	7	50

Bitte beachten Sie:

- Zugelassene Hilfsmittel: Nicht-programmierbarer Taschenrechner, 1 Blatt (2 Seiten) eigene handschriftliche Notizen, ausgeteilte Formelsammlung.
- Maximal erreichbare Punktzahl: 50, zum Bestehen notwendige Punktzahl: 21.
- In eckigen Klammern angegebene Zahlen sind die erreichbaren Punkte je (Teil-)Aufgabe.
- Prüfungsdauer: 120 min.
- Bitte schreiben Sie auf **jedes** Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. Blätter ohne Namen und Matrikelnummer können bei der Korrektur **keine** Berücksichtigung finden!
- Bitte legen Sie Ihren Studierendenausweis während der Klausur bereit.
- Es werden nur Aufgaben gewertet, die auf von der Uni gestelltem Papier bearbeitet wurden. Sollte Ihnen das ausgehändigte Papier nicht ausreichen, wenden Sie sich an die Betreuer.
- Bitte nur mit dokumentenechten Stiften schreiben (kein Bleistift!).
- Versehen Sie bitte jede Aufgabe, die Sie auf einem Zusatzblatt (weiter) bearbeiten, mit einem Hinweis. Sie erleichtern damit die Korrektur.
- Bei allen Rechnungen ist das Ergebnis bis auf die zweite signifikante Nachkommastelle anzugeben.

1. Halbleiter-Quantentöpfe

In Halbleitern können Potentialtöpfe hergestellt werden, indem dünne Schichten verschiedener Halbleitermaterialien aufeinander gewachsen werden. Wir betrachten hier ein „Sandwich“ aus InGaAs zwischen zwei Schichten eines anderen Halbleiter-Materials (z. B. InP). In dieser Struktur hat ein Elektron im InGaAs niedrigere Energien und „sieht“ eine Potentialstufe der Höhe V_0 am Übergang zum InP. Somit haben wir die gleiche Situation wie im endlichen Potentialtopf. Der Unterschied besteht darin, dass den Elektronen in den beiden Materialien so genannte effektive Massen zugeordnet werden, die sich von der Masse des freien Elektrons unterscheiden. Diese sind m_T im InGaAs und m_B in der Barriere aus InP, die beiden effektiven Massen sind nicht gleich. Die Massen ergeben sich zu $m_T = 0,041m_0$ und $m_B = 0,08m_0$, wobei m_0 die Masse des freien Elektrons ist. Die Barriere V_0 ergibt sich zu 260 meV.

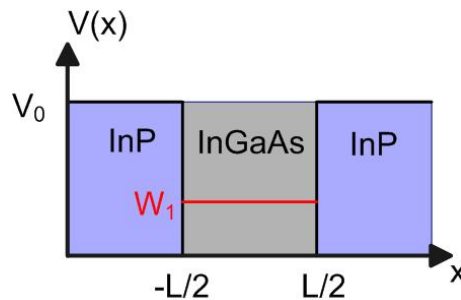


Abb. 1: Potentialverlauf des Quantentopfs

- (a) InGaAs hat eine Bandlücke von etwa 750 meV. Baut man einen Laser aus InGaAs, so entspricht die Energie der emittierten Photonen ungefähr der Bandlücke. Welche Wellenlänge haben die emittierten Photonen?
- (b) Für die Integration in optische Glasfasernetze wünscht man sich eine Wellenlänge von $1,55 \mu\text{m}$ (Dämpfungsminimum der Quarzglasfasern). Die Emission des InGaAs liegt also bei zu großen Wellenlängen. Verwendet man aber die in der Einleitung beschriebene Quantentopf-Struktur, kann man die Energie der ausgesendeten Photonen um die Nullpunktsenergie W_1 des Quantentopfs erhöhen (Abbildung 1). Wie groß muss die Nullpunktsenergie des Quantentopfes sein, wenn wir Licht der Wellenlänge $1,55 \mu\text{m}$ erzeugen wollen?
- (c) Um ein Problem mit unterschiedlichen effektiven Massen zu lösen, muss man statt der Stetigkeitsbedingung $\frac{\partial}{\partial x}\psi$ die Stetigkeit von $\frac{1}{m}\frac{\partial}{\partial x}\psi$ fordern. Stellen Sie die Gleichungen für die gebundenen Zustände des Systems und die zugehörigen Stetigkeitsbedingungen auf.
- (d) Das Problem aus c) hat symmetrische (1) und antisymmetrische (2) Lösungen.

$$\frac{\kappa_I}{k_{II}} \frac{m_T}{m_B} = \tan k_{II} L/2 \quad (1)$$

$$\frac{\kappa_I}{k_{II}} \frac{m_T}{m_B} = -\cot k_{II} L/2 \quad (2)$$

Betrachten Sie Abbildung 2, wo diese impliziten Gleichungen grafisch gelöst sind. Welcher Schnittpunkt entspricht der Nullpunktenergie des Quantentopfs? Berechnen Sie die Dicke der InGaAs-Schicht für diesen Fall.

2. Quantenmechanisches Messen

- (a) Wie bestimmt man den Erwartungswert $\langle \hat{A} \rangle$ einer Messgröße mit dem Operator $\hat{A}$ einer quantenmechanischen Messung eines Systems im Zustand ψ ?
- (b) Wir führen wiederholt eine Messung an einem System, das sich in einem normierten Zustand ψ_α befindet durch. Die Schwankung der Messungen wird durch das Quadrat der Standardabweichung $\Delta\hat{A}$ charakterisiert:

$$(\Delta\hat{A})^2 = \langle \hat{A}^2 \rangle - \langle \hat{A} \rangle^2 \quad (3)$$

Werten Sie den Ausdruck 3 aus für den Fall, dass $\hat{A}\psi_\alpha = a\psi_\alpha$ mit der Konstanten a gilt.

- (c) Was bedeutet das Ergebnis aus b) für die Messung? Wie bezeichnet man einen Zustand, für den $\hat{A}\psi_\alpha = a\psi_\alpha$ gilt?

3. pin-Diode

- Skizzieren Sie die Ladungen, das elektrische Feld und den Potentialverlauf in einer np-Diode ohne Vorspannung. Nehmen Sie einen abrupten Übergang zwischen einem mit der Akzeptordichte n_A zu einem mit der Donatordichte n_D dotierten Halbleiter an, es gelte die Shockley-Näherung.
- Erläutern Sie, wie aus dem Potentialverlauf das Energie-Banddiagramm folgt. Welche Informationen benötigen Sie zusätzlich über den Halbleiter?
- Sie vermessen eine pn-Diode aus Germanium, eine aus Silizium und eine aus Diamant. Die Bandabstände der drei Materialien sind 0,66 eV, 1,2 eV und ca. 5 eV, die Ladungsträgerdichten seien in allen Fällen gleich. Skizzieren Sie qualitativ die IU-Kennlinien dieser Bauteile.
- Schätzen Sie die intrinsische Leitfähigkeit von Diamant bei Raumtemperatur ab.
- Eine Variante der pn-Diode ist die pin-Diode, in der zwischen den beiden dotierten Schichten eine intrinsische befindet (siehe Abb. 2). Diese kann in Näherung als vollkommen frei von Ladungsträgern betrachtet werden, die Raumladungszone bildet sich wie im pn-Fall in den dotierten Bereichen aus. Berechnen und skizzieren Sie die elektrischen Felder, die sich ohne Vorspannung im Bauteil ausbilden. Gehen Sie von abrupten Übergängen zwischen den Gebieten aus. Verwenden Sie die in Abb. 2 eingeführten Bezeichnungen.

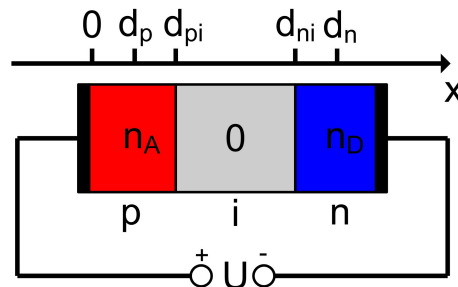


Abb. 2: Schema der pin-Diode

4. Zustandsdichte

- (a) Beschreiben Sie, was man unter dem Begriff „Zustandsdichte“ versteht!
- (b) Skizzieren Sie den Verlauf der elektronischen Zustandsdichte $g_L(W)$ im Leitungsband eines Halbleiters. Welche Annahmen wurden gemacht, um diesen Ausdruck zu erhalten?
- (c) Wie die Zustandsdichte in einem „Quantendraht“. Das sind Gebilde, die in erster Näherung als eindimensional angenommen werden können. Führen Sie im eindimensionalen k -Raum die Ableitung der Zustandsdichte durch!

5. Tunneleffekt

- (a) Was versteht man unter dem Begriff Tunneleffekt?
- (b) Warum spielt der Tunneleffekt in unserer täglichen Erfahrung keine Rolle?
- (c) Wovon hängt die Tunnelwahrscheinlichkeit durch eine Barriere nach Abb. 3 ab?

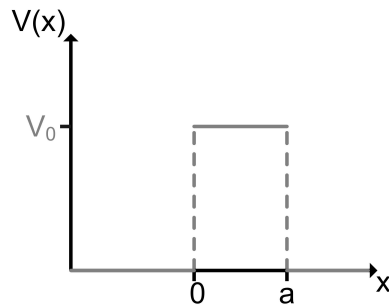
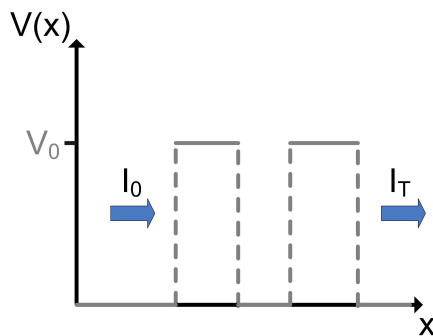
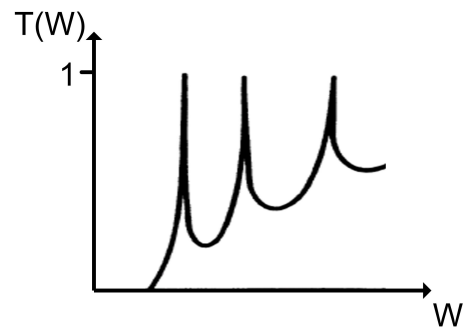


Abb. 3: Skizze Tunneleffekt

- (d) Wie verhält sich die Wellenzahl eines Elektrons, das die Barriere durchtunnelt hat zu der vor Auftreffen auf die Barriere?
- (e) Fügt man eine weitere Barriere ein, so entsteht zwischen dieser und der ersten ein Potentialtopf (Abb. 4(a)). Treffen nun Elektronen mit verschiedener Energie auf das System, so ergibt sich für die Tunnelwahrscheinlichkeit durch beide Barrieren die in Abb. 4(b) gezeigte Abhängigkeit. Erklären Sie den qualitativen Verlauf der Kurve.



(a)



(b)

Abb. 4: Schema zur Doppelbarriere (a) und Transmissionswahrscheinlichkeit T eines Elektrons (b).

6. Störstellenleitung vs. intrinsische Leitung (Ü V10)

Ein Halbleiter habe eine Bandlücke von $W_g = 1,1 \text{ eV}$. Elektronen und Löcher sollen eine effektive Masse gleich der freien Elektronenmasse haben. Der Halbleiter sei p-dotiert mit einer Akzeptorkonzentration von $p = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Das Akzeptorniveau liege $0,065 \text{ eV}$ über dem Valenzband.

- (a) Wie groß ist die Dichte der Löcher bei $T=300 \text{ K}$ (Die Lage des Fermi-niveaus kann aus Abbildung 5 abgeschätzt werden)? Vergleichen Sie diese mit der Dichte der Löcher in einem undotierten Halbleiter mit sonst gleichen Eigenschaften.

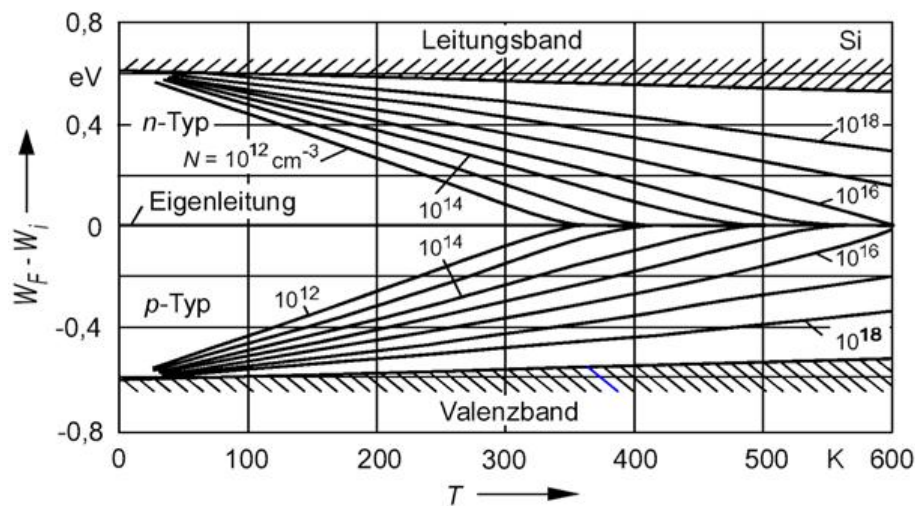


Abb. 5: Fermienergie über Temperatur

- (b) Bestimmen Sie nun die Dichten der freien Elektronen für beide Fälle in a).
- (c) Berechnen Sie die Leitfähigkeit σ bei $T=300 \text{ K}$ unter der Annahme einer Löcherbeweglichkeit von $100 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$. Die Beweglichkeit der Elektronen sei $1500 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$.
- (d) Zur Bestimmung der Dotierung eines Halbleiterblocks wird zwischen zwei Elektroden eine Temperaturdifferenz aufrechterhalten und dann die Spannung gemessen (Abb. 6). Erläutern Sie, welche Prozesse im Halbleiter ablaufen werden und warum mit dieser Methode die Dotierung bestimmt werden kann.

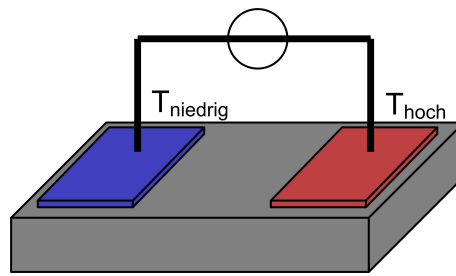


Abb. 6: Schema Dotierungsbestimmung

Konstanten

Planck'sches Wirkungsquantum	h	$=$	$6.63 \cdot 10^{-34}$	J s
	$\hbar$	$=$	$\frac{h}{2\pi} = 1.05 \cdot 10^{-34}$	J s
Avogadro-Konstante	N_A	$=$	$6.02 \cdot 10^{23}$	mol ⁻¹
Bohr'scher Radius	a_0	$=$	$5.29 \cdot 10^{-11}$	m
Elementarladung	e	$=$	$1.6 \cdot 10^{-19}$	A s
Atomare Masseneinheit	u	$=$	$1.66 \cdot 10^{-27}$	kg
Elektronenmasse	m_e	$=$	$9.11 \cdot 10^{-31}$	kg
Protonenmasse	m_p	$=$	$1.67 \cdot 10^{-27}$	kg
Neutronenmasse	m_n	$=$	$1.67 \cdot 10^{-27}$	kg
Dielektrizitätskonstante	ϵ_0	$=$	$8.85 \cdot 10^{-12}$	A s V ⁻¹ m ⁻¹
Permeabilitätskonstante	μ_0	$=$	$4\pi \cdot 10^{-7}$	V s A ⁻¹ m ⁻¹
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	$=$	$3.0 \cdot 10^8$	m s ⁻¹
Boltzmann-Konstante	k_B	$=$	$1.38 \cdot 10^{-23}$	J K ⁻¹
Kreiszahl	π	$=$	3.14	
Euler'sche Zahl	e	$=$	2.72	

Konversion von Einheiten

Atomare Masseneinheit → Kilogramm	1 u	$=$	$1.66 \cdot 10^{-27}$ kg
Elektronenvolt → Joule	1 eV	$=$	$1.6 \cdot 10^{-19}$ J

Taylor-Reihe

Name:

Matrikel-Nr.:

Entwicklung einer Funktion $f(x)$ in einer Taylor-Reihe um x_0 :

$$f(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{f^{(i)}(x_0)}{i!} (x - x_0)^i$$

Hermite'sche Polynome

$$H_0(x) = 1, \quad H_1(x) = 2x, \quad H_2(x) = 4x^2 - 2, \quad H_3(x) = 8x^3 - 12x$$

bitte wenden ...

Integrale

$$\begin{aligned}\int (\sin ax)^2 dx &= \frac{1}{2}x - \frac{1}{4a} \sin 2ax \\ \int (\cos ax)^2 dx &= \frac{1}{2}x + \frac{1}{4a} \sin 2ax \\ \int \sin ax \cos ax dx &= \frac{1}{2a} (\sin ax)^2 \\ \int x (\sin ax)^2 dx &= \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4a}x \sin 2ax - \frac{1}{8a^2} \cos 2ax\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} dx &= \sqrt{\frac{\pi}{a}} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-ax^2} dx &= 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-ax^2} dx &= \frac{1}{2a} \sqrt{\frac{\pi}{a}}\end{aligned}$$

Additionstheoreme

$$\begin{aligned}\sin (\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \\ \cos (\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin \alpha \sin \beta &= \frac{1}{2} [\cos (\alpha - \beta) - \cos (\alpha + \beta)] \\ \cos \alpha \cos \beta &= \frac{1}{2} [\cos (\alpha - \beta) + \cos (\alpha + \beta)] \\ \sin \alpha \cos \beta &= \frac{1}{2} [\sin (\alpha - \beta) + \sin (\alpha + \beta)] \\ \sin^2 \alpha &= \frac{1}{2} (1 - \cos 2\alpha) \\ \cos^2 \alpha &= \frac{1}{2} (1 + \cos 2\alpha)\end{aligned}$$