

1. **Computerprozessoren** Ein Pentium IV Merom L2 Dualkernprozessor (Mobilprozessor) besitzt eine Strukturgröße von 65 nm.

- (a) Geben Sie die Grundzustandsenergie eines Elektrons in einem langen Leiter mit quadratischem Querschnitt auf der Prozessor-Platine an. Nehmen Sie dazu ein geeignetes Modell an. [1P]

Der Leiter kann durch einen 3-dimensionalen unendlichen Potentialtopf der Länge  $L$  und der Dicke  $d$  beschrieben werden. Damit ergibt sich die Grundzustandsenergie zu:

$$E = E_x + E_y + E_z = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m} \left( \frac{n_x^2}{d^2} + \frac{n_y^2}{d^2} + \frac{n_z^2}{L^2} \right)$$

Nun ist  $n_x = n_y = n_z = 1$ , da die Grundzustandsenergie gefragt ist. Da  $L \gg d$  folgt  $E_z \rightarrow 0$  und damit

$$E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m} \cdot \frac{2}{d^2} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{d^2}$$

- (b) Das Elektron werde nun in einen höheren Zustand angeregt. Sind die zu einer Eigenenergie gehörenden Zustände immer eindeutig bestimmt? (Begründung!) [1P]

Nein, die zu den Eigenenergien gehörenden Zustände sind nicht immer eindeutig bestimmt. So führen beispielsweise  $n_x = 1$  und  $n_y = 2$  auf die gleiche Eigenenergie wie  $n_x = 2$  und  $n_y = 1$ .

- (c) Wie hoch muß die Energie (in eV) der zur Belichtung der Platine verwendeten Photonen sein, wenn die Wellenlänge der Photonen in der Größenordnung der Strukturgröße liegen muss? [1P]

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 1,5 \cdot 10^{-17} \text{ J} = 19 \text{ eV}$$

- (d) Erörtern Sie ein in der Quantenmechanik begründetes Phänomen, das sich im Betrieb des Prozessors bei noch kleineren Strukturen bemerkbar machen und den Betrieb des Prozessors stören würde? [1P]

Bei zu kleinen Strukturen kann es zum Tunneln von Ladungsträgern aus dem einen in den anderen Leiter geben. Ein Übersprechen der Signale zwischen den Leitungen wäre die Folge.

---

## 2. Konzepte der Quantenmechanik

- (a) *Das erste Postulat der Quantenmechanik führt auf die Schrödingergleichung. Diskutieren Sie, welche Gesetze analog hierzu Teilchen in der klassischen Mechanik beschreiben? [1P]*

Die Schrödingergleichung beschreibt die räumliche und zeitliche Entwicklung eines quantenmechanischen Teilchens in einem Kraftfeld, das durch die Wellenfunktion  $\psi$  beschrieben wird. Die Bewegung von klassischen Teilchen wird durch die Newton'sche Mechanik bzw. die Newton'schen Bewegungsgleichungen ( $F = \frac{dp}{dt}$ ) beschrieben.

- (b) *Die Wellenfunktion zur Beschreibung eines quantenmechanischen Teilchens darf komplexe Werte annehmen. Steht das im Widerspruch zu der physikalischen Tatsache, dass in der Natur nur reelle Messgrößen beobachtet werden können? (Begründung!) [1P]*

Nein, denn die Wellenfunktion ist in der Natur nicht beobachtbar. Beobachtet werden kann nur die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Teilchens, also das Quadrat der Wellenfunktion. Das Quadrat einer komplexen Größe ist aber immer reell.

- (c) *Das vierte Postulat der Quantenmechanik lautet: „Wenn  $\psi$  eine Eigenfunktion zum Operator  $\hat{F}$  ist, dann führt die Messung von  $F$  stets zum gleichen Ergebnis, nämlich dem Eigenwert  $f_n$ “. Welches Resultat hat eine Messung von  $F$ , wenn  $\psi$  keine Eigenfunktion von  $\hat{F}$  ist? [1P]*

Wenn  $\psi$  keine Eigenfunktion von  $\hat{F}$  ist, dann ergibt eine einzelne Messung von  $F$  ein Ergebnis, das irgendeinem der Eigenwerte von  $\hat{F}$  entspricht. Die Wahrscheinlichkeit, einen bestimmten Eigenwert  $f_n$  zu messen ist proportional zu  $|a_n|^2$ , wobei  $a_n$  der zugehörige Entwicklungskoeffizient ist.

- (d) *Beschreiben Sie ein Experiment, das das vierte Postulat der Quantenmechanik und seine Folgen untermauert. Stellen Sie dabei explizit den Zusammenhang zwischen dem Experiment und dem Postulat her. [2P]*

Ein geeignetes Experiment ist die Beugung von Elektronen am Doppelspalt. Solange nicht direkt am Spalt gemessen wird, geht das Elektron durch beide Spalte (und interferiert). Die Wellenfunktion setzt sich also zu gleichen Teilen aus einem Teil, der den Durchgang durch den linken Spalt beschreibt, und aus einem Teil, der den Durchgang durch den rechten Spalt beschreibt, zusammen.

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_{\text{links}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_{\text{rechts}}$$

Misst man nun jeweils direkt hinter den beiden Spalten, so stellt man fest, dass das Elektron entweder durch den einen oder den anderen Spalt geflogen sein muss. Aus der überlagerten Wellenfunktion wird damit eine Festlegung der Wellenfunktion auf

$\psi_{\text{links}}$  oder  $\psi_{\text{rechts}}$ . Wenn man einen Spalt schließt und damit sicher stellt, daß das Elektron der Wellenfunktion  $\psi_{\text{links}}$  oder  $\psi_{\text{rechts}}$  gehorcht, so wird man auch immer die entsprechende Wellenfunktion messen und keine Überlagerung mehr.

- (e) *Am Large Hadron Collider (LHC) werden Protonen bis auf 99,999999% der Lichtgeschwindigkeit beschleunigt. Ein Proton werde zuvor am vorgeschalteten Linearbeschleuniger mit einer kinetischen Energie von 20 MeV erzeugt und in den LHC-Ring geschossen. Schätzen Sie ab, wie genau Sie den Ort des Protons beim Austritt aus dem Linearbeschleuniger bestimmen können? [1P]*

Aus der Unschärferelation und der Annahme, dass  $p > \Delta p$  folgt:

$$p \cdot \Delta x > \Delta p \cdot \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$$

Mit  $p = \sqrt{2mE}$  ergibt sich:

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{2p} = \frac{\hbar}{2\sqrt{2mE}} = 5,09 \cdot 10^{-16} \text{ m}$$

### 3. Das freie Elektron

- (a) *Erläutern Sie das Prinzip der „Dispersion“ anhand des freien quantenmechanischen Elektrons? [1P]*

Die Dispersion beschreibt einen Zusammenhang zwischen dem Wellenvektor und der Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle. Im Falle eines freien Elektrons, das als Wellenpaket aus Wellen mit unterschiedlichen Wellenvektoren beschrieben werden kann, führt die Dispersion zu einem Zerlaufen des Wellenpaketes.

- (b) *Leiten Sie die Dispersionsrelation für freie Elektronen aus der Schrödingergleichung her. [2P]*

Schrödingergleichung:

$$j\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} = \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x,t) \right) \psi(x,t)$$

Ansatz:

$$\psi(x,t) = A \cdot e^{-j(kx+\omega t)}$$

$$V(x,t) = 0$$

Führt zu:

$$\begin{aligned} j\hbar \frac{\partial}{\partial t} \cdot A \cdot e^{-j(kx+\omega t)} &= -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \cdot A \cdot e^{-j(kx+\omega t)} \\ j\hbar \cdot (-j\omega) \cdot A \cdot e^{-j(kx+\omega t)} &= -\frac{\hbar^2}{2m} \cdot (-k^2) \cdot A \cdot e^{-j(kx+\omega t)} \\ j\hbar \cdot (-j\omega) &= -\frac{\hbar^2}{2m} \cdot (-k^2) \\ \omega &= -\frac{\hbar}{2m} k^2 \end{aligned}$$

- (c) Berechnen Sie den Impulserwartungswert eines freien Elektrons und deuten Sie das Ergebnis. [2P]

$$\begin{aligned}
 \langle \hat{p} \rangle &= \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(x, t) \hat{p} \psi(x, t) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(x, t) \psi(x, t) dx} \\
 &= \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} A e^{+j(kx+\omega t)} \cdot \left(-j\hbar \frac{d}{dx}\right) \cdot A e^{-j(kx+\omega t)} dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(x, t) \psi(x, t) dx} \\
 &= \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} A e^{+j(kx+\omega t)} \cdot (-j\hbar(-jk)) \cdot A e^{-j(kx+\omega t)} dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(x, t) \psi(x, t) dx} \\
 &= -\hbar k \cdot \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(x, t) \psi(x, t) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(x, t) \psi(x, t) dx} \\
 &= -\hbar k
 \end{aligned}$$

Der Erwartungswert des Operators  $\hat{p}$  entspricht gerade dem quantenmechanischen Impuls eines Teilchens  $p = \hbar k$ .

- (d) Berechnen Sie den Erwartungswert des Operators  $\hat{p}^2$  und deuten Sie das Ergebnis. [2P]

$$\begin{aligned}
 \langle \hat{p} \rangle &= \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(x, t) \hat{p}^2 \psi(x, t) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(x, t) \psi(x, t) dx} \\
 &= \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} A e^{+j(kx+\omega t)} \cdot \left(-j\hbar \frac{d}{dx}\right)^2 \cdot A e^{-j(kx+\omega t)} dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(x, t) \psi(x, t) dx} \\
 &= \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} A e^{+j(kx+\omega t)} \cdot \left(-\hbar^2 \frac{d^2}{dx^2}\right) \cdot A e^{-j(kx+\omega t)} dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(x, t) \psi(x, t) dx} \\
 &= \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} A e^{+j(kx+\omega t)} \cdot \left(-\hbar^2(-jk)^2\right) \cdot A e^{-j(kx+\omega t)} dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(x, t) \psi(x, t) dx} \\
 &= \hbar^2 k^2 \cdot \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(x, t) \psi(x, t) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(x, t) \psi(x, t) dx} \\
 &= \hbar^2 k^2
 \end{aligned}$$

Das Erwartungswert des Quadrates des Impulsoperators entspricht bis auf einen Faktor  $2m$  gerade der Energie des Teilchens. ein Vergleich mit  $E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$  macht diesen Zusammenhang deutlich.

- (e) An der Stelle  $x = x_0$  laufe das Elektron gegen eine Potentialbarriere mit  $V = V_0 > 0$ . Machen Sie auf Basis geeigneter Randbedingungen (Begründung!) einen Ansatz zur Berechnung der Wellenfunktion des Elektrons. [1P]

Ansatz:

Die Wellenfunktion habe die Form:

$$\psi_I(x) = e^{jk_I x} + Re^{-jk_I x} \quad \psi_{II}(x) = Te^{jk_{II} x}$$

Entsprechend gilt für die Wellenvektoren:

$$k_I = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE} \quad k_{II} = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(E - V_0)}$$

Randbedingungen:

$$\psi_I(x_0) = \psi_{II}(x_0) \quad \psi'_I(x_0) = \psi'_{II}(x_0)$$

→

$$e^{jk_I x_0} + Re^{-jk_I x_0} = Te^{jk_{II} x_0} \quad jk_I e^{jk_I x_0} - Rjk_I e^{-jk_I x_0} = Tjk_{II} e^{jk_{II} x_0}$$

Grundlage der Annahme der Randbedingungen ist die Forderung nach einer stetigen Wellenfunktion.

#### 4. Elektronen im Potentialgebiet

Gegeben sei das Potential

$$V(x) = -ax^2$$

Eine Elektronenkanone schieße nun Elektronen unterschiedlicher Energien von  $x_1 = -d$  nach  $x_2 = +d$  ( $d > 0$ ).

- (a) Wie verhält sich dabei qualitativ ein quantenmechanisches Elektron der Energie  $W_1 > 0$ ? [1P]

Das Elektron wird im Bereich  $x < 0$  kontinuierlich abgebremst und im Bereich  $x > 0$  kontinuierlich beschleunigt. Dabei wird die Energie des Elektrons kleiner bzw. seine Wellenlänge größer. Mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit wird das Elektron an der Barriere reflektiert.

- (b) Wie verhält sich dabei qualitativ ein quantenmechanisches Elektron der Energie  $W_2 < 0$ ? Wie verändert sich das Verhalten dieses Elektrons zu niedrigeren Energien  $W_3$  hin? [2P]

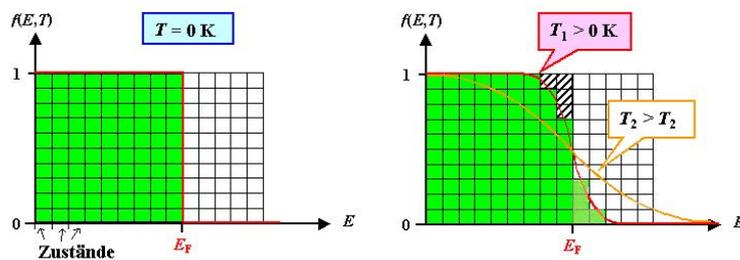
Das Elektron wird im Bereich  $x < 0$  abgebremst, bis es die Barriere erreicht. Dort kann es reflektiert werden oder in die Barriere eintreten und diese mit endlicher Wahrscheinlichkeit durchtunneln. Je niedriger die Energie  $W_3$  des Elektrons ist, desto geringer ist die Tunnelwahrscheinlichkeit, da die Barriere höher und breiter ist.

- (c) Worin unterscheiden sich die quantenmechanischen Elektronen mit den Energien  $W_1$  und  $W_2$  von den Teilchen der klassischen Physik? [1P]

Nach den Gesetzen der klassischen Physik würden alle Elektronen mit der Energie  $W_1$  an der Barriere zuerst abgebremst und dann wieder beschleunigt werden. Nach der Barriere hätten sie die gleiche Geschwindigkeit wie zuvor. Elektronen mit der Energie  $W_2$  würden reflektiert werden.

## 5. Dotierungen

- (a) Skizzieren Sie die Fermi-Verteilungsfunktion  $f(W)$  bei  $T=0\text{ K}$  und bei Raumtemperatur und zeichnen Sie die Fermienergie ein. [1P]

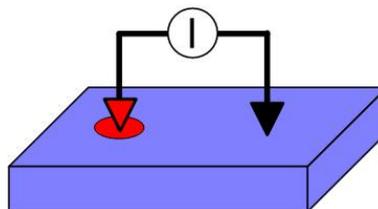


- (b) Wie verhält sich die Fermienergie im p-dotierten Halbleiter mit steigender Temperatur? (Begründung!) [2P]

Bei  $T=0\text{ K}$  befindet sich die Fermienergie in einem p-dotierten Halbleiter zwischen den Akzeptorzuständen und der Leitungsbandkante. Bei steigenden Temperaturen werden die Akzeptoren alle ionisiert. Irgendwann ist die Temperatur so hoch, dass Elektron/Loch-Paare intrinsisch effizient angeregt werden und die Löcher aus den Akzeptoren demgegenüber vernachlässigt werden können. Der Halbleiter ist dann zu einem intrinsischen Halbleiter geworden. Bei intrinsischen Halbleitern liegt die Fermienergie jedoch etwa in der Bandlückenmitte. Die Fermienergie steigt also mit steigender Temperatur von der Nähe der Valenzbandkante zur Bandlückenmitte.

- (c) Beschreiben Sie ein Experiment zur Bestimmung der Art der Dotierung eines Halbleiters. [2P]

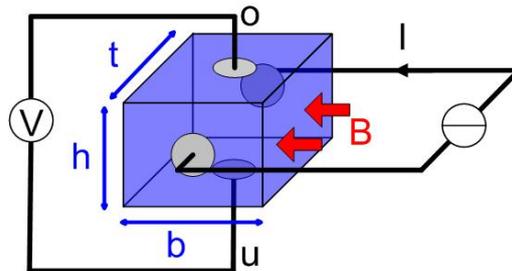
- Seebeck-/Hotprobe-Messungen



Bei dieser Messmethode nutzt man Diffusions-Effekte aus. In der Nähe der heißen Messspitze werden die freien Ladungsträger erhitzt und dann durch Diffusion

verteilt. Daraus resultiert ein Mangel der Majoritäten in der Nähe der Messspitze, zum Beispiel baut sich in einem n-dotierten Halbleiter eine positive Ladung auf. Damit liegt zwischen beiden Messspitzen der Apparatur ein Feld an und ein Ausgleichsstrom kann fließen. Die Richtung des Stromes hängt von der Art der Dotierung ab.

• **Quanten-Hall-Effekt**



Auf bewegte Ladungsträger mit der Ladung  $q$  wirkt im magnetischen Feld die Lorentz-Kraft:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Diese wirkt senkrecht zur Bewegungsrichtung der Teilchen und zu dem angelegten Magnetfeld. In unserer Konfiguration (siehe Abbildung) bewegen sich die Teilchen zwischen den Stirnflächen des Halbleiterklotzes. Wenn der Pluspol der Spannungsquelle mit dem hinteren Kontakt verbunden ist, werden sich die Elektronen in Richtung diesen Kontaktes, die Löcher in die Gegenrichtung bewegen. Elektronen und Löcher werden also beide nach oben abgelenkt, an der Oberseite der Probe bildet sich ein Ladungsträgerüberschuss. Misst man nun die Spannung zwischen Ober- und Unterseite und stellt deren Richtung fest, folgt daraus, ob die Majoritätsladungsträger Elektronen oder Löcher sind. Somit kann mit einer Hall-Messung die Dotierung des Halbleiters ermittelt werden.

- (d) *Skizzieren Sie qualitativ in einem Energiediagramm den Zusammenhang zwischen der Fermi-Verteilungsfunktion und der Ladungsträgerdichte eines n-dotierten Halbleiters. [1P]*

...

- (e) *Tragen demnach außer den Elektronen auch Löcher zur Leitung in einem n-dotierten Halbleiter bei? (Begründung!) [1P]*

Ja, auch Löcher tragen in einem n-dotierten Halbleiter zur Leitung bei, allerdings ist ihr Beitrag im Allgemeinen zu vernachlässigen.

- (f) *Beschreiben Sie ein Verfahren zur Herstellung eines hochreinen Silizium-Einkristalls? Wie muß man das Verfahren modifizieren, um diesen Einkristall zu dotieren? [1P]*

- Czochralski-Verfahren: Beim Züchten den Einkristalls werden hochdotierte Kristallstücke der Schmelze zugeführt.
- Zonenzieh-Verfahren: Beim Züchten des Kristalls ist ein Dotiergas anwesend.
- Ionen-Implantation: Dotieratome werden nach der Züchtung des Kristalls per Ionen-Beschuß in das Material einlegiert.
- Eindiffusion: Phosphin (PH) bzw. Phosphoroxychlorid ( $\text{POCl}_3$ ) wird an die heiße Silizium-Oberfläche gebracht. Reaktion zu  $\text{P}_2\text{O}_3$ . Dieses dient als Diffusionsquelle an der Oberfläche. Z.B. Eindiffusion des Emitterkontaktes.

## 6. Intrinsische Halbleiter

In einem Experiment wurden bei Raumtemperatur  $8,52 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$  Elektronen im Leitungsband von intrinsischem Indiumphosphid (InP) gefunden. Die effektive Masse von Elektronen und Löchern in InP betrage  $m_e^* = 0,073 \cdot m_e$  und  $m_h^* = 0,12 \cdot m_e$

- (a) Bei welcher Temperatur befinden sich genauso viele Elektronen im Leitungsband wie Löcher im Valenzband? (Begründung!) [1P]

Bei jeder Temperatur. Das ist die Grundeigenschaft eines intrinsischen Halbleiters. Für jedes ins Leitungsband angeregte Elektron bleibt ein Loch im Valenzband zurück.

- (b) Berechnen Sie die Bandlücke von InP in eV. [3P]

Es gilt das Massenwirkungsgesetz

$$n_i = \sqrt{n \cdot p} = (m_e^* m_p^*)^{\frac{3}{4}} \cdot 2 \cdot \left( \frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{W_g}{2k_B T}}$$

Auflösen nach  $W_g$  liefert:

$$W_g = -2k_B T \cdot \ln \left( \frac{n_i}{(m_e^* m_p^*)^{\frac{3}{4}} \cdot 2 \cdot \left( \frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}}} \right) = 1,43 \text{ eV}$$

- (c) Leiten Sie einen Ausdruck für die Lage der Fermi-Energie her. Bei welcher Energie befindet sich die Fermi-Energie bei Raumtemperatur in InP? [2P]

Aus  $n_i = n = p$  folgt:

$$N_{eff}^L \cdot e^{\frac{E_F - E_L}{k_B T}} = N_{eff}^V \cdot e^{\frac{E_V - E_F}{k_B T}}$$

$$e^{\frac{2E_F}{k_B T}} = \frac{N_{eff}^V}{N_{eff}^L} \cdot e^{\frac{E_V + E_L}{k_B T}}$$

Logarithmieren und Auflösen nach  $E_F$  liefert:

$$E_F = \frac{E_L + E_V}{2} + \frac{k_B T}{2} \ln \left( \frac{N_{eff}^V}{N_{eff}^L} \right)$$

Einsetzen von  $N_{eff} \propto (m^*)^{3/2}$  liefert:

$$E_F = \frac{E_L + E_V}{2} + \underbrace{\frac{3}{4} k_B T \ln \left( \frac{m_h^*}{m_e^*} \right)}_{\approx 0,5}$$

Für  $T=0$  K liegt die Fermi-Energie genau mittig zwischen Valenz- und Leitungsband. Mit steigenden Temperaturen verschiebt sich die Fermi-Energie zu höheren Energien. Bei Raumtemperatur liegt die Fermi-Energie in InP etwa 9,7 meV oberhalb der Bandmitte.

## 7. Diffusion

Betrachten Sie die stationäre Lochverteilung

$$p(x) = n_0 \exp\left(-\frac{x}{L_D}\right)$$

in einem stark n-dotierten Halbleiter bei Raumtemperatur.

- (a) Erklären Sie den Unterschied zwischen Drift- und Diffusionsströmen. [1P]

Die Ursache für einen Driftstrom ist ein angelegtes elektrisches Feld:

$$\vec{j}_{p, \text{Drift}} = e p \mu_p \vec{E}$$

Die Ursache für einen Diffusionsstrom ist ein Ladungsträgergradient bzw. -überschuß:

$$\vec{j}_{p, \text{Diff}} = e D_p \nabla p$$

- (b) Wie und warum kann experimentell die angegebene Elektronenverteilung hergestellt werden? [1P]

Da sich die Löcher in einem n-dotierten Halbleiter befinden, werden sie durchschnittlich nach der Lebensdauer  $\tau_p$  rekombinieren. Die Ladungsträgerdichte muss also aufrecht erhalten werden. Dies geschieht durch Injektion über einen Kontakt an der Stelle  $x = 0$ . Von dort diffundieren die Löcher in das innere des Kristalls. Da mit wachsendem Abstand zum Kontakt immer weniger Löcher vorhanden sind, kommt die entsprechende Verteilung zustande.

- (c) Aus geeigneten Messungen seien nun die Lebensdauer  $\tau_p$  und die Diffusionslänge  $L_D$  der Elektronen bekannt. Leiten Sie einen Ausdruck zur Berechnung der Diffusionskonstanten der Elektronen unter Verwendung der Kontinuitätsgleichung her. [3P]

(1) Die Kontinuitätsgleichung lautet:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{e} \nabla j - r_p \stackrel{1\text{-dim}}{=} -\frac{1}{e} \frac{\partial j}{\partial x} - r_p$$

(2) Der Diffusionsstrom  $j$  berechnet sich aus:

$$j = -eD_p \frac{\partial p}{\partial x} = -eD_p \frac{\partial}{\partial x} \left( p_0 \exp \left( -\frac{x}{L_D} \right) \right)$$

(3) Für die Rekombinationsrate  $r_p$  gilt:

$$r_p = \frac{p}{\tau_p}$$

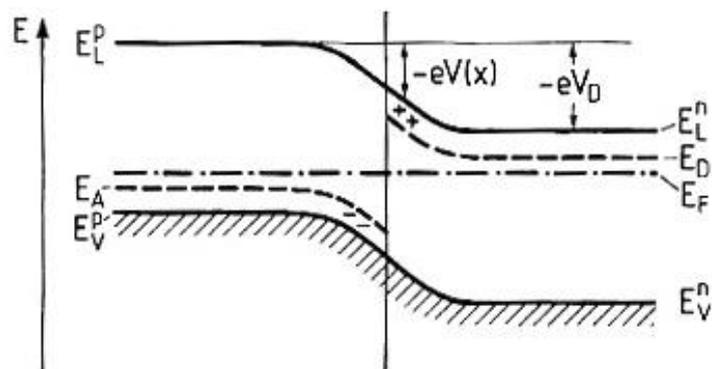
(Wenn  $p$  Teilchen eine Lebensdauer von  $\tau_p$  haben, dann „zerfallen“  $p$  Teilchen in einer Zeitspanne  $\tau_p$ .)

Da laut Aufgabenstellung die Ladungsträgerdichte erhalten wird, gilt:

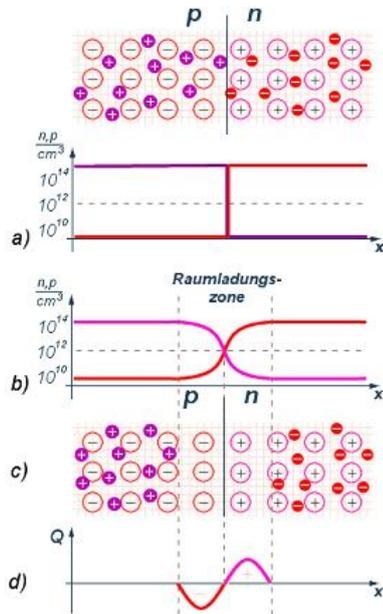
$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} &= 0 \\ -\frac{1}{e} \frac{\partial j}{\partial x} - r_p &= 0 \\ -\frac{1}{e} \frac{\partial}{\partial x} \left( eD_p \frac{p_0}{L_D} \exp \left( -\frac{x}{L_D} \right) \right) - \frac{p_0}{\tau_p} \exp \left( -\frac{x}{L_D} \right) &= 0 \\ &= D_p \frac{p_0}{L_D^2} \exp \left( -\frac{x}{L_D} \right) - \frac{p_0}{\tau_p} \exp \left( -\frac{x}{L_D} \right) = 0 \\ &= \frac{D_p}{L_D^2} - \frac{1}{\tau_p} = 0 \\ \Rightarrow D_p &= \frac{L_D^2}{\tau_p} \end{aligned}$$

## 8. pn-Übergang

(a) Skizzieren Sie das Banddiagramm eines pn-Übergangs mit allen wichtigen Energie-Niveaus. [1P]



- (b) Was versteht man unter einer Raumladungszone beim pn-Übergang und wie kommt diese zustande? [1P]



Die Raumladungszone entsteht am Interface zwischen p- und n-dotiertem Halbleiter. Die Löcher aus dem p-dotierten Halbleiter diffundieren in den n-Bereich und die Elektronen aus dem n-dotierten Halbleiter diffundieren in den p-Bereich. Beide Ladungsträgersorten rekombinieren im Diffusionsbereich, der Rekombinationszone, miteinander. Dabei lassen die Löcher im p-Bereich negative Raumladungen zurück, während die Elektronen positive Raumladungen im n-Bereich zurück lassen.

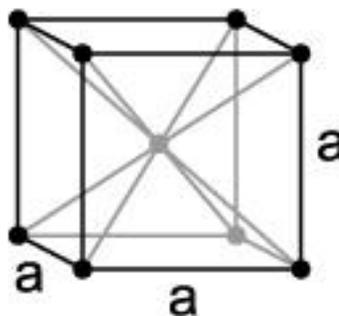
- (c) Erläutern Sie anhand des Banddiagramms die Funktionsweise eine LED. [1P]

Elektronen werden über einen Kontakt in das Leitungsband des n-Halbleiteres injiziert, Löcher in das Valenzband des p-Halbleiters. Ein angelegtes Feld (Spannung) treibt die Ladungsträger in die Rekombinationszone, wo diese strahlend rekombinieren können.

### 9. Kristallstrukturen

Eisen (Dichte  $\rho = 7,87 \text{ g/cm}^3$ , Atommasse  $m_{\text{Fe}} = 55,85 \text{ u}$ ) besitzt bei Temperaturen unter 900 Grad Celsius eine Austenit-Struktur (bcc-Struktur mit einer 1-atomigen Basis).

- (a) Skizzieren Sie die Kristallstruktur. [1P]



- (b) Berechnen Sie die Gitterkonstante a. [2P]

---

Für die Dichte eines Stoffes gilt:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_{EZ}}{a^3}$$

Damit folgt für die Gitterkonstante (= Kante der Einheitszelle):

$$a = \sqrt[3]{\frac{m_{EZ}}{\rho}}$$

Die Masse der Einheitszelle  $m_{EZ}$  entspricht dem Produkt aus der Zahl der Atome in der bcc-Einheitszelle (=2), der Atommasse (siehe Aufgabe) und der Zahl der Basis-Atome  $n=1$ .

$$a = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot m_{FE} \cdot 1}{\rho}} = 2,86 \text{ \AA}$$

(c) *Beschreiben Sie ein Experiment zur Bestimmung der Kristallstruktur. [1P]*

Die Kristallstruktur kann mit Beugungs-Experimenten untersucht werden. Hierzu wird ein Kristall mit Licht (oder auch Elektronen) bestrahlt und das Beugungsmuster untersucht. Im Fall eines Kristalls können die Atome einzelnen Schichten des Abstands  $d$  zugeordnet werden. Wenn die Beugungsbedingung erfüllt ist, also  $\Delta x$  in

$$\Delta x = 2d \sin \Phi$$

ein Vielfaches  $n$  der Wellenlänge  $\lambda$ , so folgt konstruktive Interferenz des unter dem Winkel  $\Phi$  eingestrahlen Lichtes. Aus dem Beugungsmuster sind Rückschlüsse auf die Kristallstruktur möglich.