

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

E-Mail-Adresse:

Erreichte Punktzahl:

Note:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Σ
Punkte								
Max	9	5	7	7	8	8	10	54

Bitte beachten Sie:

- Zugelassene Hilfsmittel: Nicht-programmierbarer Taschenrechner, 1 Blatt (2 Seiten) eigene handschriftliche Notizen, ausgeteiltes Blatt (letzte Seite Ihrer Klausur) mit Konstanten-, Formel- und Integralsammlung.
- Maximal erreichbare Punktzahl: 54, zum Bestehen hinreichende Punktzahl: 27.
- In Klammern angegebene Zahlen am Aufgabenende sind die erreichbaren Punkte je (Teil-)Aufgabe.
- Prüfungsdauer: 120 min.
- Bitte schreiben Sie auf **jedes** Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. Blätter ohne Namen und Matrikelnummer können bei der Korrektur **keine** Berücksichtigung finden!
- Bitte legen Sie Ihren Studierendenausweis während der Klausur bereit.
- Es werden nur Aufgaben gewertet, die auf von der Universität gestelltem Papier bearbeitet wurden. Sollte Ihnen das ausgehändigte Papier nicht ausreichen, wenden Sie sich an die Betreuer.
- Bitte nur mit dokumentenechten Stiften schreiben (kein Bleistift!).
- Versehen Sie bitte jede Aufgabe, die Sie auf einem Zusatzblatt (weiter) bearbeiten, mit einem Hinweis. Sie erleichtern damit die Korrektur.
- Bei allen Rechnungen ist das Ergebnis bis auf die zweite signifikante Nachkommastelle anzugeben.
- Skizzen sind grundsätzlich mit den notwendigen Beschriftungen zu versehen.

1. Allgemeine Fragen

Hinweis: Beschränken Sie Ihre Antwort pro Teilaufgabe auf maximal drei Sätze.

- a) Was besagt die BORN-OPPENHEIMER-Näherung? [1P]
- b) Welche Beziehung wird in der Festkörperphysik über die *Dispersionsrelation* für Elektronen hergestellt? Warum unterscheidet sich die Dispersionsrelation des freien Elektrons von der Dispersionsrelation des Kristallelektrons? [2P]
- c) Was sind *Phononen*? [1P]
- d) Was sind *entartete* Halbleiter? [1P]
- e) Wie ist die *Temperaturspannung* U_T laut Formel im Skript definiert? Wie groß ist sie bei Raumtemperatur ($T = 300\text{ K}$)? [1P]
- f) Was sind *Quasi-Fermi-niveaus*? [1P]
- g) Was ist ein *amphoterer Dotand*? [1P]
- h) Was besagt die Kugelpackungsdichte eines Raumgitters? Ist Sie in einem fcc- oder bcc-Gitter größer? [1P]

2. Das Wasserstoffatom

Die normierte radialsymmetrische Wellenfunktion eines Elektrons im Grundzustand im Wasserstoffatom ist gegeben durch

$$\Psi(r, \phi, \theta) = N \cdot e^{-r/a_0}$$

mit dem Bohr'schen Radius a_0 .

- a) Zeigen Sie, dass $N = \frac{1}{\sqrt{\pi}} a_0^{-3/2}$ sein muss. [2P]
(Hinweis: Bei Kugelkoordinaten gilt $dV = r^2 \sin \theta \, d\theta \, d\phi \, dr$.)
- b) Berechnen Sie nun den Erwartungswert $\langle r \rangle$ für den mittleren Abstand des Elektrons vom Kern. [1,5P]
- c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann man das Elektron innerhalb eines Radius von $\frac{3}{2}a_0$ um den Kern antreffen? [1,5P]

3. Potentialtöpfe

Ein dünner Silberfilm der Dicke L ist zwischen zwei unendlich ausgedehnten, perfekten Isolatorschichten eingebracht. Betrachten Sie ein Elektron im Silberfilm. Das Potential kann als Potentialtopf $V(x)$ mit

$$V(x) = \begin{cases} 0 & , 0 < x < L \\ \infty & , \text{sonst} \end{cases}$$

angenähert werden. Die Schichten seien in y- und z-Richtung unendlich ausgedehnt.

- a) Die Grundzustandsenergie des Elektrons beträgt $W_1 = 0,149 \text{ meV}$. Wie dick ist der Silberfilm? [1,5P] (Hinweis: Rechnen Sie mit der freien Elektronenmasse m_e .)
- b) Das Elektron wird durch infrarotes Licht der Wellenlänge $\lambda_{ph} = 2000 \text{ nm}$ angeregt. Berechnen Sie die Energie W_n des höchsten Zustandes, den das Elektron erreichen kann. [1,5P]
- c) Zeichnen Sie die Wellenfunktionen $\Psi_n(x)$ des Grundzustandes und des zweiten angeregten Zustandes und geben Sie die normierten Wellenfunktionen an. [1,5P]
- d) Wie unterscheiden sich die Wellenfunktionen des Elektrons in den drei Raumrichtungen x, y und z qualitativ? [1P]
- e) Der perfekte Isolator werde durch einen realen Isolator ausgetauscht. Auf dem an L angrenzenden Isolator werde nach einer Dicke d ein weiterer Silberfilm der Dicke L aufgebracht an den wieder eine unendlich ausgedehnte gedachte Isolatorschicht anschließt. Die Dicke des Isolators wird auf wenige nm begrenzt. Was passiert, wenn die Schichtdicke d des Isolators gering gewählt wird? Beschreiben Sie den zugrunde liegenden quantenmechanischen Effekt. Skizzieren Sie hierzu qualitativ das Potential in x-Richtung und die Grundzustands-Wellenfunktion der Elektronen. [1,5P]

Name:

Matrikel-Nr.:

4. Kristall

- Nickel kristallisiert in einem fcc-Gitter mit einatomiger Basis und hat eine Dichte von $8,91 \text{ g/cm}^3$ und eine molare Masse von $58,69 \text{ g/mol}$. Zeichnen Sie das Kristallgitter und berechnen Sie die Gitterkonstante a . [2P]
- Wie unterscheiden sich kristalline, polykristalline und amorphe Festkörper? Können Sie für amorphes Silizium bei $T = 300 \text{ K}$ dieselbe Bandlücke W_G annehmen, wie für kristallines Silizium? [2P]
- Sie haben Silizium und Galliumarsenid zur Auswahl. Welches Material würden Sie zum Bau einer effizienten Leuchtdiode bevorzugen? Begründen Sie Ihre Wahl. [1P]
- Berechnen Sie mit Hilfe des Diagramms in Abbildung 1 die Wellenlänge des emittierten Lichtes von angeregtem Galliumphosphid (GaP). [2P]

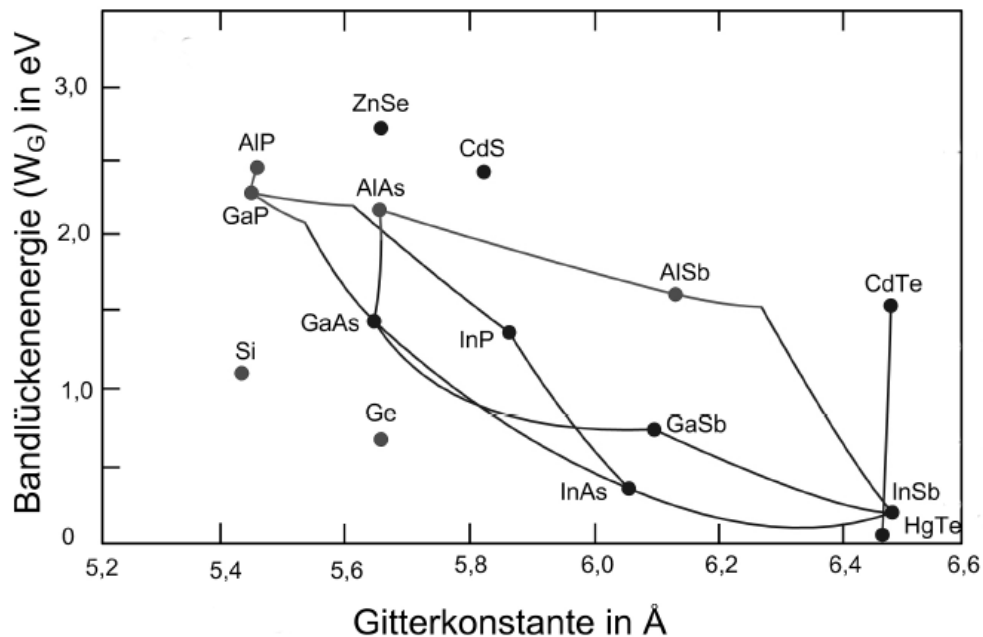


Abbildung 1: Bandlücken und Gitterkonstanten verschiedener Halbleitersysteme.

Name:

Matrikel-Nr.:

5. Ladungsträgerdichten

- a) In Abbildung 2 sind vier Halbleiterstrukturen mit unterschiedlicher dimensionaler Ausdehnung abgebildet. Ein Kristall (3-dimensional), ein Quantentopf (2-dimensional), ein Quantendraht (1-dimensional) und ein Quantenpunkt (0-dimensional). Die zu den Strukturen gehörigen Zustandsdichten $D(W)$ sind in falscher Reihenfolge unter den Strukturen dargestellt. Ordnen Sie die Zustandsdichten den jeweiligen Strukturen zu. [2P]

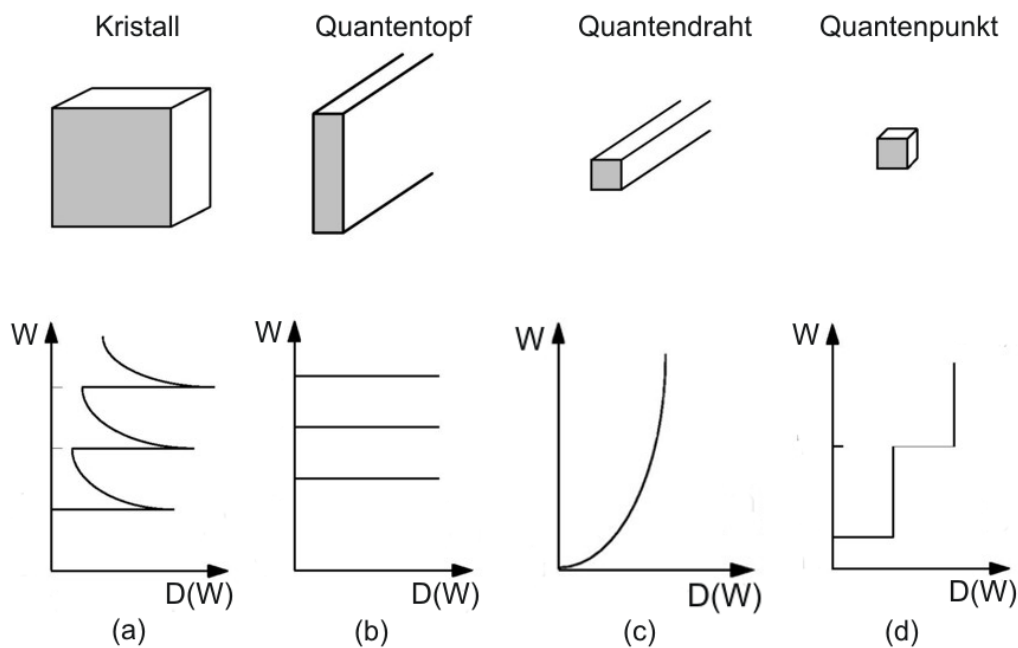


Abbildung 2: Quantenstrukturen mit zugehörigen Zustandsdichten $D(W)$.

- b) Skizzieren Sie die Majoritätsladungsträgerdichte $n(1/T)$ für $n_D = 1,5 \cdot 10^{15}/\text{cm}^3$ dotiertes Germanium. Benennen Sie jeweils die einzelnen charakteristischen Bereiche der Kennlinie. [2P]
- c) Ab welcher Temperatur wird die Probe aus b) intrinsisch? Nehmen Sie als Bedingung für den Übergang $n = 2p$. Die intrinsische Ladungsträgerdichte bei 300 K sei $n_i = 2,4 \cdot 10^{13}/\text{cm}^3$, die äquivalenten Zustandsdichten $N_L = 10^{19}/\text{cm}^3$ und $N_V = 6 \cdot 10^{18}/\text{cm}^3$. Bandlücke und äquivalente Zustandsdichten seien nicht von der Temperatur abhängig. [4P]

Name:

Matrikel-Nr.:

6. Kontinuitätsgleichung

- a) Geben Sie die 1D-Kontinuitätsgleichung für Elektronen an. Was besagt sie? [1P]

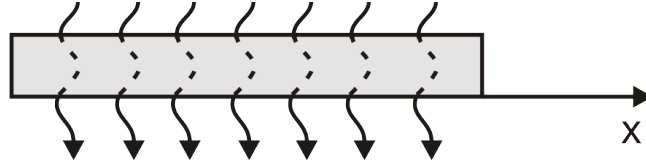


Abbildung 3: Beleuchteter n-dotierter Halbleiter.

- b) Ein stark n-dotierter Halbleiter wird bei Raumtemperatur wie in Abbildung 3 gezeigt konstant beleuchtet. Die Energie des Lichtes reicht aus, um homogen im gesamten Halbleiter Elektronen-Lochpaare mit der Generationsrate g_L zu erzeugen. Nehmen Sie für die Rekombinationsrate $r_p = \Delta p / \tau_p$ an. Weiterhin sei kein äußeres elektrisches Feld angelegt und $\Delta p \ll n_D$. Zum Zeitpunkt $t = 0$ werde das Licht schlagartig abgeschaltet. Berechnen Sie unter Angabe aller nötigen Zwischenschritte über die Kontinuitätsgleichung die Überschussladungsträgerdichte $\Delta p(t)$ vor und nach Beleuchtung. Skizzieren Sie $p_n(t)$. [5P]
- c) Ein n-dotiertes Stück Silizium mit $n_D = 10^{16}/\text{cm}^3$ wird bei Raumtemperatur wie in b) beleuchtet. Dadurch entstehen pro Mikrosekunde $10^{12}/\text{cm}^3$ Elektronen-Lochpaare. Nehmen Sie an, dass die Lebensdauer der Ladungsträger $\tau_n = \tau_p = 2\mu\text{s}$ beträgt. Berechnen Sie die Minoritätsladungsträgerdichte p_n ohne und mit Beleuchtung. [2P] (Es gelte: $n_i = 1,5 \cdot 10^{10}/\text{cm}^3$)

Name:

Matrikel-Nr.:

7. Banddiagramm

Wir betrachten Phosphor-dotiertes Silizium und Bor-dotiertes Silizium bei Raumtemperatur.

a) Zeichnen sie für beide Halbleiter je folgende Diagramme:

- Das Banddiagramm. Zeichnen Sie Fermi-niveau, Störstellenniveau, Leitungs- und Valenzband ein. [2P]
- Energie über der Zustandsdichte ($g(W)$). [2P]
- Energie über der Besetzungswahrscheinlichkeit für Fermionen (Fermi-Dirac-Verteilung, $f(W)$). [2P]
- Energie über Ladungsträgerdichte ($n(W)$ und $p(W)$). [2P]

b) Skizzieren Sie das Banddiagramm einschließlich Fermi-niveau, wenn beide Halbleiter in Kontakt gebracht werden...

- ...ohne äußere Vorspannung. [1P]
- ...mit einer äußeren Vorspannung $+U_D$ (Diffusionsspannung) in Durchlassrichtung. [1P]

Name:

Matrikel-Nr.:

Konstanten

Planck'sches Wirkungsquantum	h	$=$	$6.63 \cdot 10^{-34}$	Js
	$\hbar$	$=$	$\frac{h}{2\pi} = 1.05 \cdot 10^{-34}$	Js
Avogadro-Konstante	N_A	$=$	$6.02 \cdot 10^{23}$	mol ⁻¹
Bohr'scher Radius	a_0	$=$	$5.29 \cdot 10^{-11}$	m
Elementarladung	e	$=$	$1.6 \cdot 10^{-19}$	As
Atomare Masseneinheit	u	$=$	$1.66 \cdot 10^{-27}$	kg
Elektronenmasse	m_e	$=$	$9.11 \cdot 10^{-31}$	kg
Protonenmasse	m_p	$=$	$1.67 \cdot 10^{-27}$	kg
Neutronenmasse	m_n	$=$	$1.67 \cdot 10^{-27}$	kg
Dielektrizitätskonstante	ϵ_0	$=$	$8.85 \cdot 10^{-12}$	As/Vm
Permeabilitätskonstante	μ_0	$=$	$4\pi \cdot 10^{-7}$	Vs/Am
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	$=$	$3.0 \cdot 10^8$	m/s
Boltzmann-Konstante	k_B	$=$	$1.38 \cdot 10^{-23}$	J/K
Kreiszahl	π	$=$	3.14	
Euler'sche Zahl	e	$=$	2.72	

Konversion von Einheiten

Atomare Masseneinheit → Kilogramm	$1 \text{ u} = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Elektronenvolt → Joule	$1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Formeln und Integrale (Bitte beachten Sie auch die Rückseite!)

$$\exp(jkx) + \exp(-jkx) = 2 \cos(kx)$$

$$\exp(jkx) - \exp(-jkx) = 2j \sin(kx)$$

$$\int (\sin ax)^2 dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4a} \sin 2ax$$

$$\int (\cos ax)^2 dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4a} \sin 2ax$$

$$\int \sin ax \cos ax dx = \frac{1}{2a} (\sin ax)^2$$

$$\int x (\sin ax)^2 dx = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4a}x \sin 2ax - \frac{1}{8a^2} \cos 2ax$$

Fortsetzung umseitig!

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} dx &= \sqrt{\frac{\pi}{a}} & \int_0^{\infty} e^{-ax^2} dx &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \\
\int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-ax^2} dx &= 0 & \int_0^{\infty} x e^{-ax^2} dx &= \frac{1}{2a} \\
\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-ax^2} dx &= \frac{1}{2a} \sqrt{\frac{\pi}{a}} & \int_0^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx &= \frac{1}{4a} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \\
\int_{-\infty}^{+\infty} x^3 e^{-ax^2} dx &= 0 & \int_0^{\infty} x^3 e^{-ax^2} dx &= \frac{1}{2a^2} \\
\int x^2 e^{ax} dx &= e^{ax} \left(\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3} \right) & \int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx &= \frac{n!}{a^{n+1}} \quad (a > 0, n = 0, 1, 2, \dots)
\end{aligned}$$

13 III. Hauptgruppe	14 IV. Hauptgruppe	15 V. Hauptgruppe
5 10,81 2,0 B Bor	6 12,01 2,5 C Kohlenstoff	7 14,007 3,0 N Stickstoff
13 26,98 1,5 Al Aluminium	14 28,09 1,8 Si Silicium	15 30,97 2,1 P Phosphor
31 69,72 1,6 Ga Gallium	32 72,59 1,8 Ge Germanium	33 74,92 2,0 As Arsen
49 114,82 1,7 In Indium	50 118,69 1,8 Sn Zinn	51 121,75 1,9 Sb Antimon
81 204,38 1,8 Tl Thallium	82 207,2 1,8 Pb Blei	83 208,98 1,9 Bi Bismut