

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

E-Mail-Adresse:

Erreichte Punktzahl:

Note:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Σ
Punkte								
Max	6	7	10	8	7	7	5	50

Bitte beachten Sie:

- Zugelassene Hilfsmittel: Nicht-programmierbarer Taschenrechner, 1 Blatt (2 DIN A4 Seiten) eigene handschriftliche Notizen, ausgeteiltes Blatt (letzte Seite Ihrer Klausur) mit Konstanten-, Formel- und Integralsammlung.
- Maximal erreichbare Punktzahl: 50, zum Bestehen hinreichende Punktzahl: 25.
- In Klammern angegebene Zahlen am Aufgabenende sind die erreichbaren Punkte je (Teil-)Aufgabe.
- Prüfungsdauer: 120 min.
- Bitte schreiben Sie auf **jedes** Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. Blätter ohne Namen und Matrikelnummer können bei der Korrektur **keine** Berücksichtigung finden!
- Bitte legen Sie Ihren Studierendenausweis während der Klausur bereit.
- Es werden nur Aufgaben gewertet, die auf von der Universität gestelltem Papier bearbeitet wurden. Sollte Ihnen das ausgehändigte Papier nicht ausreichen, wenden Sie sich an die Betreuer.
- Bitte nur mit dokumentenechten Stiften schreiben (kein Bleistift!).
- Versehen Sie bitte jede Aufgabe, die Sie auf einem Zusatzblatt (weiter) bearbeiten, mit einem Hinweis. Sie erleichtern damit die Korrektur.
- Bei allen Rechnungen ist das Ergebnis bis auf die zweite signifikante Nachkommastelle anzugeben.
- Skizzen sind grundsätzlich mit den notwendigen Beschriftungen zu versehen.

1. Wellenpaket [6P]

Gegeben sei folgendes Wellenpaket im k -Raum:

$$\Psi(k) = \frac{Ab}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{b^2}{2}(k-k_0)^2}$$

- a) Bestimmen Sie den k -Wert mit der maximalen Aufenthaltswahrscheinlichkeit im k -Raum. (Rechnung oder Begründung erforderlich) [2P]
- b) Bestimmen Sie die Breite des Wellenpakets im k -Raum. Die Breite ist begrenzt durch die Punkte im k -Raum, bei denen die Aufenthaltswahrscheinlichkeit auf $1/e$ des Maximalwerts abgefallen ist. [2,5P]
- c) Bestimmen Sie mit Hilfe des Ergebnis aus Aufgabenteil b) die Ortsunschärfe des Wellenpakets. Begründen Sie ihr Vorgehen. Falls Sie Aufgabenteil b) nicht lösen konnten, rechnen Sie mit der allgemeinen Breite Δk . [1,5P]

2. Kristall [7P]

- a) Natrium kristallisiert in einem bcc-Gitter mit einatomiger Basis. Es hat eine Dichte von $\rho = 0,97 \text{ g/cm}^3$ und eine Molmasse von $22,99 \text{ g/mol}$. Zeichnen Sie eine Elementarzelle und berechnen Sie die Gitterkonstante des Gitters. [2P]
- b) Erklären Sie anhand eines zweidimensionalen quadratischen Gitters, warum die Bandstruktur richtungsabhängig ist. Fertigen Sie dazu eine Skizze des Gitters an und zeichnen Sie zwei geeignete Kristallrichtungen ein. [2P]
- c) Wie lässt sich die Kristallstruktur experimentell charakterisieren? [1P]
- d) Je nach Art der Herstellung können sich die Atome verschieden geordnet zu Festkörpern zusammenschliessen. Neben der kristallinen Ordnung gibt es noch zwei weitere gängige Ordnungstypen (Strukturen) in Festkörpern. Welche sind das? Beschreiben Sie diese kurz. [2P]

3. Dotierte Halbleiter [10P]

Wir betrachten im Folgenden einen mit 10^{18} cm^{-3} stark phosphordotierten Silizium-Kristall bei einer Temperatur von 300 K.

- a) Bestimmen Sie die Fermi-Energie relativ zur Leitungsbandkante. Nehmen Sie für den vorliegenden Fall Störstellenerschöpfung an.
Verwenden Sie eine effektive Zustandsdichte von $N_{eff} = 2,4 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ für das Leitungsband.
Wie ändert sich die Lage der Fermi-Energie mit zunehmender Temperatur? Begründen Sie ihre Antwort. [3,5P]
- b) Berechnen Sie die Besetzungswahrscheinlichkeit für die Zustände an der Leitungsbandkante des Siliziums. [1P]
- c) Der bislang behandelte Silizium-Kristall habe eine Länge von 10 cm und eine Querschnittsfläche von $0,4 \text{ cm}^2$. An den Enden wird ein Widerstand von $50 \text{ m}\Omega$ gemessen. Bestimmen Sie die Beweglichkeit der Leitungselektronen. [2P]
- d) Das phosphordotierte Silizium wird mit bordotiertem Silizium in Kontakt gebracht, sodass sich ein p-n-Übergang ausbildet. Hierbei fällt die Bordotierung deutlich schwächer aus als die Phosphordotierung.
Zeichnen Sie den sich ausbildenden p-n-Übergang und kennzeichnen Sie die bor- und phosphordotierten Bereiche, sowie die Raumladungszone. Achten Sie auf eine präzise Zeichnung und beschriften Sie die einzelnen Elemente. [2P]
- e) Nehmen Sie an, dass der p-n-Übergang mit offenen Kontakten beleuchtet wird. Skizzieren Sie den p-n-Übergang und zeichnen sie die Fermienergie ein. Was ändert sich im Vergleich zu dem Fall in d)? [1,5P]

Name:

Matrikel-Nr.:

4. Generation und Rekombination [8P]

- a) Geben Sie die 1D-Kontinuitätsgleichung für Elektronen an. Was besagt die Kontinuitätsgleichung? [1P]

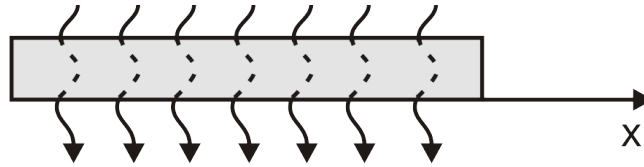


Abbildung 1: Beleuchteter n-dotierter Halbleiter.

- b) Gegeben sei ein unbeleuchteter, stark n-dotierter Halbleiter bei Raumtemperatur. Ab dem Zeitpunkt $t = 0$ wird der Halbleiter wie in Abbildung 1 gezeigt konstant beleuchtet, so dass im gesamten Halbleiter Elektronen-Lochpaare homogen mit der Generationsrate g_L erzeugt werden. Nehmen Sie für die Rekombinationsrate $r_p = \Delta p / \tau_p$ an. Weiterhin sei kein äußeres elektrisches Feld angelegt und $\Delta p \ll n_D$. Berechnen Sie unter Angabe aller nötigen Zwischenschritte den zeitlichen Verlauf der Überschussladungsträgerdichte $\Delta p(t)$ nach dem Zeitpunkt $t = 0$. Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Dichte der Löcher $p_n(t)$ vor und nach dem Zeitpunkt $t = 0$. Geben Sie hierbei die Dichten der Löcher für die Grenzwerte $t \rightarrow \pm\infty$ an. [5P]
- c) Ein n-dotierter Halbleiter mit der Donatorendichte $n_D = 10^{16}/\text{cm}^3$ wird bei Raumtemperatur wie in b) beleuchtet. Dadurch entstehen pro Mikrosekunde $10^{12}/\text{cm}^3$ Elektronen-Lochpaare. Nehmen Sie an, dass die Lebensdauer der Ladungsträger $\tau_n = \tau_p = 800\text{ns}$ beträgt. Berechnen Sie die Minoritätsladungsträgerdichte p_n mit und ohne Beleuchtung. [2P] (Es gelte: $n_i = 1,5 \cdot 10^{10}/\text{cm}^3$)

Name:

Matrikel-Nr.:

5. Potentialstufe [7P]

Folgendes Potential $V(x)$ sei gegeben:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & : x < 0 \\ V_0 & : 0 \leq x \end{cases} \quad \text{mit } V_0 = 4 \text{ eV}$$

- a) Betrachten Sie ein von links ($x < 0$) einlaufendes Elektron mit dem Impuls $p = 1,3 \cdot 10^{-24} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$. Berechnen Sie die Energie des Elektrons in Elektronenvolt und zeichnen Sie entsprechend den Potentialverlauf mit der sich ausbreitenden Elektronenwelle in den Bereichen $x < 0$ und $0 \leq x$.
Wie ändert sich der Impuls an der Stelle $x = 0$? [1,5P]
- b) Leiten Sie einen Ausdruck für die Reflektionswahrscheinlichkeit des Elektrons an der Potentialstufe her und berechnen Sie diese für eine Energie des Elektrons $W = \frac{3}{2}V_0$. Wie groß wäre die Reflektionswahrscheinlichkeit bei einer klassischen Betrachtung des Elektrons? [4P]
- c) Betrachten Sie nun ein von links ($x < 0$) einlaufendes Elektron mit der Energie $W = 0,99 \cdot V_0$. Wie groß ist die Eindringtiefe d des Teilchens in die Potentialstufe ($x \geq 0$), bei der die Aufenthaltswahrscheinlichkeit an dem Ort d auf $1/e$ des maximalen Werts gesunken ist? [1,5P]

Name:

Matrikel-Nr.:

6. Potentialtöpfe [7P]

Ein dünner Halbleiterfilm der Dicke L ist zwischen zwei unendlich ausgedehnten, perfekten Isolatorschichten eingebracht. Betrachten Sie ein Elektron im Halbleiterfilm. Das Potential kann als eindimensionaler Potentialtopf $V(x)$ mit

$$V(x) = \begin{cases} 0 & , 0 < x < L \\ \infty & , \text{sonst} \end{cases}$$

angenähert werden.

- a) Die Grundzustandsenergie des Elektrons beträgt $W_1 = 14,9 \text{ meV}$. Wie dick ist der Halbleiterfilm? [1P] (Hinweis: Rechnen Sie mit der freien Elektronenmasse m_e .)
- b) Das Elektron wird durch Licht in den zweiten angeregten Zustand ($n=3$) angeregt. Welche Wellenlänge muss das Licht dazu besitzen? [1,5P]
- c) Zeichnen Sie die Wellenfunktionen $\psi_n(x)$ des Grundzustandes und des ersten angeregten Zustandes und geben Sie die normierten Wellenfunktionen an. Berechnen Sie hierzu explizit die Amplitude dieser beiden Zustände. [2P]
- d) Der perfekte Isolator werde durch einen realen Isolator ausgetauscht. Auf dem an L angrenzenden Isolator werde nach einer Dicke d ein weiterer Halbleiterfilm der Dicke L aufgebracht an den wieder eine unendlich ausgedehnt gedachte Isolatorschicht anschließt. Die Dicke des Isolators wird auf wenige Nanometer begrenzt. Was passiert, wenn die Schichtdicke d des Isolators gering gewählt wird? Beschreiben Sie den zugrunde liegenden quantenmechanischen Effekt. Skizzieren Sie hierzu qualitativ das Potential in x-Richtung und die Wellenfunktion der beiden Zustände mit niedrigster Energie der Elektronen. [1,5P]
- e) Die Schichten seien nun in y- und z-Richtung unendlich ausgedehnt. Wie unterscheiden sich die Wellenfunktionen des Elektrons in den drei Raumrichtungen x, y und z qualitativ? [1P]

Name:

Matrikel-Nr.:

7. Bandstruktur [5P]

Wir betrachten eine Indium-Phosphid-Probe. Bei einer Temperatur von 293 K beträgt die Bandlücke in diesem Halbleiter $W_G = 1,34\text{eV}$.

- a) Die Bandstruktur von Indium-Phosphid ist in Abbildung 2 gegeben. Zeichnen Sie in diese Abbildung die parabolische Näherung für das Valenz- und das Leitungsband der Bandstruktur ein. Skizzieren Sie in einem separaten Bild grob die entscheidenden Bänder der Bandstruktur von Silizium. Welcher wichtige Unterschied besteht zwischen den beiden Materialien? [2P]

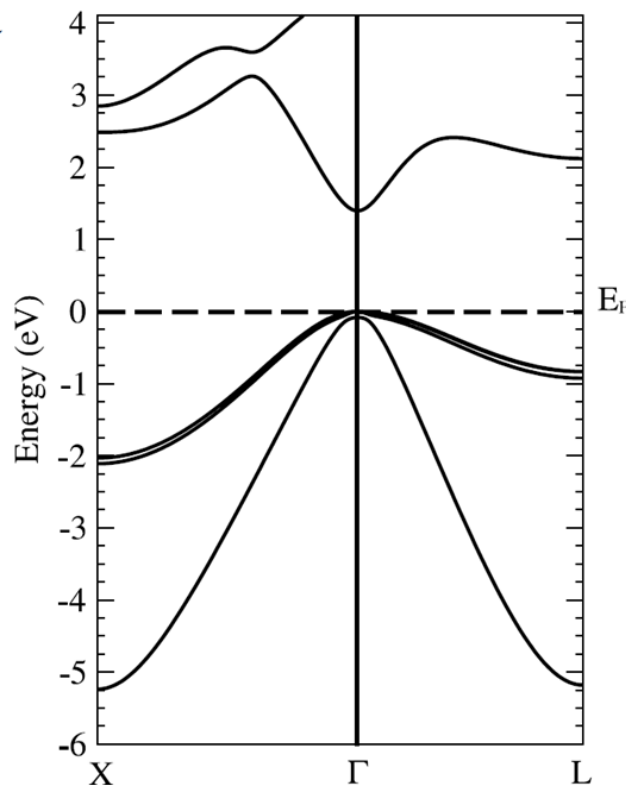


Abbildung 2: Bandstruktur Indium-Phosphid

- b) Betrachten Sie das niedrigste Leitungsband von Indium-Phosphid in Abbildung 2 im Γ - und im L -Punkt. An welchem Punkt erwarten Sie eine höhere Beweglichkeit bzw. eine größere Zustandsdichte? Begründen Sie Ihre Antwort! [2P]
- c) Nun sei die parabolische Näherung für das Leitungsband gegeben als $W_L(k) = W_G + ak^2$, wobei $a = \hbar^2/(0,16 \cdot m_0)$. Berechnen Sie die effektive Masse der Elektronen im Leitungsband. [1P]

Name:

Matrikel-Nr.:

Konstanten

Planck'sches Wirkungsquantum	h	$=$	$6,63 \cdot 10^{-34}$	Js
	$\hbar$	$=$	$\frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34}$	Js
Avogadro-Konstante	N_A	$=$	$6,02 \cdot 10^{23}$	mol ⁻¹
Bohr'scher Radius	a_0	$=$	$5,29 \cdot 10^{-11}$	m
Elementarladung	e	$=$	$1,6 \cdot 10^{-19}$	As
Atomare Masseneinheit	u	$=$	$1,66 \cdot 10^{-27}$	kg
Elektronenmasse	m_e	$=$	$9,11 \cdot 10^{-31}$	kg
Protonenmasse	m_p	$=$	$1,67 \cdot 10^{-27}$	kg
Neutronenmasse	m_n	$=$	$1,67 \cdot 10^{-27}$	kg
Dielektrizitätskonstante	ϵ_0	$=$	$8,85 \cdot 10^{-12}$	As/Vm
Permeabilitätskonstante	μ_0	$=$	$4\pi \cdot 10^{-7}$	Vs/Am
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	$=$	$3,0 \cdot 10^8$	m/s
Boltzmann-Konstante	k_B	$=$	$1,38 \cdot 10^{-23}$	J/K
Kreiszahl	π	$=$	3,14	
Euler'sche Zahl	e	$=$	2,72	

Konversion von Einheiten

Atomare Masseneinheit $\rightarrow$ Kilogramm	$1\text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27}\text{ kg}$
Elektronenvolt $\rightarrow$ Joule	$1\text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{ J}$

Formeln und Integrale (Bitte beachten Sie auch die Rückseite!)

$$\exp(jkx) + \exp(-jkx) = 2 \cos(kx)$$

$$\exp(jkx) - \exp(-jkx) = 2j \sin(kx)$$

$$\int (\sin ax)^2 dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4a} \sin 2ax$$

$$\int (\cos ax)^2 dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4a} \sin 2ax$$

$$\int \sin ax \cos ax dx = \frac{1}{2a} (\sin ax)^2$$

$$\int x (\sin ax)^2 dx = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4a}x \sin 2ax - \frac{1}{8a^2} \cos 2ax$$

Fortsetzung umseitig!

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} dx &= \sqrt{\frac{\pi}{a}} & \int_0^{\infty} e^{-ax^2} dx &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \\
\int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-ax^2} dx &= 0 & \int_0^{\infty} x e^{-ax^2} dx &= \frac{1}{2a} \\
\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-ax^2} dx &= \frac{1}{2a} \sqrt{\frac{\pi}{a}} & \int_0^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx &= \frac{1}{4a} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \\
\int_{-\infty}^{+\infty} x^3 e^{-ax^2} dx &= 0 & \int_0^{\infty} x^3 e^{-ax^2} dx &= \frac{1}{2a^2} \\
\int x^2 e^{ax} dx &= e^{ax} \left(\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3} \right) & \int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx &= \frac{n!}{a^{n+1}} \quad (a > 0, n = 0, 1, 2, \dots)
\end{aligned}$$

13 III. Hauptgruppe	14 IV. Hauptgruppe	15 V. Hauptgruppe
5 10,81 2,0 B Bor	6 12,01 2,5 C Kohlenstoff	7 14,007 3,0 N Stickstoff
13 26,98 1,5 Al Aluminium	14 28,09 1,8 Si Silicium	15 30,97 2,1 P Phosphor
31 69,72 1,6 Ga Gallium	32 72,59 1,8 Ge Germanium	33 74,92 2,0 As Arsen
49 114,82 1,7 In Indium	50 118,69 1,8 Sn Zinn	51 121,75 1,9 Sb Antimon
81 204,38 1,8 Tl Thallium	82 207,2 1,8 Pb Blei	83 208,98 1,9 Bi Bismut