

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

E-Mail-Adresse:

Erreichte Punktzahl:

Note:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Σ
Punkte							
Max	11	7	11	9	11	9	58

Bitte beachten Sie:

- Zugelassene Hilfsmittel: Nicht-programmierbarer Taschenrechner, 1 Blatt (2 DIN A4 Seiten) eigene handschriftliche Notizen, ausgeteiltes Blatt (letzte Seite Ihrer Klausur) mit Konstanten-, Formel- und Integralsammlung.
- Maximal erreichbare Punktzahl: 58, zum Bestehen hinreichende Punktzahl: 29.
- In Klammern angegebene Zahlen am Aufgabenende sind die erreichbaren Punkte je (Teil-)Aufgabe.
- Prüfungsdauer: 120 min.
- Bitte schreiben Sie auf **jedes** Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. Blätter ohne Namen und Matrikelnummer können bei der Korrektur **keine** Berücksichtigung finden!
- Bitte legen Sie Ihren Studierendenausweis während der Klausur bereit.
- Es werden nur Aufgaben gewertet, die auf vom KIT gestelltem Papier bearbeitet wurden. Sollte Ihnen das ausgehändigte Papier nicht ausreichen, wenden Sie sich an die Betreuer.
- Bitte nur mit dokumentenechten Stiften schreiben (kein Bleistift!).
- Versehen Sie bitte jede Aufgabe, die Sie auf einem Zusatzblatt (weiter) bearbeiten, mit einem Hinweis. Sie erleichtern damit die Korrektur.
- Bei allen Rechnungen ist das Ergebnis bis auf die zweite signifikante Nachkommastelle anzugeben.
- Skizzen sind grundsätzlich mit den notwendigen Beschriftungen zu versehen.

1. Teilchen und Wellen [11P]**Teil I:**

- a) Erklären Sie stichwortartig den Photoeffekt! Zeigt dieser Effekt eher den Teilchen- oder Wellencharakter von Licht? [1P]
- b) Erklären Sie stichwortartig das Doppelspalt-Gedankenexperiment für Elektronen! Zeigt dieses Experiment eher den Teilchen- oder Wellencharakter von Elektronen? [1P]

Teil II:

Betrachten Sie die Wellenfunktion

$$\psi(x,t) = Ae^{j(kx-\omega t)}$$

mit $A \neq 0$

- c) Leiten Sie mit Hilfe der gegebenen Wellenfunktion die Dispersionsrelation für ein freies Teilchen im Vakuum her! Betrachten Sie dafür die zeitabhängige Schrödingergleichung. [1,5P]
- d) Leiten Sie die Phasengeschwindigkeit für ein freies Teilchen im Vakuum her! Beginnen Sie mit der Betrachtung eines Punktes konstanter Phase und setzen Sie am Ende der Rechnung Ihr Ergebnis aus c) ein. [1,5P]
- e) Wie berechnet sich die Gruppengeschwindigkeit für das freie Teilchen im Vakuum? Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Phasengeschwindigkeit! [1P]
- f) Bestimmen Sie die räumlich abhängige Aufenthaltswahrscheinlichkeit für die oben gegebene Wellenfunktion! An welchem Ort ist das Teilchen demnach am wahrscheinlichsten anzutreffen? [1P]

Teil III:

Betrachten Sie zum Zeitpunkt $t = 0$ ein Wellenpaket mit der normierten Funktion

$$\psi(x,t=0) = \frac{1}{\sqrt{a_0\sqrt{\pi}}} e^{-\frac{x^2}{2a_0^2}} e^{jk_0x}$$

- g) Wie nennt sich die mathematische Form dieses Wellenpakets? [0,5P]
- h) Berechnen Sie den Orts-Erwartungswert $\langle \hat{x} \rangle$ für das Wellenpaket unter Angabe aller Rechenschritte! [2P]
- i) Wie verändert sich qualitativ die Halbwertsbreite des Wellenpakets im Ortsraum mit zunehmender Zeit unter dem Einfluss der Dispersion? [0,5P]
- j) Wie groß ist die Unsicherheit in der Impulsbestimmung, falls der Ort x des Wellenpakets mit einer Genauigkeit von $\frac{a_0}{\sqrt{2}} > 0$ gemessen werden kann? [1P]

Name:

Matrikel-Nr.:

2. Bandstruktur [7P]

Betrachten Sie die abgebildete Bandstruktur eines Halbleiters.

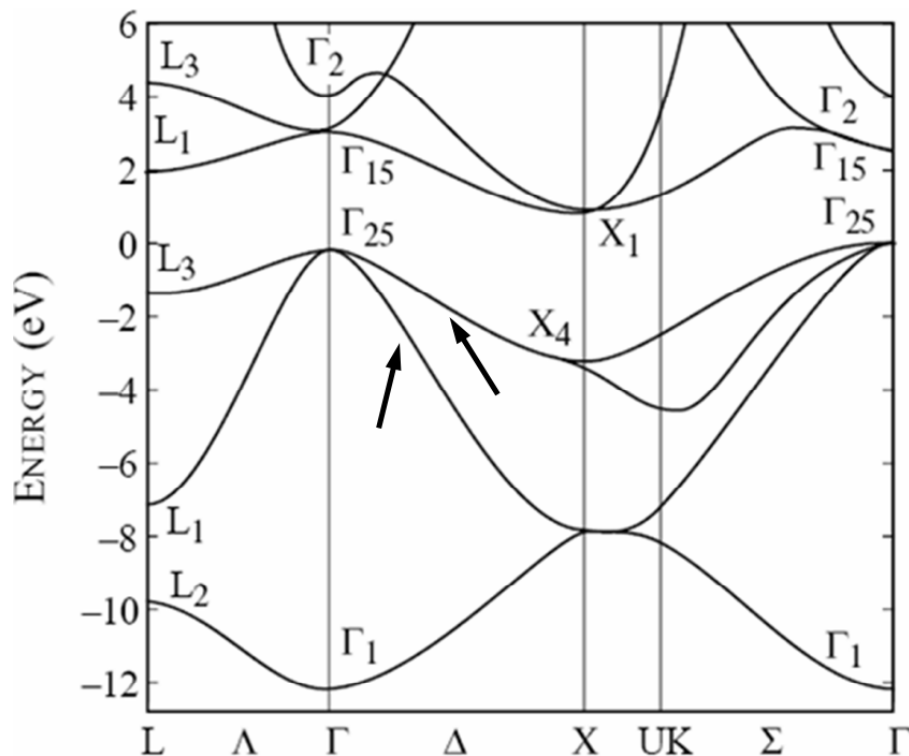


Abbildung 1: Bandstruktur des Halbleiters.

- Handelt es sich um einen direkten oder indirekten Halbleiter? Begründen Sie Ihre Antwort! [1P]
- Erklären Sie anhand der Bandkrümmung den Begriff schwere und leichte Löcher! Welche Kurve gehört demnach zu welchen Löchern? Beschriften Sie entsprechend die Pfeile in der obigen Abbildung! [1,5P]
- Skizzieren Sie die energieabhängige Besetzungswahrscheinlichkeit für Elektronen in einem intrinsischen Halbleiter bei Raumtemperatur! Zeichnen Sie hierbei die Fermi-Energie sowie die Valenz- und die Leitungsbandkante ein! [1P]
- Wie verändert sich diese Besetzungswahrscheinlichkeit bei $T = 0\text{ K}$? Was hat das für Folgen für die Elektronendichte im Leitungsband? [1P]
- Der intrinsische Halbleiter habe eine Bandlücke von $1,2\text{ eV}$ und die effektive Masse der Elektronen und Löcher sei gleich der freien Elektronenmasse. Wie groß ist die Elektronendichte bei $T = 300\text{ K}$? [1P]
- Welche Wellenlänge hat die emittierte Strahlung bei dem Übergang eines Elektrons vom Leitungsband in das Valenzband in diesem Halbleiter? Handelt es sich hierbei um Ultraviolett- oder Infrarotstrahlung? [1,5P]

Name:

Matrikel-Nr.:

3. Leitfähigkeit und Dotierung [11P]

- a) Erklären Sie stichwortartig das Czochralski-Verfahren zur Herstellung eines Silizium-Einkristalls! [1P]

Der hergestellte Silizium-Einkristall habe bei Raumtemperatur ($T = 300 \text{ K}$) eine Bandlücke von $1,1 \text{ eV}$. Gehen Sie zudem davon aus, dass die Elektronen im Leitungsband eine kleinere effektive Masse als die Löcher im Valenzband haben. Die intrinsische Ladungsträgerdichte sei $1,5 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3}$.

- b) Wie groß ist die intrinsische Leitfähigkeit bei einer Elektronenbeweglichkeit von $1400 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$ und einer Löcherbeweglichkeit von $450 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$? [1P]
- c) Berechnen Sie die Driftstromdichte, die sich bei einer angelegten Spannung von 5 V über eine 5 mm dicke Probe einstellt! [1P]
- d) Die Lage des Fermi-niveaus im gegebenen intrinsischen Silizium-Halbleiter kann allgemein über die Gleichung

$$W_F = \frac{1}{2}(W_L + W_V) + \frac{1}{2}k_B T \ln \left(\frac{N_V}{N_L} \right)$$

berechnet werden. Liegt das Fermi-niveau näher am Leitungs- oder näher am Valenzband? Begründen Sie Ihre Aussage mithilfe der angegebenen Formel! [1,5P]

Das Silizium wird nun mit 10^{18} Phosphor-Atomen pro Kubikzentimeter nach dem Verfahren der Ionenimplantation dotiert.

- e) Handelt es sich hierbei um eine n- oder um eine p-Dotierung? Begründen Sie ihre Aussage! [1P]
- f) Erklären Sie das Verfahren der Ionenimplantation und nennen Sie ein alternatives Verfahren zur Dotierung! [1,5P]
- g) Auf welchen Wert ändert sich durch die Dotierung die Ladungsträgerkonzentration der Löcher? Sie können von Störstellenerschöpfung ausgehen. [1P]

Eine weitere Teilaufgabe befindet sich auf der Rückseite!

-
- h) Sie messen nun die Elektronendichte über der Temperatur und erhalten als Ergebnis den folgenden qualitativen Verlauf. Kennzeichnen Sie in dem in Abbildung 2 dargestellten Graph die Bereiche für Störstellenerschöpfung und Störstellenreserve sowie den intrinsischen Bereich! Erläutern Sie darüber hinaus die Bedeutung dieser drei Bereiche! [3P]

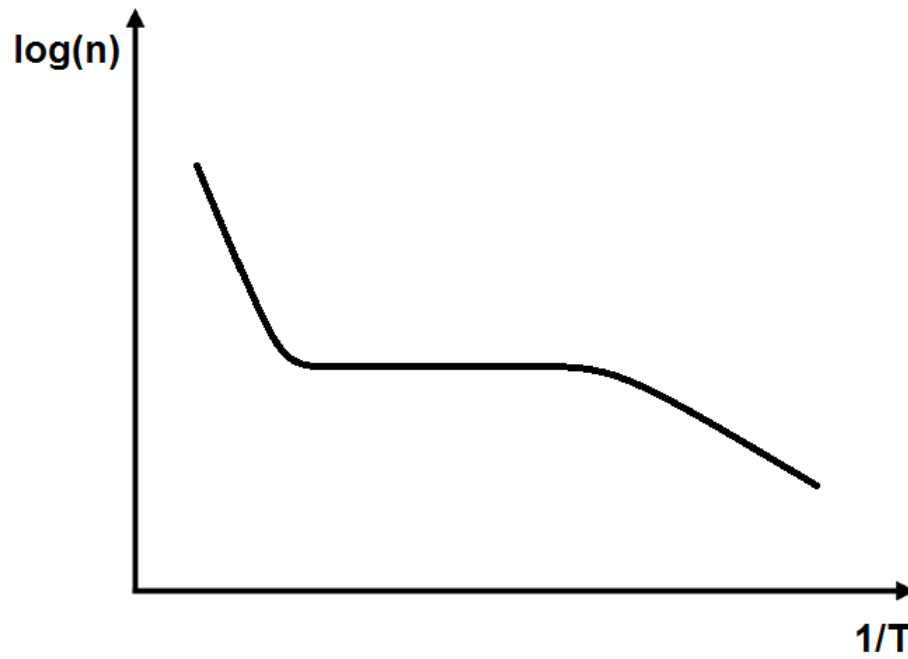


Abbildung 2: Verlauf der Elektronendichte über der Temperatur.

Name:

Matrikel-Nr.:

4. Potentialtopf mit endlich hohen Wänden [9P]

- a) Skizzieren Sie einen Potentialtopf der Höhe V_0 und Breite L für Elektronen (im Topf ist $V = 0$ und außerhalb $V = V_0$)! Zeichnen Sie die Wellenfunktionen (Realteil) von zwei Eigenfunktionen für Energien $W > V_0$ und die der niedrigenergetischsten drei Lösungen mit $W < V_0$ ein! [2P]
- b) Worin unterscheiden sich die Wellenfunktionen für $W > V_0$ und $W < V_0$? [1P]
- c) Welche Gleichung liefert die Lösung für die elektronischen Zustände in einem solchen System mit $W < V_0$? Machen Sie Lösungsansätze für die drei Bereiche mit konstantem Potential und stellen Sie die zur Lösung nötigen Rand- und Nebenbedingungen auf, sodass das Gleichungssystem eindeutig lösbar ist! Das explizite Ausrechnen der Lösung ist **nicht** verlangt! [3P]
- d) Zeigen Sie anhand einer Skizze, wie sich das Aussehen der Lösungen verändert, wenn $V_0 \rightarrow \infty$. [1P]
- e) Gehen Sie nun von Elektronen in einem parabolischen Potential aus:

$$V(x) = \frac{m\omega^2}{2}x^2$$

Skizzieren Sie das Potential und die ersten drei Eigenfunktionen! Nennen Sie jeweils einen wesentlichen Unterschied der Eigenfunktionen und der Energie-Eigenwerte in diesem Potential im Vergleich zu denjenigen in einem unendlichen Potentialtopf! [2P]

Name:

Matrikel-Nr.:

5. pn-Übergang [11P]

- a) Was versteht man unter einer Raumladungszone? Erklären Sie zudem stichwortartig ihre Entstehung in einem pn-Übergang unter Berücksichtigung der wesentlichen Effekte! [2,5P]

Gegeben sei folgende x-abhängige Raumladungsdichte als Schottky-Näherung:

$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & x \leq -l_p \\ -en_A & -l_p < x \leq 0 \\ +en_D & 0 < x \leq +l_n \\ 0 & x > l_n \end{cases}$$

Berücksichtigen Sie, dass $n_A > n_D$ gilt.

- b) Skizzieren Sie die gegebene Raumladungsdichte! Deuten Sie darüber hinaus in Ihrer Skizze den realen Verlauf der Raumladungsdichte an! [2P]
- c) Berechnen Sie jeweils für den p- und n-Bereich das elektrische Feld! [3P]
- d) Skizzieren Sie den qualitativen Verlauf des Leitungs- und Valenzbandes sowie der Fermienergie für oben angegebenen pn-Übergang ohne Vorspannung und markieren Sie die Diffusionsspannung! [2P]
- e) Beschreiben Sie wie sich das Fermi-niveau und die Bandkanten ändern, wenn eine Spannung über dem pn-Übergang angelegt wird! Unterscheiden Sie je nach Polarität der Spannung. [1,5P]

Name:

Matrikel-Nr.:

6. Generation und Rekombination [9P]

- a) Geben Sie die 1D-Kontinuitätsgleichung für Elektronen an! Was besagt die Kontinuitätsgleichung? [1P]
- b) Gehen Sie von einem Elektron im Leitungsband eines intrinsischen Halbleiters aus. Auf welche Weise kann das Elektron rekombinieren? Nennen Sie drei verschiedene Prozesse und erklären Sie diese kurz! [3P]

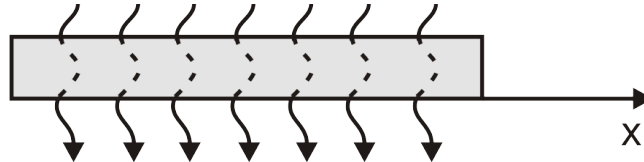


Abbildung 3: Beleuchteter n-dotierter Halbleiter.

- c) Ein stark n-dotierter Halbleiter wird bei Raumtemperatur wie in Abbildung 3 gezeigt konstant beleuchtet, so dass im gesamten Halbleiter Elektronen-Lochpaare homogen mit der Generationsrate g_L erzeugt werden. Nehmen Sie für die Rekombinationsrate $r_p = \Delta p / \tau_p$ an. Weiterhin sei kein äußeres elektrisches Feld angelegt und $\Delta p \ll n_D$. Zum Zeitpunkt $t = 0$ werde das Licht schlagartig abgeschaltet. Berechnen Sie unter Angabe aller nötigen Zwischenschritte den zeitlichen Verlauf der Überschussladungsträgerdichte $\Delta p(t)$ vor und nach dem Zeitpunkt $t = 0$. Skizzieren Sie die Dichte der Löcher $p(t)$. [5P]

Name:

Matrikel-Nr.:

Konstanten

Planck'sches Wirkungsquantum	h	$=$	$6,63 \cdot 10^{-34}$	Js
	$\hbar$	$=$	$\frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34}$	Js
Avogadro-Konstante	N_A	$=$	$6,02 \cdot 10^{23}$	mol^{-1}
Bohr'scher Radius	a_0	$=$	$5,29 \cdot 10^{-11}$	m
Elementarladung	e	$=$	$1,6 \cdot 10^{-19}$	As
Atomare Masseneinheit	u	$=$	$1,66 \cdot 10^{-27}$	kg
Elektronenmasse	m_e	$=$	$9,11 \cdot 10^{-31}$	kg
Protonenmasse	m_p	$=$	$1,67 \cdot 10^{-27}$	kg
Neutronenmasse	m_n	$=$	$1,67 \cdot 10^{-27}$	kg
Dielektrizitätskonstante	ϵ_0	$=$	$8,85 \cdot 10^{-12}$	As/Vm
Permeabilitätskonstante	μ_0	$=$	$4\pi \cdot 10^{-7}$	Vs/Am
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	$=$	$3,0 \cdot 10^8$	m/s
Boltzmann-Konstante	k_B	$=$	$1,38 \cdot 10^{-23}$	J/K
Kreiszahl	π	$=$	3,14	
Euler'sche Zahl	e	$=$	2,72	

Konversion von Einheiten

Atomare Masseneinheit $\rightarrow$ Kilogramm	$1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Elektronenvolt $\rightarrow$ Joule	$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Formeln und Integrale (Bitte beachten Sie auch die Rückseite!)

$$\exp(jkx) + \exp(-jkx) = 2 \cos(kx)$$

$$\exp(jkx) - \exp(-jkx) = 2j \sin(kx)$$

$$\int (\sin ax)^2 dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4a} \sin 2ax$$

$$\int (\cos ax)^2 dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4a} \sin 2ax$$

$$\int \sin ax \cos ax dx = \frac{1}{2a} (\sin ax)^2$$

$$\int x (\sin ax)^2 dx = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4a}x \sin 2ax - \frac{1}{8a^2} \cos 2ax$$

Fortsetzung umseitig!

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} dx &= \sqrt{\frac{\pi}{a}} & \int_0^{\infty} e^{-ax^2} dx &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \\
\int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-ax^2} dx &= 0 & \int_0^{\infty} x e^{-ax^2} dx &= \frac{1}{2a} \\
\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-ax^2} dx &= \frac{1}{2a} \sqrt{\frac{\pi}{a}} & \int_0^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx &= \frac{1}{4a} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \\
\int_{-\infty}^{+\infty} x^3 e^{-ax^2} dx &= 0 & \int_0^{\infty} x^3 e^{-ax^2} dx &= \frac{1}{2a^2} \\
\int x^2 e^{ax} dx &= e^{ax} \left(\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3} \right) & \int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx &= \frac{n!}{a^{n+1}} \quad (a > 0, n = 0, 1, 2, \dots)
\end{aligned}$$

13 III. Hauptgruppe	14 IV. Hauptgruppe	15 V. Hauptgruppe
5 10,81 2,0 B Bor	6 12,01 2,5 C Kohlenstoff	7 14,007 3,0 N Stickstoff
13 26,98 1,5 Al Aluminium	14 28,09 1,8 Si Silicium	15 30,97 2,1 P Phosphor
31 69,72 1,6 Ga Gallium	32 72,59 1,8 Ge Germanium	33 74,92 2,0 As Arsen
49 114,82 1,7 In Indium	50 118,69 1,8 Sn Zinn	51 121,75 1,9 Sb Antimon
81 204,38 1,8 Tl Thallium	82 207,2 1,8 Pb Blei	83 208,98 1,9 Bi Bismut